Ministère des Enseignements Secondaires — **Année Scolaire : 2018/2019**
Collège polyvalent de Bépanda — **Classe : T[le]D ; Coef : 4**
BP : 11073 Douala — **Durée : 4 Heures**
Département de Mathématiques — **Proposé : chemegni guy**

BACCALAUREAT BLANC / EPREUVE DE MATHEMATIQUES/ MAI 2019

L'épreuve comporte 2 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 : $[5{,}5\ points]$

On considère le polynôme complexe P défini par $P(z) = z^4 - 6z^3 + 17z^2 - 24z + 52$

1. Montrer que si z_0 est une racine de P, alors $\overline{z_0}$ est une racine de P. 0,5 pt
2. Vérifier que $2i$ est une racine de P, puis en déduire une autre racine de P. 0,5 pt
3. Déterminer deux nombres complexes $a\ et\ b$ tels que :
   $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = (z^2 + 4)(z^2 + az + b)$. 0,5 pt

4. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. 0,5 pt

5.) Le plan est complexe est rapporté à un repère orthonormal (O, $\vec{u}, \vec{v}$). On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = 2i$; $z_B = -2i\ et\ z_C = 3 - 2i$. I est le milieu du segment $[AC]$.

a) Calculer $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ et en déduire la nature du triangle ABC. 0,75 pt

b.) Déterminer l'affixe du point I puis en déduire la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (Γ) des points M d'affixes z vérifiant $|2z - 3| = 5$. 0,75 pt

6. Soit f l'application du plan dans lui-même qui à tout point M(x, y) d'affixe z associe le point M'(x', y') d'affixe z' tel que : $\begin{cases} x' = -\frac{4}{3}(y + 2) \\ y' = \frac{4}{3}(x - \frac{3}{2} \end{cases}$. On pose $(\Gamma') = f(\Gamma)\ et\ E = f(I)$.

a) Déterminer l'écriture complexe de f. 0,5 pt

b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f. 0,75 pt

EXERCICE 2 : $[3{,}5\ points]$

Un jeu de hasard est formé d'un dispositif lançant de façon aléatoire une flèche dans une cible ayant la forme suivante :

B	B	B	B	B	B	B	B	B	J	J	J	V	V	R	R	V	V	J	J	J	B	B	B	B	B	B	B	B	B

La flèche atteint toujours une case et une seule. Les 30 cases, blanche (B), jaune (J), verte (V), ou rouge (R) ont toutes la même probabilité d'être atteintes.

Si la flèche atteint une case rouge, le joueur gagne 8 F. Si la flèche atteint une case verte, le joueur gagne 5 F. Si la flèche atteint une case jaune, le joueur ne gagne rien et ne perd rien. Si la flèche atteint une case blanche, le joueur perd m F, la lettre m désigne un nombre réel positif.

On note X la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur (compte négativement quand il perd)

a.) Donner la loi de probabilité de X. 2 pts

b.) Quelle est la probabilité p qu'un joueur gagne ? 0,5 pt

2-a.) Calculer l'espérance mathématique E(X) en fonction de m. 0,75 pt b.)Calculer m pour que le jeu soit équitable, c'est-à-dire pour que l'espérance mathématique soit nulle. 0,25 pt

PROBLEME : $[11\ points]$

(Le problème comporte 3 parties A, B et C indépendantes)

Partie A : (3,5 pts)

L'objectif de cet exercice est de calculer les intégrales suivantes :

I = $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$, J = $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$, K = $\int_0^1 \sqrt{x^2+1}\,dx$ et A = $\int_3^e \ln(x)\,dx$.

1.) A l'aide d'une intégration par parties, calculer A. 0,5 pt

2.) Soit la fonction f définie sur $[0;1]$ par $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$

a. Calculer la dérivée de f. 0,5 pt

b. Déduire la valeur I. 0,5 pt

3) a. Sans calculer explicitement J et K, vérifier que I + J = K . 0,5 pt

b. A l'aide d'une intégration par parties portant sur l'intégrale K, vérifier que K = $\sqrt{2} - J$

c. En déduire les valeurs de J et K. 1 pt

Partie B : (5,5 pts)

On considère la fonction f de $\mathbb{R}\ vers\ \mathbb{R}$ définie par $f(x) = (2x-4)e^{\frac{x}{2}} + 2 - x$. On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique : 2cm.

1-)Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x - e^{\frac{-x}{2}}$

a. Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$, puis dresser le tableau de variation de g. 1pt

b. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\propto$ tel que :
$0{,}70 \leq \propto \leq 0{,}71$ 0,75 pt

c.En déduire le signe de $g(x)$. 0,5 pt

2-) $\propto$ étant le nombre réel défini à la question 1-b), démontrer que $f(\propto) = 4 - \propto - \frac{4}{\propto}$ et en déduire un encadrement de $f(\propto)$ d'amplitude10^{-1}. 0,5 pt

3-a) Montrer que pour tout réel $x, f(x) = e^{\frac{x}{2}}g(x)$. En déduire les variations de f. 0,5 pt

b) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$, puis dresser le tableau de variation de f. 1 pt

4 –a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est asymptote à la courbe (C) en$-\infty$

b- Etudier suivant les valeurs de x les positions relatives de (C) et (D). 0,25 pt

5.a) Déterminer le point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses. 0,5 pt

b. Construire la courbe (C). 0,5 pt

Partie C : (2pts)

On considère les équations différentielles (E) : 4y'' + 4y' + y = $x + 4$ et (E') :4y'' + 4y' +y = 0

1-On pose $u(x) = ax + b$. Déterminer les réels $a\ et\ b$ pour que u soit solution de l'équation (E). 0,5 pt

2-Montrer que si f est solution de (E) si et seulement si $f - u$ est solution de (E'). 0,5 pt

3-Résoudre l'équation (E') et déterminer une solution f de (E) tel que $f(0) = 1$ et $f'(0) = \frac{1}{2}$. 1 pt