



EXERCICE 1 : 5 points



1. P est un polynôme à variable complexe z défini par : $P(z) = z^3 + 3iz - 5 + 5i$.
 - (a) Vérifier que le nombre complexe $-1 - i$ est une racine de P . 0,25pt
 - (b) Déterminer les complexes a et b tels que : $P(z) = (z + 1 + i)(z^2 + az + b)$. 0,5pt
 - (c) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$. 0,75pt
2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . On donne trois points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -1 - i, z_B = 2 - i$ et $z_C = -1 + 2i$.
 - (a) Déterminer l'ensemble \mathcal{D} des points M d'affixes z tels que :
 $|z - 2 + i| = |z + 1 - 2i|$, puis vérifier que le point A appartient à \mathcal{D} . 0,75pt
 - (b) Déterminer un argument du nombre complexe $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$, puis en déduire la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$. 0,75pt
 - (c) En déduire la nature exacte du triangle ABC . 0,25pt
3. On considère la similitude directe S de centre B qui transforme A en C .
 - (a) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude S . 0,5pt
 - (b) Donner l'écriture complexe de S . 0,5pt
 - (c) \mathcal{E} est le cercle circonscrit au triangle ABC . Déterminer les caractéristiques de \mathcal{E}' image de \mathcal{E} par S . 0,75pt

EXERCICE 2 : 5 points

- A)** Une urne contient dix boules indiscernables au toucher : cinq vertes, trois rouges et deux jaunes. On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne. On considère les événements A : « les boules tirées sont vertes » ; B : « les boules tirées sont de la même couleur » ; C : « les boules tirées sont chacune de couleur différente ».
1. Calculer les probabilités $p(A), p(B)$ et $p(C)$. 1,5pt
 2. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de couleurs obtenues après le tirage.
 - (a) Déterminer la loi de probabilité de X . 1pt
 - (b) Calculer l'espérance mathématique de X . 0,5pt
- B)** Une entreprise achète, utilise et vend des machines après un certain nombre x_i d'années. Après six années, l'évolution du prix de vente y_i d'une machine en fonction du nombre d'années d'utilisation se présente comme suit :

Nombre d'années x_i	1	2	3	4	5	6
Prix y_i en milliers de FCFA	150	125	90	75	50	45

- Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de y en x . **1,5pt**
- En déduire une estimation du prix de vente d'une machine après 7 ans d'utilisation. **0,5pt**

PROBLEME : 10 points

PARTIE A : 3 points



Soit l'équation différentielle $(E) : y' - 2y = xe^x$.

- Déterminer les réels a et b pour que la fonction f définie par $f(x) = (ax + b)e^x$ soit solution de l'équation différentielle (E) . **1pt**
- Montrer qu'une fonction h est solution de l'équation (E) si et seulement si la fonction $h - f$ est solution de l'équation différentielle (E') : $y' - 2y = 0$. **0,5pt**
- (a) Résoudre l'équation (E') . **0,5pt**
 (b) En déduire l'ensemble solution de l'équation (E) . **0,5pt**
 (c) Déterminer la solution de l'équation (E) qui s'annule en 0. **0,5pt**

PARTIE B : 2,75 points

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2e^x - x - 2$.

- Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5pt**
- Etudier les variations de g et dresser son tableau des variations. **1pt**
- (a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions réelles dont l'une est 0 et l'autre, notée α , est telle que $-1,6 < \alpha < -1,5$. **0,75pt**
 (b) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x . **0,5pt**

PARTIE C : 4,25 points

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$ et \mathcal{E}_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité graphique 2cm.

- Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,75pt**
- Etudier les variations de f et dresser son tableau des variations. (On pourra utiliser la partie B) **1pt**
- Montrer que $f(\alpha) = -\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}$ et en déduire un encadrement de $f(\alpha)$ en utilisant l'encadrement de α obtenu à la partie B. **1pt**
- Représenter \mathcal{E}_f . **0,5pt**
- Calculer en cm^2 , l'aire du domaine délimité par \mathcal{E}_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$. **1pt**