OUVRAGE COLLABORATIF

100% GRATUIT

MATHEMATIQUES en 4e

Cours • Exercices

Conformes au nouveau programme en vigueur

Document libre et gratuit. Ne peut être vendu

Groupe WhatsApp

LES GRANDS PROFS DE MATHS

3EME EDITION

AVANT-PROPOS

Dans un contexte où l'insertion dans le monde de l'emploi est devenue de plus en plus difficile, beaucoup de pays ont opté pour un système éducatif solide où l'apprenant participe à la construction des savoirs qui lui permettront de maitriser son environnement en faisant face à des situations de vie réelles, complexes et diversifiées, une école intégrée, soucieuse du développement durable, et prenant en compte les cultures et les réquisits locaux à la place d'une école coupée de la société. C'est ainsi que dès 2014, le Cameroun a emboité le pas à d'autres pays africains et a ouvert ses portes à l'APC qui complètera progressivement l'APO jusqu'en classe de terminale en 2020. Pour le gouvernement, c'est un outil majeur pour atteindre l'émergence en 2035. Un groupe de jeune enseignant soucieux de l'éducation en Afrique en générale et au Cameroun en particulier a donc décidé de ne pas rester spectateur et de jouer les premiers rôles dans ce processus.

Cet ouvrage et toute la collection de la $6^{\text{ème}}$ en Tle sont l'œuvre de ce groupe d'enseignants dynamiques et rompus à la tâche. Ils sont réunis dans un forum whatsapp dénommé « Grandprofs de maths (GPM) ». Cette $3^{\text{ème}}$ édition est le fruit de l'un de ses objectifs majeurs, conséquence de trois mois et demi de travail à parti du 27/07/2020.

Conçus pour aider le personnel enseignant ainsi que ceux qui seront dans le besoin, cette édition n'a pas la prétention de remplacer les livres inscrits au programme mais d'être un complément d'outil de ces derniers. Chaque leçon de cette édition respecte les dernières mises à jour qu'a connues l'APC qui est encore jeune et en mutation au Cameroun. Ainsi, pour toutes les leçons de cette 3ème édition et dans toutes les classes, une forte corrélation est établie entre situation problème et activités d'apprentissages. L'objectif ici étant d'aider l'apprenant à dérouler lui-même les ressources de la leçon qui lui sont nécessaires à la résolution de la tâche évoquée par la situation problème.

Cette édition doit son succès à un groupe d'enseignants de mathématiques exerçant dans toutes les régions du Cameroun. Une mention spéciale est à décerner à tous les chefs d'ateliers qui ont travaillé inlassablement pour mener ce projet à bon port ; aux administrateurs, et au premier rang ***M. POUOKAM NGUEGUIM Léopold Lucien*** qui a su remobiliser les troupes quand le déroulement des travaux a connu un coup à cause de la rentrée scolaire ; difficile de ne pas mentionner l'un des pédagogues dont la contribution pour la fusion des documents a été capital, il s'agit de ***M. Ngandi Michel***. Nous ne saurons terminer sans féliciter les acteurs principaux, ceux-là qui ont cru en ce projet, y ont consacré leur précieux temps et leur savoir-faire non seulement dans la réalisation d'au moins l'un des 185 chapitres du projet mais aussi pour les critiques constructives qui ont permis d'optimiser la qualité des cours produits.

La perfection étant utopique, nous avons l'intime conviction et le ferme espoir que les éventuelles coquilles que pourrait contenir un document de cette collection rencontreront l'indulgente compréhension des utilisateurs. Toutefois, toutes éventuelles suggestions ou critiques constructives peuvent être envoyé via l'une des adresses mails suivantes : leopouokam@gmail.com ou gkppedro@yahoo.fr,

Tous les enseignants ou passionnés de mathématiques désirant faire partie de la famille « GPM » et disponibles à participer aux futurs projets du groupe peuvent écrire via whatsapp à l'un des administrateurs ci-dessous nommés:

M. GUELA KAMDEM Pierre **(697 473 953 / 678 009 612),** ***M. POUOKAM NGUEGUIM Léopold Lucien*** **(696 090 236/651 993 749),** ***M. TACHAGO WABO Wilfried Anderson*** **(699 494 671) et** ***M. NTAKENDO Emmanuel*** **(676 519 464).**

NB : toute utilisation d'un document de cette collection à but lucratif est formellement proscrite.

LES AUTEURS.

LES AUTEURS.

Liste des enseignants ayant participés au projet dans l'atelier 4ème sous la coordination de
M. POUOKAM NGUEGUIM Léopold Lucien

CHAPITRES	NOMS ET PRENOMS	N° de TELEPHONE
ARITHMÉTIQUE	POUOKAM NGUEGUIM LEOPOLD LUCIEN	696 090 236
LES NOMBRES RATIONNELS	NGONGANG NIVEL	695 996 813
PUISSANCES ENTIERE D'UN NOMBRE RATIONNEL	STANLEY ATENEBEUN	697 922 095
CALCUL LITTERAL	NDIAPA EMMANUEL	654 142 454
EQUATIONS ET INEQUATIONS	ADOUM MAHAMAT SIAKA	698 385 036
PROPORTIONNALITES	MKENGANG BLAISE	677 567 987
STATISTIQUES	KOUOMOGNE K. LAURENT	691 888 026
DISTANCES ET CERCLES	FEUDJIO ALEXIS PATRICE	679 141 672
LES VECTEURS	NGANDI MICHEL **(Chef d'atelier)**	656 507 935
TRANSLATIONS PYRAMIDES CONES DE REVOLUTION	MOUOKO AUGUSTIN	677 601 980
TRIANGLES REPERAGE	TALA STEPHANE	693 460 089
DROITES ET PLANS DE L'ESPACE	TALA STEPHANE	693 460 089

Module 9	*RELATIONS ET OPERATIONS FONDAMENTALES DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RATIONNELS.*

CHAPITRE 1

ARITHMÉTIQUE

INTERET : Savoir s'il s'agit de la recherche de PPCM ou d'une recherche de PGCD face à un problème de la vie courante.

MOTIVATION : Dans certaines situations de la vie courante, on fait souvent face à des problèmes de revêtement (carrelage, pavage, …) d'un sol, de plantation d'arbres dans un champ, de datation des coïncidences (dire dans combien de temps deux évènements périodiques se produiront simultanément…), de formation de groupes distincts et homogènes, dès lors on est contraint de chercher le PPCM ou le PGCD afin de pouvoir résoudre de tels situations. Cette leçon nous donne des méthodes pratiques de résolution de telles situations.

LEÇON 1

Décomposition en produit de facteurs premiers

Durée : 50 minutes

OBJECTIF PEDAGOGIQUE

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de décomposer un entier naturel en produit de facteurs premiers.

PRÉREQUIS

Division euclidienne et nombres premiers

- Qu'appelle-t-on division euclidienne ? R : c'est une division qui se fait entre deux nombres entiers.
- Fais la division de 33 par 5 puis de 234 par 6.
- 5 est-il un diviseur de 33 ? R : Non ! 6 est-il un diviseur de 234 ? R : Oui !
- Que traduit l'écriture $33 = 5 \times 6 + 3$, $5 > 3 \geq 0$? R : elle traduit la division euclidienne de 33 par 5.
- Que représente les nombres 33, 5, 6 et 3 pour cette division euclidienne ?

  S : ils représentent : le dividende :33, le diviseur :5, le quotient :6 et le reste :3.
- Qu'appelle-t-on nombre premier ?

  S : Tout nombre qui n'est divisible que par 1 et lui-même.

SITUATION PROBLEME

Pour jouer à une loterie de nombres, on demande à chaque joueur de tirer au hasard deux boules, Le numéro de la voiture qu'il gagnera sera le produit de tous les facteurs premiers communs issus de l'écriture de ces deux nombres. Arnold tire les boules portant les numéros 60 et 75.

Selon vous quel numéro a-t-il tiré ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

1) Cite les dix premiers nombres premiers. (2 ;3 ;5 ;7 ;11 ;13 ;17 ;19 ;23 ;29)

2) Qu'appelle-t-on "produit" de nombres entiers ? (C'est le résultat de leur multiplication)

3) Qu'appelle-t-on "facteurs" ? (Ce sont les éléments multipliés dans un produit)

4) Ecris sous forme de puissance ou de produit de puissance :

5) $3 \times 3 \times 3; 25 \times 25 \times 5; 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7; 2 \times 6 \times 9$

6) (Ici, il doit faire une décomposition)

7) Ecris chacun des nombres suivants comme produit de nombres premiers : 75, 60, 1001 et 19.
8) S : $75 = 3 \times 5 \times 5$, $60 = 6 \times 10 = 2 \times 3 \times 2 \times 5$; $1001 = 7 \times 11 \times 13$;
9) $1020 = 22 \times 3 \times 5 \times 17$; $330 = 22 \times 3 \times 5$.

Les produits obtenus sont appelés décomposition en produit de facteurs premiers.

10) Ecris le produit des facteurs premiers communs à 75 et 60. S : 3×5
11) Quel numéro a tiré Arnold ? S : 15

RESUME

Définition :

Décomposer ou écrire un nombre en produit de facteurs premiers c'est donner une écriture de ce nombre sous la forme dont les facteurs sont des puissances de nombres premiers.

Exemple : $60 = 22 \times 3 \times 5$ est la décomposition de 60 en produit de facteurs premiers.

Remarque :

Un nombre premier ne peut pas être décomposé en produit de plusieurs nombres premiers. Autrement dit, chaque nombre premier est sa propre décomposition : par exemple 17=17.

Méthode :

Pour décomposer un nombre en produit de facteurs premier, on utilise les critères de divisibilité en divisant successivement par chacun des nombres premiers qui lui sont inferieurs autant de fois que possible.

Exemple :

Décomposons les nombres 420, 108 et 48 en produit de facteurs premiers.

420	2
210	2
105	3
35	5
7	7
1	

La décomposition de 420 est donc : $420 = 22 \times 3 \times 5 \times 7$

EXERCICES D'APPLICATION

Décompose en produit de facteurs premiers, les nombres suivants : 160 ;395 ; 2020 et 50.

S : 50=2×52

Ecris les facteurs communs à 160 et 395 ; 2020 et 50.

LEÇON 2

PGCD de deux entiers naturels

Durée : 50 minutes

OBJECTIF PEDAGOGIQUE

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Déterminer le PGCD de deux entiers naturels par la décomposition en produit de facteurs premiers.
- Résoudre des problèmes faisant appel au PGCD.

PRÉREQUIS

Décompose en produit de facteurs premiers 1020 et 120.

S : 120=12×10=23×3×5 1020=102×10=22×3×5×17.

Ecris le produit des facteurs premiers communs à 75 et 60. S : $2^2 \times 3 \times 5$

SITUATION PROBLEME

Enoncé :

Un pâtissier dispose de 60 noisettes et de 108 fraises. Afin de préparer des bols de fruits pour le dessert, il désire répartir ces fruits en les utilisant tous, de façon à obtenir le maximum de bols identiques.

Pouvez-vous lui dire combien de bols de fruits il pourra produire tout en donnant le nombre de noisettes et de fraises contenus dans chaque bol ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

a) Décompose en produit de facteurs premiers 60 et 108.
   S : $60 = 2^2 \times 3 \times 5$; $108 = 2^2 \times 3^3$.
b) Ecris sous forme d'un produit, tous les facteurs premiers communs à 60 et 108.
   S : $2^2 \times 3$
c) Quel est le nombre obtenu ? S : 12. Est-il un diviseur de 60 et 108 ?
   S : 60=12×5 ;108=12×9
   Comment l'appelle-t-on ? S : pgcd (60 ; 108).
d) Donne le nombre maximum de bols. S : C'est pgcd (60 ; 108)

RESUME

Définition :

Soit a et b deux entiers naturels non nuls.

Le plus grand diviseur commun de a et b est le plus grand nombre qui divise à la fois a et b.

Exemple : $60 = 22 \times 3 \times 5$ est la décomposition de 60 en produit de facteurs premiers.

Notation :

On le note $PGCD\ (a\ ;\ b)$ ou $pgcd\ (a\ ;\ b)$.

Exemple :

$D_{(12)}\ = \{1,2\ ,3,4,6,12\}$
$D_{(18)}\ = \{1,2,3,6,9,18\}$

12 et 18 ont 4 diviseurs communs qui sont : 1,2,3,6.

Le plus grand est 6 : donc pgcd (12, 18) = 6.

Méthode :

Soient a et b deux nombres entiers naturels non nuls.

Pour déterminer le pgcd de a et b, on décompose a et b en produit de facteur premiers, Puis on obtient le pgcd de a et b en faisant le produit de tous les facteurs premiers communs affectés du plus petit exposant apparu dans les deux décompositions.

Exemple : Détermine pgcd (18 ;12).

$18 = 2 \times 3^2$; $12 = 3 \times 2^2$, donc $pgcd(18\,;12) = 2 \times 3 = 6$.

Remarque :

R1-Lorsque deux entiers naturels a et b n'ont aucun facteur premier commun, on dit que : $pgcd\ (a\ ;\ b)\ =\ 1$.

Dans ce cas, on dit que a et b sont des nombres premiers entre eux et les fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{b}{a}$ sont irréductibles.

Exemple : $PGCD(2\ ;\ 3)\ =\ 1$, donc les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{2}$ sont des fractions irréductibles.

R2-$PGCD\ (a\ ;\ a)\ =\ a$; exemple : $PGCD\ (4\ ;\ 4)\ =\ 4$.

R3-Lorsque qu'un nombre b divise un nombre a, on dit que $pgcd\ (a\ ;\ b)\ = b$.

Exemple : 6 divise 18, donc $pgcd\ (18\ ;\ 6)\ =\ 7$.

R4- Dans un exercice, lorsqu'on parle de constituer ou de former le plus grand nombre de groupes ou paquets identiques, ou alors de plus grande dimension possible ou si on cherche un nombre de taille maximale ayant telle ou telle propriété, alors il s'agit d'une recherche de pgcd.

EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1

1. Déterminer le PGCD des nombres 108 et 135.
2. Christ a 108 billes rouges et 135 billes noires. Il veut faire des paquets de billes de sorte que :
   - tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges ;
   - tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires ;
   - toutes les billes rouges et toutes les billes noires soient utilisées.

   a) Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?

   b) Combien y aura-t-il de billes rouges et de billes noires dans chaque paquet ?

Résolution.

a) Après décomposition en produit de facteurs premiers de 108 et 27, Le PGCD de 108 et 135 est 27.

b) Le nombre de paquets est le PGCD de 108 et 135, soit 27
   $108 : 27 = 4$; $135 : 27 = 5$.
   Donc, il y aura 4 billes rouges et 5 billes noires dans chaque paquet.

Exercice 2

Pour la compétition de football interclasse, le principal du collège veut former des équipes constituées du même nombre de filles et du même nombre de garçons. 40 filles et 100 garçons participent à ce match de football, le principal voudrait former le plus grand nombre d'équipes mixtes possibles.

1. Aidez le principal à déterminer le plus grand nombre d'équipes mixtes.
2. Combien de filles et combien de garçons constitueront chaque équipe ?

Résolution

1. On a 40 filles et 100 garçons. On veut constituer des équipes ayant le même nombre de filles et le même nombre de garçons. Autrement dit, on veut diviser le nombre de filles et le nombre de garçons par le même nombre qui sera le nombre d'équipes mixtes. Cela revient à chercher le pgcd de 40 et 100.

Calculons pgcd de 40 et 100.

100 et 40 se décomposent comme suit : $100 = 2^2 \times 5$, $40 = 2^3 \times 5$.

Donc $pgcd(40\,; 100) = 2^2 \times 5 = 20$, par conséquent le nombre d'équipe mixte est 20.

2. Pour calculer le nombre de filles et de garçons de chaque équipe mixte, on va diviser le nombre de filles et le nombre de garçons par le pgcd de 40 et 100

   Donc chaque équipe sera constituée de 5 garçons et de 2 filles.

Exercice 3

1. Christophe a un champ rectangulaire qu'il veut clôturer. Les dimensions du champ sont 39 m sur 135 m. Il veut planter des poteaux à distance régulière supérieure à 2 m et mesurée par un nombre entier de mètres. De plus, il place un poteau à chaque coin. Quelle est la distance entre deux poteaux et combien de poteaux doit-il planter ?
2. Albert décide de carreler son couloir de 5,18 m sur 1,85 m avec des carreaux de forme carrée, le côté du carré étant le plus grand possible.

   Calculer le côté du carreau carré.

Résolution

1. Pour que la distance soit un nombre entier de mètre, il faut choisir un diviseur commun à 39 et 135, supérieur à 2.

   $39 = 3 \times 13$

   $135 = 3 \times 5 \times 9$

   Le seul diviseur commun supérieur à 2 est 3. Il va planter 13 poteaux dans la largeur et 45 poteaux dans la longueur, soit 116 poteaux en tout.
2. Conversion : 5,18 m = 518 cm ; 1,85 m = 185 cm. Pour que les carreaux soient les plus grands possibles, le côté du carré doit être le PGCD de ces deux nombres, soit 37. Les carreaux doivent mesurer 37 cm de côté.

LEÇON 3

PPCM de deux entiers naturels

Durée : 50 minutes

OBJECTIF PEDAGOGIQUE

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Déterminer le PPCM de deux entiers naturels par la décomposition en produit de facteurs premiers.
- Résoudre des problèmes faisant appel au PPCM.

PRÉREQUIS

Décompose en produit de facteurs premiers 2024 et 120.

S : $120 = 12 \times 10 = 2^3 \times 3 \times 5$ $2024 = 204 \times 10 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 17.$

Ecris le produit des facteurs premiers communs à 75 et 60. S : $2^2\times3\times5$

SITUATION PROBLEME

Un Vendeur de fruits vend des sacs de pommes de France contenant 100 pommes et des sacs contenant 92 oranges à un commerçant qui veut constituer des cartons ayant autant de pommes de France que d'orange.

Combien de sacs d'oranges et de pommes de France le commerçant doit -il acheter ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

Enoncé

1) Décompose 18 et 12 en produit de facteurs premiers.
2) Ecris sous forme d'un produit, tous les facteurs à la fois communs ou pas à 18 et 12.
3) Le produit obtenu est-il multiple de 18 et 12 ? Comment appelle-t-on le nombre obtenu ?
4) Donne les sept premiers multiples de 12 et 18 puis les 2 premiers multiples communs non nuls.
5) Quel est le plus petit de ses multiples communs non nuls ?
6) Comment l'appelle-t-on ?

Solution

1) $100 = 2\hat{}2 \times 5^2 ; 92 = 2^2 \times 23$
2) $2^2 \times 5^2 \times 23 = 2300.$
3) Les 7 premiers multiples positifs de 12 sont : 0 , 12 , 24, 36, 48, 60 et 72.
   Les 7 premiers multiples positifs de 18 sont : 0 , 18 , 36, 54, 72, 90 et 108.
4) Les deux premiers multiples communs non nuls de 12 et 18 sont : 36 et 72.

36 est le plus petit commun multiple non nul de 12 et 18. On l'appelle **PPCM** de 12 et 18.

(Situation problème)

Pour répondre à cette question, tu cherches le $PPCM(100; 92)$

$100 = 2^2 \times 5^2$ et $92 = 2^2 \times 23$; donc $PPCM(100; 92) = 2^2 \times 5^2 \times 23 = 2300$

Le commerçant devra avoir 2300 pommes de France et 2300 oranges pour pouvoir faire des cartons avec autant d'oranges que de pommes de France.

2300 : 100=23 ; 2300 : 92=25.

Donc, ce commerçant doit acheter 25 sacs d'oranges et 23 sacs de pommes de France.

RESUME

Définition :

Soit a et b deux entiers naturels non nuls.

On appelle Plus petit commun multiple de a et , le plus petit nombre non nul à la fois multiple de a et b.

Notation :

On le note $PPCM\ (a\ ;\ b)$ ou $ppcm\ (\ a\ ;\ b\ )$.

Exemple :

$ppcm(12\ ; 18) = 36$ (Voir activité)

Méthode :

Soient a et b deux nombres entiers naturels non nuls.

Pour déterminer le PPCM de a et b, on décompose a et b en produit de facteurs premiers. Puis on obtient le PPCM en faisant le produit de tous les facteurs premiers affectés du plus grand exposant apparu dans les deux décompositions.

Exemple : Détermine PPCM (12, 16).

12 et 16 peuvent s'écrire $12 = 2^2 \times 3$; $16 = 2^4$; donc PPCM (12, 16) $= 2^4 \times 3 = 16 \times 3 = 48$.

Remarque :

R_1. Pgcd (a, b) =1 signifie que PPCM (a, b) = a x b.

R_2. Lorsque a et b n'ont aucun diviseur premier commun dans la décomposition en produit de facteurs premiers, alors $PPCM\ (a, b) = a \times b$.

Exemple : pgcd (5,7) = 1 ; donc $PPCM\ (5, 7) = 5 \times 7 = 35$

PPCM (33, 10) = 33x10=330 car $33 = 3 \times 11$ et $10 = 2 \times 5$ n'ont aucun diviseur premier commun dans leur décomposition en produit de facteurs premiers.

R3-Si b divise a alors $PPCM\ (a, b) = a$.

Exemple : 8 divise 24 ; donc PPCM (24, 8) = 24.

R_4. On ne peut pas énumérer tous les multiples communs de deux entiers naturels.

EXERCICES D'APPLICATION

Léa et Ramos font des tours du stade omnisport. Léa met 12 secondes pour faire le tour du stade tandis que Ramos met 18 secondes. Les deux sportifs prennent le départ sur la même ligne au même moment, il est 6h00 sur la montre de Ramos.

a) Quel est le temps minimal qu'il faut pour que les deux se rencontrent sur la même ligne de départ ?
b) Au moment de cette rencontre combien de tour(s) aura fait chacun de ses sportifs ?
c) A quelle heure se rencontreront-ils sur la ligne de départ pour la première fois, pour la deuxième fois ?

Résolution.

a) *Etape 1* : Lire attentivement le problème et voir si on doit utiliser la recherche d'un PPCM

Comme nous pouvons le voir, on demande de trouver après combien de temps les deux sportifs vont se retrouver simultanément sur la ligne de départ, connaissant le temps que chacun met pour revenir à cette ligne de départ. On doit utiliser la recherche d'un PPCM. (À dire aux apprenants)

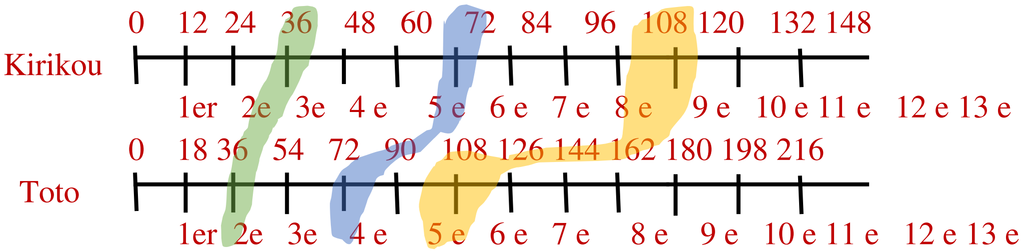
Etape 2 : Repérer les différents nombres dont on cherche le PPCM.

On cherche le PPCM de 12 et 18.

Etape 3 : Calcul de PPCM (12;18).

$\mathbf{12 = 2^2 \times 3}$; $\mathbf{18 = 2 \times 3^2}$; donc $\boldsymbol{PPCM}(\mathbf{12;18}) = \mathbf{2^2 \times 3^2 = 36}$.

Illustration par un graphique.



Ce temps minimal est 36 secondes qui est le PPCM (12,18).

Etape 4 : Interprétation.

Les deux sportifs vont se retrouver simultanément sur la ligne de départ après 36s.

b) Le nombre de tour fait par chaque sportif :

Léa: $36 \div 12 = 3$

Ramos : $36 \div 18 = 2$

Donc Léa fait 3 tours et Ramos 2 tours

c) Après combien de temps les deux sportifs vont-ils se rencontrer pour la 3eme fois ? A ce moment combien de tours aura fait chacun ?

Homework ☹

Wilfried est un vaillant et courageux pirate. Il vient de déterrer un précieux coffre-fort qui contient un trésor. Pour ouvrir le coffre-fort, il doit connaître le code donné par l'énigme suivante : Le produit de deux nombres est égal à 180. Le pgcd entre ces deux mêmes nombres est égal à 6. Le nombre secret est le PPCM entre ces deux nombres. Quel est le code qui permet d'ouvrir le coffre-fort ? Explique.

CHAPITRE 2

LES NOMBRES RATIONNELS

MOTIVATION : Au quotidien, nous sommes confrontés au problème de partage et de proportion nous amenant ainsi à étudier un nouvel ensemble mathématique : l'ensemble des nombres rationnels.

LEÇON 1

Introduction de l'ensemble des nombres rationnels

Durée : 50 minutes

OBJECTIF PEDAGOGIQUE

A la fin de cette leçon, l'apprenant doit : reconnaitre un nombre rationnel, déterminer l'opposé d'un nombre rationnel et reconnaitre un nombre rationnel non décimal.

PREREQUIS

1) Ecrire sous la forme d'une fraction irréductible les nombres décimaux suivants :

   a) -0,5 ; b) 2,65.

2) $opp(-5) = \cdots$; $opp\left(\frac{2}{9}\right) = \cdots$; $(4) + (-4) = \cdots$

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

1) A l'aide d'une calculatrice, donne le résultat des quotients suivants.

   $\frac{7000}{3} = \cdots$; $\frac{-2}{5} = \ldots..$; $\frac{1}{3} = \cdots$; $\frac{3}{2} = \cdots..$; $\frac{3}{4} = \cdots..$; $\frac{2}{11} = \cdots.$; $-\frac{2}{11} = \cdots.$

2) Recopie et complète par un des symboles $\in$ ou $\notin$

   $\frac{7000}{3} = \cdots \mathbb{D}$; $\frac{-2}{5} = \cdots \mathbb{D}$; $\frac{1}{3} = \cdots \mathbb{D}$; $\frac{3}{2} = \cdots \mathbb{D}$; $\frac{3}{4} = \cdots \mathbb{D}$; $\frac{2}{11} = \cdots \mathbb{D}$;

   $-\frac{2}{11} = \cdots \mathbb{D}$;

3) Effectue :

   $\frac{3}{4} + \left(\frac{-3}{4}\right) = \cdots..$; $\frac{2}{11} + \left(-\frac{2}{11}\right) = \cdots$

4) La CDE Peut-elle effectuer aisément cette distribution ?

Solution

1) $\frac{7000}{3} = 233,3333\ldots$; $\frac{-2}{5} = -0,4$; $\frac{1}{3} = 0,3333\ldots$; $\frac{3}{2} = 1,5$;

   $\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{2}{11} = 0,181818\ldots$; $-\frac{2}{11} = -0,181818\ldots$

2) $\frac{7000}{3} = \notin \mathbb{D}$; $\frac{-2}{5} = \in \mathbb{D}$; $\frac{1}{3} =\notin \mathbb{D}$; $\frac{3}{2} = \in \mathbb{D}$; $\frac{3}{4} =\in \mathbb{D}$; $\frac{2}{11} =\notin \mathbb{D}$; $-\frac{2}{11} =\notin \mathbb{D}$;

3) $\frac{3}{4}+\left(\frac{-3}{4}\right)=\frac{3+(-3)}{4}=\frac{0}{4}=0$; $\frac{2}{11}+(\frac{-2}{11})=\frac{2+(-2)}{11}=\frac{0}{11}=0$

4) La CDE ne Peut pas effectuer aisément cette distribution car $\frac{7000}{3}$ n'est pas un nombre décimal.

Remarques

$-\frac{2}{5}$; $\frac{3}{4}$ sont des nombres décimaux ;

$\frac{7000}{3}=233,3333\ldots$ a une partie décimale infinie et périodique (après la virgule , les mêmes nombres se répètent)

$\frac{1}{3}$; $\frac{2}{11}$;$-\frac{2}{11}$; $\frac{7000}{3}$ ne sont pas des nombres décimaux ; ils sont dits rationnels.

$-\frac{2}{5}$; $\frac{3}{2}$ sont aussi des nombres rationnels. ($\frac{3}{2}=1,5000000000000000\ldots$)

$-\frac{3}{4}$ est l'opposé de $\frac{3}{4}$, l'opposé de $-\frac{2}{11}$ est $\frac{2}{11}$.

RESUME

Soient a et b deux nombres entiers relatifs avec $b\neq 0$

Définitions

Un nombre rationnel est soit une fraction soit l'opposé d'une fraction.

Un nombre rationnel est noté $\frac{a}{b}$. Ce nombre est positif lorsque a et b ont le même signe et négatif lorsque a et b sont de signe contraire.

L'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$.

Tout nombre décimal est un nombre rationnel. On dit que ID est une partie de $\mathbb{Q}$ et on note $\mathbb{D}\subseteq\mathbb{Q}$ (Lire $\mathbb{D}$ inclus dans $\mathbb{Q}$). On a alors $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}$

Opposé d'un nombre rationnel

Deux nombres rationnels sont opposés l'un de l'autre si leur somme est égale à zéro.

L'opposé de $\frac{a}{b}$ est $-\frac{a}{b}$. on écrit : $opp(\frac{a}{b})=-\frac{a}{b}$. On note : $-\frac{a}{b}=\frac{a}{-b}=\frac{-a}{b}$

Nombre rationnel non décimal

Si la division de a par b admet une écriture décimale infinie et périodique, alors $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel non décimal.

Tout nombre rationnel qui admet une écriture sous la forme $\frac{a}{2^m \times 5^n}$ $(a \in \mathbb{Z}\ ;\ m, n \in \mathbb{N})$ est un nombre décimal relatif.

Exemple 1 : Recopie et complète par un des symboles ∈ ou ∉

$\frac{23}{11} \ldots \mathbb{D}$; $\frac{23}{11} \ldots \mathbb{Q}$; $\frac{7}{3} \ldots \mathbb{D}$; $-\frac{7}{3} \ldots \mathbb{Q}$; $\frac{3}{5} \ldots \mathbb{D}$; $\frac{3}{5} \ldots \mathbb{Q}$; $\frac{41}{17} \ldots \mathbb{D}$; $\frac{41}{17} \ldots \mathbb{Q}$

$opp\left(-\frac{7}{3}\right) = \cdots$; $opp\left(\frac{-8}{-3}\right) = \cdots$; $opp\left(\frac{1}{3}\right) = \cdots$; $opp\left(opp(-\frac{7}{3})\right) = \cdots$

Exemple 2 : Recopie et complète le tableau suivant

Nombre	$\frac{-3}{-4}$	$\frac{-3}{12}$	$\frac{15}{22}$	$\frac{11}{-4}$
Signe				

Exemple 3 : (faire à la maison)

Parmi les nombres rationnels suivants : $-\frac{13}{5\,000}$; $\frac{14}{20}$; $-\frac{7}{90}$. Écrire ceux qui sont des nombres décimaux.

Ecrire chacun de ces nombres décimaux sous la forme $\frac{a}{2^m \times 5^n}$ $(a \in \mathbb{Z}, m, n \in \mathbb{N})$.

TAF : voir livre de l'élève

LEÇON 2

Opérations dans l'ensemble des nombres rationnels

Durée : 50 minutes

OBJECTIF PEDAGOGIQUE

Effectuer la somme, le produit, le quotient de nombres rationnels

PREREQUIS

1) L'inverse de 4/3 est…. L'inverse de 2 est …
2) Effectue les opérations suivantes : $A = \frac{1}{3} + \frac{4}{3}$; $B = \frac{14}{13} - \frac{23}{13}$; $C = 2 \times \frac{5}{7}$; $D = \frac{11}{7} \div \frac{4}{3}$

SITUATION DE VIE

En vue de recevoir ses amis dans l'après-midi, la petite BIJOU veut préparer un cocktail de jus de fruits. Dans un pot gradué, elle met les $\mathbf{\frac{3}{8}}$ de jus d'orange et les $\mathbf{0,15}$ de jus de papaye. Elle rajoute ensuite le jus d'ananas pour qu'il y'ait trois fois plus de jus de papaye, puis elle complète le pot avec le sirop de grenadine. Comment calculer la proportion de sirop de grenadine ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

1) Calculer la proportion du jus d'ananas.
2) Déterminer l'écriture en ligne de la proportion du sirop de grenadine.
3) Calculer la proportion du sirop de grenadine.

Solution

1) La proportion du jus d'ananas est : $\frac{0,15}{3} = \frac{15}{300} = \frac{1}{20}$
2) L'écriture en ligne de la proportion du sirop de grenadine est : $1 - (\frac{3}{8} + 0,15 + \frac{1}{20})$
3) Calculons la proportion du sirop de grenadine.

$$1 - \left(\frac{3}{8} + 0,15 + \frac{1}{20}\right) = 1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{15}{100} + \frac{1}{20}\right)$$

$$= 1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{20} + \frac{1}{20}\right)$$

$$= 1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{3+1}{20}\right)$$

$$= 1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{4}{20}\right)$$

$$= 1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{5}\right)$$

$$= 1 - \left(\frac{3 \times 5 + 8 \times 1}{8 \times 5}\right)$$

$$= 1 - \frac{23}{40} = \frac{40 \times 1 - 23}{40} = \frac{17}{40}$$

RESUME

Additionner et multiplication de deux nombres rationnels

$\frac{a}{b}$; $\frac{c}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont des nombres rationnels non nuls ; $\boldsymbol{k}$ un nombre décimal.

On a : $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$; $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$; $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a\times d + c\times b}{b\times d}$; $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a\times d - c\times b}{b\times d}$; $\boldsymbol{k} \times \frac{a}{b} = \frac{k\times a}{b}$; $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a\times c}{b\times d}$.

Pour multiplier deux nombres rationnels, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Inverse d'un nombre rationnel non nul.

- Deux nombres rationnels non nuls sont inverses l'un de l'autre lorsque leur produit est égal à 1 ;
- L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ $(\boldsymbol{a \neq 0 , b \neq 0})$ et $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \mathbf{1}$;
- 0 n'a pas d'inverse.

Quotient de deux nombres rationnels non nuls

Pour diviser (effectuer le quotient) de deux nombres rationnels non nuls, on multiplie le premier par l'inverse du deuxième. $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a\times d}{b\times c}$

Règle de suppression des parenthèses

$\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel. On a :

$-\left(-\frac{a}{b}\right)=\frac{a}{b}$; $-\left(+\frac{a}{b}\right)=-\frac{a}{b}$; $+\left(+\frac{a}{b}\right)=\frac{a}{b}$; $+\left(-\frac{a}{b}\right)=-\frac{a}{b}$

Propriétés

1) $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ et $\boldsymbol{c}$ sont des nombres rationnels. On a :

   $\boldsymbol{a+b=b+a}$; $\boldsymbol{(a+b)+c=a+(b+c)}$; $\boldsymbol{a\times b=b\times a}$;

   $\boldsymbol{(a\times b)\times c=a\times(b\times c)}$

2) Pour calculer une expression numérique de nombres rationnels, on effectue dans l'ordre : les puissances, les expressions entre parenthèses, les produits et enfin les sommes.

Exemple

Effectue les opérations suivantes et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$A=\frac{-6}{5}+\frac{8}{15}$; $B=\frac{3}{7}-\frac{5}{3}$; $C=-\frac{13}{3}-\frac{5}{4}$;

$E=-\frac{2}{3}\times\left(-\frac{15}{8}\right)\times\frac{4}{7}$; $F=\left(\frac{10}{3}-\frac{8}{5}\right)\times\frac{7}{4}$; $G=\frac{3}{11}\times\left(\frac{1}{6}\right)$

$X=\frac{\frac{7}{2}}{6}$; $Y=\frac{9}{\frac{3}{7}}$; $Z=\frac{1}{9}\div-\frac{1}{3}$; $T=\frac{-\frac{4}{9}}{-8}$

$P=\left(\frac{10}{3}:\frac{-8}{5}\right)\times\frac{7}{4}$; $Q=\frac{3}{11}\times\left(\frac{1}{6}+5\right)$

EXERCICE D'APPLICATION

Papa a réuni la somme de 3000F à partager entre Bijou, Cachou et Pitou. Bijou l'aine prend les $\frac{3}{5}$ du montant. Son petit frère Cachou prend les $\frac{2}{3}$ de ce qui reste et le reste revient à Pitou le cadet.

Calculer la part de Bijou.

Quel est la fraction qui représente le montant restant ? Calculer ce montant.

Calcule la part de Cachou et la part de Pitou.

LEÇON 3

Comparaison de nombres rationnels

Durée : 50 minutes

OBJECTIF PEDAGOGIQUE

Comparer deux nombres rationnels.

PREREQUIS

Comparer les nombres suivants : $\frac{1}{3}$ et $\frac{4}{3}$; $\frac{14}{3}$ et $\frac{14}{13}$; $-\frac{7}{9}$ et $\frac{15}{11}$; 0 et $-\frac{7}{90}$

SITUATION DE VIE

Fatou possède une certaine somme d'argent. Elle dépense $\frac{7}{90}$ le vendredi et $\frac{15}{110}$ le samedi.

Quel jour a-t-elle plus dépensé ?

ACTIVITÉS D'APPRENTISSAGE

Activité 1

1) Décomposer 90 et 110 en produit de facteurs premiers.
2) En déduire $PPCM\ (90; 110)$
3) Recopie et complète $\frac{7}{90} = \frac{\dots\dots\dots}{990}$; $\frac{15}{110} = \frac{\dots\dots\dots}{990}$
4) Comparer $\frac{7}{90}$ et $\frac{15}{110}$ et conclure.
5) Compléter par un des symboles < ; > ou =
   $\frac{7}{90}$ … $\frac{15}{110}$; $-\frac{7}{90}$ … $-\frac{15}{110}$; $\frac{7}{90}+2$ … $\frac{15}{110}+2$; $\frac{7}{90}\times 2$ … $\frac{15}{110}\times 2$; $\frac{7}{90}\times(-2)$ … $15/110\ \times(-2)$
6) Ranger dans l'ordre croissant les nombres rationnels : $\frac{7}{90}$; $\frac{15}{110}$; $-\frac{7}{90}$ et $-\frac{15}{110}$.

Activité 2

1) Trouver le signe de $\frac{7}{90}-\frac{15}{110}$
2) En déduire une comparaison de $\frac{7}{90}$ et $\frac{15}{110}$.

Solution activité 1

1) $90 = 2 \times 3^2 \times 5$; $110 = 2 \times 5 \times 11$
2) $PPCM\ (90\,;110)\ = 2 \times 3^2 \times 5 \times 11 = 990$
3) $\frac{7}{90} = \frac{70}{990}$; $\frac{15}{110} = \frac{135}{990}$
4) Puisque $\frac{70}{990} < \frac{135}{990}$ alors $\frac{7}{90} < \frac{15}{110}$; Fatou a plus dépensé le samedi.
5) Complétons par un des symboles < ; > ou =

   $\frac{7}{90} < \frac{15}{110}$; $-\frac{7}{90} > -\frac{15}{110}$; $\frac{7}{90} + 2 < \frac{15}{110} + 2$; $\frac{7}{90} \times 2 < \frac{15}{110} \times 2$; $\frac{7}{90} \times (-2) > \frac{15}{110} \times (-2)$
6) Rangeons dans l'ordre croissant les nombres rationnels : $\frac{7}{90}$; $\frac{15}{110}$; $-\frac{7}{90}$ et $-\frac{15}{110}$

   On a $-\frac{15}{110} < -\frac{7}{90} < \frac{7}{90} < \frac{15}{110}$.

Solution activité 2

1) $\frac{7}{90} - \frac{15}{110} = \frac{70}{990} - \frac{135}{990} = -\frac{65}{990}$. Donc $\frac{7}{90} - \frac{15}{110}$ négatif.
2) $\frac{7}{90} < \frac{15}{110}$

RÉSUMÉ

Comparaison de nombres rationnels

Si deux nombres rationnels sont rangés dans un ordre donné, alors leurs opposés sont rangés dans l'ordre contraire. Si $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, alors $-\frac{a}{b} < -\frac{c}{d}$

Pour comparer deux nombres rationnels positifs, on peut les réduire au plus petit dénominateur commun qui est égal au PPCM des dénominateurs de ces deux nombres rationnels.

Propriétés

a, b et c sont des nombres rationnels.

- $a = b$ signifie que $a - b = 0$
- $a < b$ signifie que $a - b < 0$
- $a > b$ signifie que $a - b > 0$
- Si $a < b$, alors $a + c < b + c$ et $a - c < b - c$
- Si $a < b$ et $c > 0$, alors $a \times c < b \times c$
- Si $a < b$ et $c < 0$, alors $a \times c > b \times c$

EXERCICE D'APPLICATION

Dans chaque cas, dis quel est le nombre le plus grand.

a) $\frac{1}{8}$ et $-\frac{7}{3}$; b) $\frac{4}{5}$ et $\frac{8}{7}$; c) $\frac{7}{2}$ et $\frac{24}{7}$; d) $\frac{-2}{3}$ et $\frac{3}{-4}$

e) $\frac{-4}{-12}$ et $\frac{4}{7}$

TAF : voir livre de l'élève

LEÇON 4

Encadrement d'un nombre rationnel

Durée : 50 minutes

OBJECTIF PEDAGOGIQUE

Encadrer une somme, un produit de nombres rationnels.

PRÉREQUIS

Le périmètre du rectangle est : $P = \cdots$

L'aire de la surface du rectangle est $A = \cdots$

SITUATION DE VIE

Le terrain de Martine est rectangulaire. Martine ne connaît pas les dimensions de son terrain ; Mais elle est sûre que sa longueur est comprise entre 25,6 mètres et 27,5 mètres, tandis que sa largeur est comprise entre 11,75 mètres et 15,10 mètres. Elle aimerait sécuriser son terrain en l'entourant avec 3 rangés de fil barbelé qui se vend à 500F CFA le mètre sur le marché. Comment déterminer le montant maximal qu'il lui faut pour acheter la quantité utile de fil barbelé ainsi que la surface maximale de son terrain ?

ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE

Activité

On désigne par$L$ la longueur et par l la largeur du terrain de Martine.

1) Donner un encadrement de L puis de l.
2) Donner un encadrement de $L \times l$ puis en déduire l'aire maximal de ce terrain.
   a. Donner un encadrement de $L + l$ puis du périmètre de ce terrain.
   b. Déduire un encadrement de la quantité utile de fil barbelé.
   c. Déduire en fin le montant maximal qu'il lui faut pour acheter la quantité utile de fil barbelé.

Solution

1) $25{,}6<L<27{,}5$; $11{,}75<l<15{,}10$.

2) Donnons un encadrement $25,6 \times 11,75 < L \times l < 27,5 \times 15,10$

   soit $200,8m^2 < L \times l < 415,25m^2$

   L'aire maximale de ce terrain est de : $415,25m^2$

3)

   a. un encadrement de $L + l$ est de : $25,6m < L < 27,5m$;

   $$11,75m < l < 15,10m$$

   En additionnant membre à membre, on obtient $38,25m < L + l < 42,6m$

   Un encadrement du périmètre de ce terrain est : $P = (L + l) \times 2$

   On a : $38,25 \times 2 < (L + l) \times 2 < 42,6 \times 2$ soit $76,5m < p < 85,2m$

   b. Déduisons un encadrement de la quantité utile de fil barbelé.

   $76,5 \times 3 < p \times 3 < 85,2 \times 3$ soit $229,5m < p \times 3 < 255,6m$

   c. Le montant maximal qu'il lui faut pour acheter la quantité utile de fil barbelé est de : $255,6 \times 500 = 127\ 800\ F$

RÉSUMÉ

Lorsqu'on additionne membre à membre deux inégalités de même sens, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.

EXERCICE D'APPLICATION

On considère les nombres rationnels a, b et c tels que

$2 < a < 5$; $-6 < b < -4$ et $3 < c < 6$

1) Déterminer un encadrement de $-3b$
2) Déterminer un encadrement de $a + b$ et de ac.

TAF : voir livre de l'élève

LEÇON 5

Troncature et arrondi d'un nombre rationnel

Durée : 50 minutes

OBJECTIF PEDAGOGIQUE

Déterminer la troncature et l'arrondi d'ordre n d'un nombre rationnel

PRÉREQUIS

L'ordre d'un nombre décimal est le nombre de ses chiffres après la virgule.

Effectue la division euclidienne de 170 par 157 on s'arrêtera à l'ordre 4.

SITUATION DE VIE

Par une communication téléphonique, monsieur ZEH passe la commande d'une table circulaire à monsieur FOUDA son menuisier. Il aimerait que, la circonférence de cette table soit égale à 6,8 m. Comment monsieur FOUDA peut-il procéder pour choisir la longueur du rayon de cette table ?

ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE

(C) est un cercle de centre O et de circonférence 6,8 m. On note R le rayon de (C).

1) Montrer que, le rayon de ce cercle est $R = \frac{170}{157}\ m = 1{,}082803\ m$
2) L'écriture de R avec aucun chiffre après la virgule est $R = \cdots$
3) L'écriture de R avec deux chiffres après la virgule est $R = \cdots$
4) Un encadrement de R par deux nombres décimaux consécutifs ayant un chiffre après la virgule est ... $< R <$ ...
5) Un encadrement de R par deux nombres décimaux consécutifs ayant deux chiffres après la virgule est ... $< R <$ ...

Solution

1) $P = 2 \times R \times 3{,}14$ soit $R = \frac{P}{2 \times 3{,}14} = \frac{6{,}8}{6{,}28} = \frac{680}{628} = \frac{170}{157}\ m = 1{,}082803m$
2) L'écriture de R avec aucun chiffre après la virgule est R=1
3) L'écriture de R avec deux chiffres après la virgule est R=1,08
4) $1{,}0 < R < 1{,}1$

5) $1,08 < A < 1,09$

Remarque

1 est la troncature à l'unité de $\frac{170}{157}$; 1,08 est la troncature d'ordre deux de $\frac{170}{157}$.

1 est l'arrondi à l'unité de $\frac{170}{157}$; 1,1 est l'arrondi d'ordre un de $\frac{170}{157}$ et 1,08 est l'arrondi d'ordre 2.

RÉSUME

La troncature d'ordre $\boldsymbol{n}$ d'un nombre rationnel est l'écriture décimale de ce nombre en retenant n chiffres après la virgule.

Les arrondis sont obtenus après avoir observé le chiffre qui suit le rang indiqué.

Si ce chiffre est 0 ;1 ;2 ;3 ou 4, alors arrondis c'est faire une troncature.

Si ce chiffre est 5 ; 6 ;7 ; 8 ou 9, alors arrondis c'est effectuer une troncature et augmenter systématiquement de 1 la dernière décimale de la troncature.

Exemple

On donne $A = \frac{37}{7} = 5,285714$ et $B = -\frac{18}{7} = -2,571429$

Recopie et complète

	D'ordre 0 (à l'unité)	D'ordre 1 (au dixième)	D'ordre 2 (au centième)
La troncature de A			
L'arrondi de A			
La troncature de B			
L'arrondi de B			

TAF : voir livre de l'élève

CHAPITRE 3

PUISSANCE ENTIERE D'UN NOMBRE RATIONNEL

INTERET : Résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie telles que : l'achat ou la vente des biens de consommation, le partage des biens, la vérification d'une facture après paiement, la comparaison des prix des objets, l'exploitation des taux.

MOTIVATION : Certaines situations de la vie courante telles que la détermination de la masse d'un corps, la vitesse d'un mobile nécessitent l'utilisation des puissances d'où l'importance de ce chapitre.

LEÇON 1

Puissance d'un nombre rationnel d'exposant entier relatif

Durée : 50 minutes

OBJECTIF PEDAGOGIQUE

Calculer a^n où a et n convenablement choisis sont respectivement un nombre rationnel et un entier relatif.

PREREQUIS

Dans chacun des cas suivants, écris sous la forme d'une puissance :

$8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 =$ 11 au cube=……… ; 10 exposant 5=………… ;

$7^4 \times 7^3 = 7^{\dots\dots}$ $(9^3)^4 = 9^{\dots}$

Sans effectuer l'opération donne le signe du résultat de chacune des opérations suivantes :

$(-2)^{57}$; $(+7)^{97}$; $(-17)^{68}$

Solution

$8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^6$ 11 au cube= 11^3 ; 10 exposant 5= 10^5 ;

$7^4 \times 7^3 = 7^7$; $(9^3)^4 = 9^{12}$

$(-2)^{57}$ est négatif $(+7)^{97}$ est positif $(-17)^{68}$ est positif

SITUATION PROBLEME

Pendant la pause, Olama a acheté un pain. Il a donné $\frac{2}{5}$ de son pain à son ami Joel. Joel à son tour a donné $\frac{2}{5}$ de ce qu'il a reçu à Romeo. Romeo aussi a donné $\frac{2}{5}$ de ce qu'il a reçu à Eric. Et enfin Eric a donné $\frac{2}{5}$ de ce qu'il a reçu à Paul.

Quelle fraction du pain de départ Paul a-t-il reçu ?

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

Complète convenablement les pointillés :

- $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^4} = \frac{\dots\times\dots\times\dots\times\dots}{\dots\times\dots\times\dots\times\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

- L'inverse de $\left(\frac{3}{5}\right)^4$ est alors $\frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}$
- $\left(\frac{5}{3}\right)^4 = \frac{5^4}{3^4} = \frac{\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots}{\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}$
- Que remarques tu ? …………………

N.B : L'inverse de $\left(\frac{3}{5}\right)^4$ est noté $\left(\frac{3}{5}\right)^{-4}$

- $\frac{7^5}{7^3} = \frac{\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots}{\ldots\times\ldots\times\ldots} = \ldots.\times\ldots. = 7^{\ldots}$
- Que remarques tu ? …………………
- $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{4^2}{5^2} \times \frac{4^3}{5^3} = \frac{4^{\ldots}}{5^{\ldots}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{\ldots}$
- $\left(\frac{5}{7}\right)^4 \times \left(\frac{11}{8}\right)^4 = \frac{5^4}{7^4} \times \frac{11^4}{8^4} = \frac{(\ldots\times\ldots)^4}{(\ldots\times\ldots)^4} = \frac{(\ldots)^4}{(\ldots)^4} = \left(\frac{\ldots}{\ldots}\right)^4$

Solution

- $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^4} = \frac{3\times3\times3\times3}{5\times5\times5\times5} = \frac{81}{625}$
- L'inverse de $\left(\frac{3}{5}\right)^4$ est alors $\frac{625}{81}$
- $\left(\frac{5}{3}\right)^4 = \frac{5^4}{3^4} = \frac{5\times5\times5\times5}{3\times3\times3\times3} = \frac{625}{81}$
- Je remarque que l'inverse de $\left(\frac{3}{5}\right)^4$ est $\left(\frac{5}{3}\right)^4$
- $\frac{7^5}{7^3} = \frac{7\times7\times7\times7\times7}{7\times7\times7} = 7 \times 7 = 7^2$
- Je remarque que l'exposant de 7 à la réponse finale est obtenu en faisant 5-3
- $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{4^2}{5^2} \times \frac{4^3}{5^3} = \frac{4^5}{5^5} = \left(\frac{4}{5}\right)^5$
- $\left(\frac{5}{7}\right)^4 \times \left(\frac{11}{8}\right)^4 = \frac{5^4}{7^4} \times \frac{11^4}{8^4} = \frac{(5\times11)^4}{(7\times8)^4} = \frac{(55)^4}{(56)^4} = \left(\frac{55}{56}\right)^4$

Par rapport au pain de départ, Joel a reçu $\frac{2}{5}$; Romeo a reçu $\left(\frac{2}{5}\right)^2$; Eric a reçu $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ et Paul a recu $\left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{16}{625}$

RESUME

Soient a ; b ; m et n quatre nombres entiers naturels non nuls. Pour calculer une puissance d'un nombre rationnel d'exposant entier relatif, on utilise les propriétés suivantes :

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

  Exemple : $\left(-\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{(-3)^4}{5^4} = \frac{81}{625}$

- L'inverse de $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ est $\left(\frac{b}{a}\right)^n$ et est noté $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$. Et donc $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

  Exemple : $\left(-\frac{7}{2}\right)^{-3} = \left(-\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{(-3)^3}{5^3} = -\frac{27}{125}$

- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

  Exemple : $9^{-2} = \frac{1}{9^2} = \frac{1}{81}$

- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

  Exemple : $\frac{3^{11}}{3^{15}} = 3^{11-15} = 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

- $\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n\times m}$

  Exemple : $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4\times 5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-20} = \left(\frac{3}{2}\right)^{20}$

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$

  Exemple : $\left(\frac{11}{15}\right)^{-87} \times \left(\frac{11}{15}\right)^{85} = \left(\frac{11}{15}\right)^{-87+85} = \left(\frac{11}{15}\right)^{-2} = \left(\frac{15}{11}\right)^2 = \frac{15^2}{11^2} = \frac{225}{121}$

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right)^n$

  Exemple : $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{10}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{5} \times \frac{10}{3}\right)^4 = \left(\frac{20}{15}\right)^4 = \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{4^4}{3^4} = \frac{256}{81}$

Rappels : $a^0 = 1$ et $a^1 = a$

EXERCICE D'APPLICATION

Effectue les opérations suivantes et donne le résultat sous forme irréductible.

$A = \frac{5^{-2}\times 3^{-4}\times 5^4}{5^3\times 3^{-5}}$ $\qquad B = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \frac{5^2\times 7}{8}$ $\qquad C = 5^{-3} \times 10^5 \times (2^3)^{-2}$

TAF : exercices à faire à la maison. Voir livre.

LEÇON 2

Ecriture scientifique d'un nombre décimal

Durée : 50 minutes

OBJECTIF PEDAGOGIQUE

Ecrire un nombre décimal sous des formes faisant intervenir des puissances de 10 et réciproquement.

PREREQUIS

Calcule de manière performante : $0,45678 \times 1000 =$; $4356 \div 100 =$

SOLUTION

$0,45678 \times 1000 =$ 456,78 ; $4356 \div 100 = 43,56$

SITUATION DE VIE

Lors du cours de géographie, l'enseignant a dit que la population du Cameroun est estimée à 25 000 000 d'habitants. L'enseignant de mathématiques qui a fait cours juste après celui de géographie a estimé la population du Cameroun à $2,5 \times 10^7$ habitants.

Aide les élèves de cette classe à comprendre pourquoi les deux estimations sont identiques.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

Complète convenablement les pointillés :

- $10^5 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $10000000 = 10^{\ldots\ldots}$
- $10^{-4} = \frac{1}{10^{\ldots}} = \frac{1}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
- $0,000000001 = 10^{\ldots}$
- $38563 = 3,8563 \times \ldots\ldots\ldots\ldots = 3,8563 \times 10^{\ldots}$
- $0,004789 = \frac{47,89}{\ldots\ldots} = \frac{47,89}{10^{\ldots}} = 47,89 \times 10^{\ldots\ldots}$

Solution

- 10^5 =100000
- $10000000 = 10^7$

- $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000}$ =0,0001
- $0{,}000000001 = 10^{-9}$
- $38563 = 3{,}8563 \times 10000 = 3{,}8563 \times 10^4$
- $0{,}004789 = \frac{47{,}89}{10000} = \frac{47{,}89}{10^4} = 47{,}89 \times 10^{-4}$
- $25\,000\,000 = 2{,}5 \times 10^7$. Donc les deux enseignants ont fait la même estimation.

RESUME

Tout nombre décimal peut se mettre sous la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal.

Exemple

$10^8 = 1\underbrace{00000000}_{8\ zéros}$; $10^{-7} = \underbrace{0{,}0000000}_{7\ zéros}1$

$4896{,}76 = 4,\underbrace{896}_{3 chiffres}76 \times 10^3$; $1{,}2456 = 1\underbrace{2456}_{4\ chiffres} \times 10^{-4}$

Remarque

Lorsque la virgule est décalée de droite vers la gauche, l'exposant est positif et dans le cas contraire il est négatif.

Autre exemple : $2346{,}76 \times 10^{-4} = 2,\underbrace{346}_{3\ chiffres}76 \times 10^{-4+3} = 2{,}34676 \times 10^{-1}$

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est son écriture sous la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal ayant un seul chiffre (différent de zéro) avant la virgule.

Exemple

$2{,}376 \times 10^{-4}$ et $-9{,}567$ sont des notations scientifiques.

$300{,}456$ et $0{,}2346 \times 10^3$ ne sont pas des notations scientifiques.

L'écriture scientifique de $-0{,}000000345$ est $-3{,}45 \times 10^{-7}$.

L'écriture scientifique de 5345×10^{-5} est $5{,}345 \times 10^{-5+3} = 5{,}345 \times 10^{-2}$

EXERCICES D'APPLICATION

Complète avec le nombre qui convient.

$489676 = \cdots \times 10^3$; $-0{,}00004563 \times 10^3 = -45{,}63 \times 10^{\cdots\cdots}$

Donne l'écriture scientifique de chacun des nombres suivants :

$10{,}004$; $-0{,}5174$; 213102 ; -19680 ; 534500000×10^{-5}; 456×10^9

$0{,}0000000345 \times 10^{-5}$

Exercices à faire à la maison : voir livre au programme.

CHAPITRE 4

CALCUL LITTERAL

INTERET : Le calcul littéral (calcul avec des lettres) appelé aussi calcul algébrique, est un puissant outil développé par le mathématicien français François Viète (1540 – 1603), qui a attribué une lettre à des quantités dans des calculs.

MOTIVATION : L'élève de la classe de quatrième doit pourvoir résoudre des problèmes relatifs à des situations de vie faisant appel au calcul littéral.

PRE-REQUIS : Quelques éléments de calcul littéral ont été rencontrés en classe de cinquième comme par exemple : le périmètre d'un rectangle ou l'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur l sont donnés par les formules suivantes : $P = 2(L + l); A = L \times l$.

LEÇON 1

Expressions littérales

Durée : 50 minutes

OBJECTIF PEDAGOGIQUE ET OPERATIONNEL

Être capable de reconnaitre une expression littérale et de calculer la valeur numérique d'une expression littérale vers un autre.

SITUATION PROBLEME

Votre maman se rend dans un marché des fruits et légumes pour acheter des pastèques et des avocats. Une pastèque coûte 750 FCFA, tandis qu'un avocat coûte 200 FCFA. Elle dépense 500 FCFA pour les frais de transport.

Comment peut-elle exprimer le montant de sa dépense en fonction du nombre de pastèques et des avocats ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

a) Calcule le prix de d'achat de 3 pastèques. (Réponse : $P = 3 \times 750 = 2250\,FCFA$)
b) Calcule le prix d'achat de 6 avocats. (Réponse : $P = 6 \times 200 = 1200\,FCFA$)
c) Détermine le montant total des dépenses de votre maman si elle achète 3 pastèques et 6 avocats. (Réponse : $M = 3 \times 750 + 6 \times 200 + 500 = 3950\,FCFA$).
d) Notons par M le montant de la dépense de votre maman, x le nombre de pastèques et y le nombre d'avocats ; Ecris M en fonction de x et de y. (Réponse : $M = 750x + 200y + 500$).
e) Utilise cette expression pour montrer que si votre maman achète 5 pastèques et 10 avocats, alors M = 6250 FCFA. (Réponse : $M = 750 \times 5 + 200 \times 10 + 500 = 6250\,FCFA$).
f) Utilise cette expression pour calculer le montant M si votre maman achète 6 pastèques et 7 avocats. (Envoyé un enfant au choix au tableau pour vérifier si vous vibrer en phase).

RESUME

Une expression littérale est une suite d'opérations dans lesquelles un ou plusieurs nombres sont représentés par des lettres. Les lettres sont appelées variables.

Pour obtenir la valeur numérique d'une expression littérale, on remplace les lettres par des nombres donnés.

Exemple : $M = 750x + 200y + 500$ est une expression littérale ; x et y sont des variables.

Si on donne à x la valeur 5 et à y la valeur 10, on obtient le programme de calcul suivant :
$M = 750 \times 5 + 200 \times 10 + 500 = 6250$.

Remarque : Dans une expression littérale, une lettre désigne le même nombre.

Exemple : $N = x^2 - 3y^2 + 2x + y - 5$. On dit également que l'expression littérale N est écrite en fonction de x et y.

EXERCICES D'APPLICATION

1. Choisis deux nombres a et b que tu multiplies respectivement par 4 et -7 ; additionne-les et ajoute -5. Quelle expression littérale obtiens-tu ?
2. Calcule la valeur numérique de l'expression littérale $x - 4y + 5$ pour $x = 32$ et $y = \frac{5}{2}$.

EXERCICES A FAIRE A LA MAISON

Les exercices 16 à 23 page 59.

LEÇON 2

Développement et factorisation d'une expression littérale

Durée : 50 minutes

OBJECTIF PEDAGOGIQUE ET OPERATIONNEL

Être capable de :

- Développer, réduire et ordonnée une expression littérale ;
- Factorisée une expression littérale.

SITUATION PROBLEME

Le jardin de fleur de votre établissement a la forme d'un rectangle de longueur $L = 5a + 4$ et de largeur $l = a + 3$. Trouve une expression littérale donnant le périmètre $\mathcal{P}$ et l'aire $\mathcal{A}$ de ce jardin de fleur.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

a) Donne l'expression littérale en une somme donnant l'expression du demi-périmètre d de ce jardin de fleur (Réponse : $d = L + l = 5a + 4 + a + 3 = 6a + 7$).

b) Donne l'expression littérale en un produit donnant l'expression du périmètre $\mathcal{P}$ de ce jardin de fleur (Réponse : $\mathcal{P} = 2(L + l) = 2(6a + 7)$).

c) Donne l'expression littérale en un produit donnant l'expression de l'aire $\mathcal{A}$ de ce jardin de fleur (Réponse : $\mathcal{A} = L \times l = (5a + 4)(a + 3)$).

RESUME

1) <u>Développement et réduction d'une expression littérale</u>

- Développer une expression littérale, c'est l'écrire sous la forme de la somme de plusieurs expressions littérales.
- Réduire une expression littérale, c'est regrouper les expressions semblables et calculer leurs sommes.

Propriétés :

a, b, c et d sont quatre nombres. On a:

$a(b + c) = ab + ac$;

$a(b - c) = ab - ac$;

$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$;

$(a+b)(c-d) = ac - ad + bc - bd$;

$(a-b)(c-d) = ac - ad - bc + bd.$

Cas particuliers :

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$;

$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2.$

Donc :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \;;$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

Sont des identités remarquables.

Exemple : Développe $4(x+5)$; $-3(2a-5)+5$; $(b+3)(b-2)$; $(3z-5)^2$.

2) <u>Factorisation d'une expression littérale</u>

- ➢ Factoriser une expression littérale, c'est la transformer et écrire le résultat en un produit de plusieurs facteurs.
- ➢ Pour factoriser une expression littérale, on peut utiliser l'une des méthodes suivantes :
  - RECHERCHE D'UN FACTEUR COMMUN

    Factorisons les expressions suivantes : $4x - 12y$; $9x^2 + 18x$ et $36ab - 9b$.

  - UTILISATION DES IDENTITES REMARQUABLES

    a et b sont des nombres. On a :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \;;$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \;;$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)\,(a-b).$$

Factorisons les expressions suivantes : $9x^2 + 6x + 1$; $4x^2 - 12x + 9$ et $36a^2 - 25$.

EXERCICES D'APPLICATION

1. Développe, réduis et ordonne les expressions littérales suivantes :

$A=-3(x+5)$; $B=(3-a)(a+7)$; $C=(2a+9)2$; $D=(5b-6)2$.

2. Factorise les expressions littérales suivantes :

$A = 125x + 25y$; $B = x^2 + x$; $C = 12a^2b + 24a$; $D = b^2 + 4b + 4$;

$E = 9a^2 - 6a + 1$; $F = 8x^2 - 2$.

EXERCICES A FAIRE A LA MAISON

Les exercices 16 à 23 page 59.

CHAPITRE 5

EQUATIONS ET INEQUATIONS

INTERET : Lire et interpréter un texte comportant des nombres ; résoudre certains problèmes de la vie courante.

MOTIVATION : Représentation, détermination et identifications des objets par des nombres.

LEÇON 1

Equations du type $ax + b = 0$, avec a et b des nombres rationnels

Durée : 50 minutes

COMPETENCES A ACQUERIR PAR LES ELEVES

- Vérifier qu'un nombre rationnel est solution d'une équation du type $ax + b = 0$
- Résoudre les équations de la forme $ax + b = 0$
- Résoudre des problèmes se ramenant à la résolution des équations du type $ax + b = 0$

PRE-REQUIS : Trouve le nombre x dans chacun des cas suivants :

a) $x + 4 = 7$
b) $2x = 14$
c) $12 + x = -3$

Solution :

a) $3 + 4 = 7$. Donc $x = 3$.
b) $2 \times 7 = 14$. Donc $x = 7$.
c) $12 + (-15) = 12 - 15 = -3$. Donc $x = -15$.

SITUATION PROBLEME

Amadou dispose d'une somme de 8 000 FCFA pour l'achat de ses fournitures scolaires pour le compte de l'année scolaire 2020/2021. Pour cela, il achète du matériel de géométrie à 4 000 FCFA et un certain nombre de cahiers de 200 pages qui coute 400 FCFA l'unité. IL aimerait connaitre le nombre de cahiers qu'il peut acheter. Aide Amadou à trouver ce nombre.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

1) Traduis la phrase suivante en fonction du nombre rationnel x : **Le nombre x multiplié par 400 et augmenté de 4 000 est égal à 8 000.**
2) Dans chacun des cas suivants, dis si x vérifie l'équation ou pas.
   a) $x + 5 = 7$ avec $x = 3$
   b) $x - 8 = -3$ avec $x = -1$
   c) $7x = 21$ avec $x = 3$

d) $2x - 1 = 5$ avec $x = 1$

3) Vérifie si $\frac{-3}{2}$ est solution de l'équation $2x + 3 = 0$.

4) Aide alors Amadou à trouver ce nombre.

Solution

1) $400x + 4000 = 8000$

2)

a. 3+5=8 qui est différent de 7 donc $\boldsymbol{x = 3}$ ne vérifie pas l'équation.

b. $-1 - 8 = -9$ qui est différent de -3. Donc $x = -3$ ne vérifie pas l'équation.

c. $7 \times 3 = 21$. Donc $x = 3$ vérifie l'équation.

d. $2 \times 1 - 1 = 2 - 1 = 1$ qui différent de 5. Donc 1 ne vérifie pas l'équation.

3) $2\left(-\frac{3}{2}\right) + 3 = -\frac{6}{2} + 3 = -3 + 3 = 0$. Donc $\frac{-3}{2}$ vérifie cette équation.

4)

***Choix de l'inconnue* :** Soit x le nombre de cahiers de 200 pages qu'Amadou peut achete

Mise en équation : On aura donc l'équation du premier degré d'inconnue x suivante : $400x + 4000 = 8000$.

Ramener cette équation sous la forme $ax + b = 0$: En appliquant la méthode donnée dans le cours, on a : $400x + 4000 - 4000 = 8000 - 4000$. Ainsi, on a : $400x - 4000 = 0$

Résolution : En divisant les deux membres par 400, on obtient $x = 10$.

Vérification : $400 \times 10 + 4000 = 4000 + 4000 = 8000$

Donc Amadou peut acheter 10 cahiers de 200 pages en plus de son matériel de géométrie avec sa somme de 8 000FCFA qu'il possède.

RESUME

1) L'équation du type $ax+b=0$ $avec\ a\ et\ b$ des nombres rationnels est appelé **équation du premier d'inconnue x.**

2) Résoudre ce type d'équation revient à déterminer la valeur d'inconnue x pour laquelle cette égalité est ***VRAIE.***

3) Cette valeur de x, quand elle existe, est appelée ***solution de l'équation***.

Exemple *:* Soit à résoudre l'équation $2x + 5 = 0$.

En ajoutant -5 aux deux membres de cette équation, on obtient : $2x + 5 - 5 = -5$.

Ainsi, on a : $2x = -5$.

En divisant chaque membre de la nouvelle équation obtenue par 2, on obtient : $\frac{2x}{2} = \frac{-5}{2}$.

Ainsi, on a : $x = -\frac{5}{2}$. Donc $-\frac{5}{2}$ est solution de l'équation $2x + 5 = 0$.

Remarques :

- En utilisant les propriétés des égalités, toute égalité de la forme $cx+d=ex+f$ peut être ramenée sous la forme $ax + b = 0$.
- Les deux équations ont la même solution ***: On dit qu'elles sont équivalentes***.
- Toute égalité de la forme $cx + d = ex + f$ avec c, d, e *et* f des nombres rationnels donnés, est aussi une équation du premier degré à une inconnue.

Exemple : Considérons l'équation : $4x + 7 = 2x - 8$.

En retranchant $2x$ aux deux membres de cette équation, on a : $4x + 7 - 2x = 2x - 8 - 2x$.

En regroupant les termes qui ont x ensemble, on aura : $4x - 2x + 7 = 2x - 2x - 8$.

Après réduction, on a : $2x + 7 = -8$. On reprend le même processus comme à l'exemple précédent et on obtient : $2x + 15 = 0$.

Résolution des problèmes se ramenant aux équations du type $ax+b$=0

Pour résoudre un problème se ramenant à une équation du type $ax + b = 0$, on procède de la façon suivante :

- Faire le choix de l'inconnue.
- Faire la mise en équation et ramener cette équation sous la forme $ax+b$=0 si elle ne l'est pas.
- Résoudre cette équation trouvée.
- Vérifier le résultat obtenu.

Exemple *:* (Voir la résolution de la situation problème ci-dessous)

EXERCICE D'APPLICATION

1) Résous chacune des équations suivantes :

   a) $-5x + 2 = 0$

b) $12x - 54 = 0$

c) $8x - 67 = 0$

d) $4x = 0$

2)

a) Montre que l'équation : $5x + 3 = x - 7$ est équivalente à $4x + 8 = 0$.

b) Quelle est la solution de l'équation : $5x + 3 = x - 7$?

3) On considère l'équation : $7x - 12 = x + 12$. Vérifie que 4 est solution de cette équation.

Exercices à faire : 19 ;20 et 21 de la page 71 et 34 de la page 72 (**Maths Sans complexe 4ème**)

LEÇON 2

Inéquations du type $ax + b < 0$ *ou* $ax + b > 0$ *ou* $ax + b \leq 0$ *ou* $ax + b \geq 0$ *avec* a *et* b *des nombres rationnels*

Durée : 100 minutes

COMPETENCES A ACQUERIR PAR LES ELEVES

- Vérifier qu'un nombre rationnel est solution d'une équation du type $ax + b \ldots 0$ (les pointillés peuvent être remplacés par les symboles $\geq$; $\leq$;$>$;$<$)
- Déterminer quelques solutions de ce type d'inéquation.
- Résoudre des problèmes se ramenant à la résolution de ces inéquations

PREREQUIS

Dans chacun des cas suivants, donne deux nombres qui vérifient :

a) $x + 4 > 7$.
b) $2x14$.
c) $12 + x > -3$.

Solution

a) On a 1 et 2.
b) On a 2 et 3.
c) On a 0 et 1.

SITUATION PROBLEME

Le père de Ali a un champ de forme rectangulaire dont il connait l'un de ses côtés qui est de 30 mètres et il dit que le périmètre de ce champ est supérieur à 80 mètres. Il demande à son fils Ali qui fait la classe de 4$^{\text{ème}}$ de lui trouver la longueur possible de l'autre côté pour ses travaux dans son champ. Aide Ali à trouver cette longueur.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

1) Traduis la phrase suivante en fonction du nombre rationnel x : « **Le nombre** $\boldsymbol{x}$ **multiplié par 2 et augmenté de 3 est plus grand que 5.** »
2) Dans chacun des cas suivants, dis si x vérifie l'inéquation.

a) $x + 7 > 2$ avec $x = 3$

b) $x - 11 \geq \frac{1}{2}$ avec $x = -4$

c) $3x < 8$ avec $x = 2$

d) $5x + 6 \leq 13$ avec $x = 4$

Solution

1) $2x + 3 > 5$

2)

a. $3 + 7 = 8$ >2. Donc 3 vérifie l^' inéquation.

b. $3 \times 2 = 6 < 8$. Donc 2 vérifie.

c. $-4 - 11 = -15 < \frac{1}{2}$. Donc-4 ne vérifie pas.

d. $5 \times 4 + 6 = 20 + 6 = 26 > 13$. Donc 4 ne vérifie pas.

3)

***Choix de l'inconnue* :** Soit x la longueur de l'autre côté du champ.

Mise en équation : On sait que le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur l est donné par la formule : $L + l + L + l = 2L + 2l$. Donc on aura : $2x + 2 \times 30 = 2x + 60$.

Comme le périmètre du champ est supérieur à 80, on obtient : $2x + 60 > 80$**.**

Résolution : $2x + 60 > 80$ En retranchant 60 aux deux membres de cette inégalité, on aura : $2x + 60 - 60 > 80 - 60$. Ce qui entraine : $2x > 20$. En divisant les deux membres de cette nouvelle, on obtient : $x > 10$. Donc tout nombre supérieur à 10 est solution trouvée.

Vérification : Prenons $x = 12$. En remplaçant dans l'inéquation, on aura : $2 \times 12 + 60 = 24 + 60 = 84$ or 84 est supérieur à 80. D'où une valeur possible de la longueur de l'autre côté du champ du père de Ali est :12m.

RESUME

1) Inégalité et opérations :

Soient a,b et c trois nombres rationnels.

❖ Si on ajoute ou on retranche le même nombre aux deux membres d'une inégalité, on obtient une inégalité de même sens.

- Si $a < b$ alors $a + b < b + c$ et $a - c < b - c$
- Si $a \leq b$ alors $a + b \leq b + c$ et $a - c \leq b - c$

- Si $a > b$ alors $a + b > b + c$ et $a - c > b - c$
- Si $a \geq b$ alors $a + c \geq b + c$ et $a - c \geq b - c$

❖ Si on multiplie ou si on divise les deux membres d'une inégalité par le même nombre positif non nul, on obtient une inégalité de même sens :

- Si $a > b$ et si c>0 alors $a \times c > b \times c$ et $\frac{a}{b} > \frac{b}{c}$
- Si $a \geq b$ et si $c > 0$ alors $a \times c \geq b \times c$ et $\frac{a}{b} \geq \frac{b}{c}$
- Si $a < b$ et si $c > 0$ alors $a \times c < b \times c$ et $\frac{a}{b} < \frac{b}{c}$
- Si $a \leq b$ et si $c > 0$ alors $a \times c \leq b \times c$ et $\frac{a}{b} \leq \frac{b}{c}$

❖ Si on multiplie ou si on divise les deux membres d'une inégalité par le même nombre négatif non nul, on obtient une inégalité de sens contraire :

- Si $a > b$ et si $c < 0$ alors $a \times c < b \times c$ et $\frac{a}{b} < \frac{b}{c}$
- Si $a \leq b$ et si $c < 0$ alors $a \times c \geq b \times c$ et $\frac{a}{b} \geq \frac{b}{c}$
- Si $a < b$ et si $c < 0$ alors $a \times c > b \times c$ et $\frac{a}{b} > \frac{b}{c}$
- Si $a \leq b$ et si $c < 0$ alors $a \times c \geq b \times c$ et $\frac{a}{b} \geq \frac{b}{c}$

Remarques :

➢ $a \leq b$ **signifie inférieur ou égal** à b.

➢ $a \geq b$ **signifie supérieur ou égal** à b.

Exemple *:*

❖ On a $10 > 6$ ce qui entraine $10 + 1 > 6 + 1$

❖ On a $10 > 5$ ce qui entraine $10 \times 3 > 5 \times 3$

❖ On a $10 > 5$ ce qui entraine $10 \times (-2) < 5 \times (-2)$

2) Notion d'inéquation du premier degré :

Soient a et b deux nombres rationnels donnés.

❖ Toute inégalité de la forme $ax + b > 0$ (ou $ax + b < 0$ ou $ax + b \geq 0$ ou $ax + b \leq 0$) est appelée **Inéquation du premier degré à une inconnue**.

❖ **Une solution** d'une telle inéquation est tout nombre qui, remplaçant l'inconnue, vérifie l'inégalité.

- Résoudre une telle inéquation, c'est déterminer tous les nombres solutions de cette inéquation.

Exemple : Les inégalités suivantes sont des inéquations du premier degré à une inconnue :

a) $3x + 2 > 0$
b) $-\frac{1}{2}a + 4 \leq 0$
c) $7y - \frac{5}{4} \geq 0$
d) $-\frac{1}{3}z + \frac{1}{7} < 0$

Remarques : soient c, d, e et f des nombres rationnels.

- Toute inégalité de la forme $cx + d > ex + f$ ($cx + d < ex + f$ ou $cx + d \geq ex + f$ ou $+d \leq ex + f$) peut être ramenée sous la forme $ax + b > 0$ ($ax + b < 0$ ou $ax + b \geq 0$ ou $ax + b \leq 0$) en utilisant les propriétés des inégalités.
- Ces inégalités sont aussi appelées inéquations du premier degré à **une inconnue**.
- Deux inéquations qui ont les mêmes solutions sont dites **équivalentes**.

Exemple :

1) Les inéquations $x > -1$ et $2x > -2$ sont équivalentes car elles ont les mêmes solutions.
2) Résous les inéquations suivantes :

a) $5x + 4 > 0$

Solution : $5x + 4 > 0$

En retranchant 4 aux deux membres de cette inégalité,

on aura : $5x + 4 - 4 > 0 - 4$.

Ensuite, on a : $5x > -4$.

En divisant les deux membres de la nouvelle inégalité obtenue par 5, on aura : $\frac{5x}{5} > \frac{-4}{5}$.

Donc : $x > -\frac{4}{5}$.

Tout nombre plus grand que $-\frac{4}{5}$ est solution de cette inéquation.

b) $3x - 6 < 2x + 4$

Solution : $3x - 6 < 2x + 4$

En retranchant $2x$ aux deux membres de cette inégalité, on aura :

$3x - 6 - 2x < 2x + 4 - 2x$.

Ce qui entraine : $3x - 2x - 6 < 2x - 2x + 4$. Après réduction, on obtient : $x - 6 < 4$. En ajoutant 6 aux deux membres de cette nouvelle inégalité, on obtient : $x - 6 + 6 < 4 + 6$.

Ce qui entraine : x<10.

Donc tout nombre plus petit que 10 est solution de cette inéquation.

3) **Résolution des problèmes se ramenant aux inéquations du premier degré :**

Pour résoudre un problème se ramenant à une inéquation du premier degré, on procède comme suit :

- ❖ Faire le choix de l'inconnue ;
- ❖ Faire la mise en inéquation ;
- ❖ Résoudre l'inéquation trouvée ;
- ❖ Vérifier les solutions trouvées.

Exemple *:* (Voir la résolution de la situation problème ci-dessous)

EXERCICES D'APPLICATION

1) Ecris trois inéquations du premier degré à une inconnue. Et pour chacune d'elle :
   a) Précise l'inconnue.
   b) Donne deux nombres qui la vérifient et deux autres qui ne la vérifient pas.
2) On considère les inéquations suivantes :

   i) $7x - 3 \geq 0$ ii) $-5x + \frac{4}{3} < 0$ iii) $\frac{1}{2}x + \frac{7}{4} > 0$

   Pour chacune d'elle :
   a) Détermine deux solutions entières.
   b) Détermine deux solutions non entières.
3) On considère l'inéquation suivante :(I): $10x - \frac{3}{4} < \frac{5}{2}x + \frac{11}{3}$

a) Montre que l'inéquation (I) est équivalente à l'inéquation $\frac{15}{2x} - \frac{47}{12} < 0$

b) Détermine alors trois solutions de l'inéquation (I).

c) Détermine deux nombres rationnels qui ne sont pas solutions de l'inéquation (I).

Exercices à faire : 26 ;27 et 28 page 71 et 37 page72 (**Collection Maths sans complexe 4ème**

Module 10	ORGANISATION ET GESTION DES DONNEES

CHAPITRE 6

PROPORTIONNALITES

INTERET

Ce chapitre vise à rendre l'apprenant capable de traiter de façon réussie, des situations de vie relevant des proportionnalités.

MOTIVATION

Doter l'apprenant d'outils essentiels dont il a besoin dans la vie pratique. Sa contribution dans la gestion du budget familial est indéniable. Son implication dans la détermination des quantités justifie son importance dans la consommation des biens. Une bonne maîtrise des proportionnalités est un atout majeur dans la consommation des informations, l'exploitation, l'analyse et l'interprétation des données à caractère économique ou social.

LEÇON 1 :

Suites de nombres proportionnels - Coefficient de proportionnalité

Durée : 50 minutes

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

A la fin de cette leçon, l'élève devra être capable de :

- Reconnaitre deux suites de nombres proportionnelles.
- Déterminer le coefficient de proportionnalité.

PREREQUIS

- Opérations sur les nombres entiers.
- Reconnaitre une situation de proportionnalité

SITUATION PROBLEME

Un oncle a laissé un héritage de 714000 Fcfa à ses trois neveux Roméo, Bruno et Cédric. Cette somme doit être partagée proportionnellement au nombre d'enfants de chacun d'eux. Roméo a 2 enfants, Bruno en a 3 et Cédric, 5 enfants.

Aides ces neveux à partager cette somme d'argent ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

On désigne par a, b et c les parts respectives de Roméo, Bruno et Cédric et on construit le tableau de proportionnalité suivant :

1) Complète le tableau suivant :

Neveu	…	…	…	Total
Nombre d'enfants	2	…	5	…
Parts en Fcfa	…	b	…	$a+b+c$

Solution :

Neveu	…Roméo…	…Bruno…	…Cédric…	Total
Nombre d'enfants	2	…3…	5	…10…
Parts en Fcfa	…a…	b	…c…	$a+b+c$

2) Donne la valeur du coefficient de proportionnalité

On a : $k = \frac{a+b+c}{10} = \frac{714000}{10} = 71400$

3) Calcule donc les parts de chacun des neveux

On a :

a =…02 □ 71400…= 142800 Fcfa

b =…03 □ 71400…= 214200 Fcfa

c =…05 □ 71400…= 357000 Fcfa

Donc Roméo, Bruno et Cédric ont respectivement reçu 142800 Fcfa, 214200 Fcfa et 357000 Fcfa.

RESUME

1) SUITES DE NOMBRES PROPORTIONNELLES

Définition :

On considère deux suites de nombres $(a\,;b\,;\ldots)$ et $(x\,;y\,,\ldots)$ où a, b, c, x, y, z et … sont des nombres non nuls.

Les suites $(a\,;\,b\,;c\,;\,\ldots)$ et $(x\,;\,y\,;\,z\,;\,\ldots)$ sont deux suites de nombres proportionnels si on a :

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = \cdots$$

Exemple :

a) Les suites (1 ;2 ;3 ;5) et (5 ;10 ;15 ;25) sont deux suites de nombres proportionnels car
$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{5}{25}$

b) Les suites (2 ;4 ;6) et (6 ;12 ;24) ne sont pas deux suites de nombres proportionnels car $\frac{2}{6} = \frac{4}{12} \neq \frac{6}{24}$

Remarques :

On dit aussi que la suite $(a;\,b;\,c;\,\ldots)$ est proportionnelle à la suite $(x;\,y\,;\,z\,;\,\ldots)$, ou encore que les nombres $a\,;\,b\,;\,c\,;\,\ldots$ sont proportionnels aux nombres $x;\,y\,;\,z\,;\,\ldots$

2) COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITE

Définition :

Si $(a\,;\ b\,;c\,;\ \dots)$ et $(x;\ y\,;\ z\,;\ \dots)$ sont deux suites de nombres proportionnels.

Les rapports $\frac{a}{x}$; $\frac{b}{y}$ et $\frac{c}{z}$ sont appelés coefficients de proportionnalité.

Remarque :

Si deux suites de nombres sont proportionnelles, alors on obtient chaque terme d'une des deux suites en multipliant le terme de même rang de l'autre suite par l'un des coefficients de proportionnalité.

Exemple :

Les suites (3 ;6 ;9 ;15) et (12 ;24 ;36 ;60) sont deux suites de nombres proportionnels car on a : $\frac{3}{12} = \frac{6}{24} = \frac{9}{36} = \frac{15}{60}$

On obtient les termes de la suite (12 ;24 ;36 ;60) en multipliant respectivement les termes de la suite (3 ;6 ;9 ;15) par 4. Donc 4 est un coefficient de proportionnalité.

De même, on obtient les termes de la suite (3 ;6 ;9 ;15) en multipliant respectivement les termes de la suite (12 ;24 ;36 ;60) par $\frac{1}{4}$. Donc $\frac{1}{4}$ est un coefficient de proportionnalité.

EXERCICES D'APPLICATION

1. Trouve une suite de nombres proportionnels à la suite suivante du coefficient de proportionnalité k donné :
   a) (2 ; 7) avec k= -3
   b) (-5 ; -8 ; -7 ;2) avec k=4

Solution :

a) (-6 ; -21) et b) (-20 ; -32 ; -28 ; 8)

2. Détermine une valeur de x et une valeur de y pour que les suites données soient deux suites de nombres proportionnels.
   a) $(x\,;\ -2\,;\ 3)$ et $(4\,;\ y\,;\ 12)$
   b) $(3\,;\ -1{,}5\,;\ x)$ et $(y\,;\ 3\,;\ 21)$

Solution :

a) $x\ = 1$ et $y\ =\ -8$

b) $x = -10,5$ et $y = -6$

3. Indique les coefficients de proportionnalité des suites de nombres ci-après :
   a) (12 ; -13 ; 19) et (-24 ; 26 ; -38)
   b) (-3,5 ; 6 ; 7) et (-14 ; 24 ; 28)

Solution :

a) Le coefficient de proportionnalité $k = \frac{-24}{12} = \frac{26}{-13} = \frac{-38}{19} = -2$

b) Le coefficient de proportionnalité $k = \frac{-14}{-3,5} = \frac{24}{6} = \frac{28}{7} = 4$

LEÇON 2 :

Tableau de proportionnalité - Représentations graphiques

Durée : 50 minutes

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

A la fin de cette leçon, l'élève devra être capable de :

- compléter un tableau traduisant une situation de proportionnalité.
- utiliser une représentation graphique pour justifier une situation de proportionnalité.

PREREQUIS

- La notion de suites de nombres proportionnels
- La notion de Coefficient de proportionnalité
- Le repérage dans le plan.

SITUATION PROBLEME

Mireille est propriétaire d'un restaurant. Pour le menu du jour, elle a noté dans son registre, les quantités d'ingrédients selon le nombre de clients.

	5 personnes	10 personnes	25 personnes
Riz	1 kg	2 kg	5 kg
Viande	1,5 kg	3 kg	7,5 kg
Tomates	250 mg	500 mg	1250 mg
Huile	200 ml	400 ml	1000 ml

Mireille doit recevoir dans son restaurant deux groupes d'amis : l'un de 35 personnes et l'autre de 50 personnes. Quelles sont les quantités d'ingrédients qu'elle doit prévoir pour chaque réunion ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

Les quantités d'ingrédients que Mireille doit prévoir pour recevoir les deux groupes d'amis sont respectivement :

	Pour 35 personnes	**Pour 50 personnes**
Riz	2 kg + 5 kg = 7 kg	5 kg × 2 = 10 kg
Viande	3 kg + 7,5 kg = 10,5 kg	7,5 kg × 2 = 15 kg
Tomates	500 mg + 1250 mg = 1750 mg	1250 mg × 2 = 2500 mg
Huile	400 ml + 1000 ml = 1400 ml	1000 ml × 2 = 2000 ml

RESUME ET EXERCICES D'APPLICATION

1. *Tableau de proportionnalité*

Définition :

Dire qu'un tableau de correspondance à deux lignes et plusieurs colonnes est un tableau de proportionnalité signifie que la suite de nombres situés sur la première ligne et celle de leurs correspondants de la deuxième ligne sont deux suites de nombres proportionnels.

Exemple :

Le tableau suivant :

1	2	3	4	5
4	8	12	16	20

est un tableau de proportionnalité car la suite de nombres (1 ;2 ;3 ;4 ;5) situés sur la première ligne et la suite de nombres (4 ;8 ;12 ;16 ;20) situés sur la deuxième ligne sont deux suites de nombres proportionnels.

Remarque :

Dans un tableau de proportionnalité, on obtient un terme d'une ligne en multipliant son correspondant de l'autre ligne par l'un des deux coefficients de proportionnalité.

Exercice d'application :

Recopie et complète les tableaux de proportionnalité ci-dessous.

6	21	24	48	…	72
0,5	…	2	…	5	…

0,4	2	…	3,8	…
…	5	8	…	36,5

Solution :

6	21	24	48	60	72
0,5	1,75	2	4	5	6

0,4	2	3,2	3,8	14,6
1	5	8	9,5	36,5

2. *Propriétés sur les proportionnalités*

Propriété 1 :

Lorsque deux suites de nombres proportionnels sont rangées dans un tableau, on peut additionner les termes de deux colonnes pour obtenir une nouvelle colonne.

Exemple :

+

Nombre de croissants	1	2	3	4	5	9
Prix en Fcfa	150	300	450	600	750	1350

Propriété 2 :

Lorsque deux suites de nombres proportionnels sont rangées dans un tableau, on peut multiplier les termes d'une colonne par un même nombre non nul pour obtenir une nouvelle colonne.

Exemple :

□3

Nombre de croissants	1	2	3	4	5	12
Prix en Fcfa	150	300	450	600	750	1800

Propriété : (Le produit en croix)

Dans un tableau de proportionnalité, lorsque l'on connaît trois valeurs de deux colonnes, on peut en déduire la quatrième valeur à l'aide du produit en croix.

Exemple :

On considère le tableau suivant.

Nombre de croissants	3	□
Prix en Fcfa	450	2100

Trois croissants coûtent 450 Fcfa. Combien de croissants coûteront 2100 Fcfa ?

On a : $(3 \times 2100) : 450 = 14$

Nombre de croissants	3	14
Prix en Fcfa	450	2100

Remarque :

Dans un produit en croix, la valeur manquante est appelée la ***quatrième proportionnelle***.

Propriété :

Soit a, b, c et d, quatre nombres avec $d \neq 0$, on a :

$$Si\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ alors } a \times d = b \times c$$

Exercice d'application :

Un père distribue de l'argent de poche à ses trois enfants âgés respectivement de 18 ans, 14 ans et 10 ans. Ils reçoivent respectivement 9000 ; 7000 et 5000 Fcfa.

1. Vérifie que les parts obtenues sont proportionnelles aux âges des enfants.
2. La plus jeune estime qu'il lui faut 6000 Fcfa pour ses dépenses de la semaine.
   a) Le fils ainé propose de lui donner 600 Fcfa et le deuxième enfant 400 Fcfa, les nouvelles parts sont-elles encore proportionnelles aux âges des enfants ?
   b) Le père consent à donner 6000 Fcfa au plus jeune. Quelle somme d'argent le père devra-t-il donner à chacun des deux autres enfants pour que les parts soient encore proportionnelles à leurs âges ?

Solution :

1. On a : $\frac{9000}{18} = \frac{7000}{14} = \frac{5000}{10} = 500$, donc les parts obtenues sont proportionnelles aux âges des enfants.

2.

a) On a : $\frac{8400}{16} \neq \frac{6600}{14} \neq \frac{6000}{10}$ donc les nouvelles parts ne sont pas proportionnelles aux âges des enfants.

b) Appelons x et y, les nouvelles parts des deux autres enfants.

On a : $\frac{x}{18} = \frac{y}{14} = \frac{6000}{10} = 600$

$\frac{x}{18} = 600$ c'est à dire $x = 600 \times 18 = 10\,800$

$\frac{y}{14} = 600$ c'est à dire $y = 600 \times 14 = 8\,400$

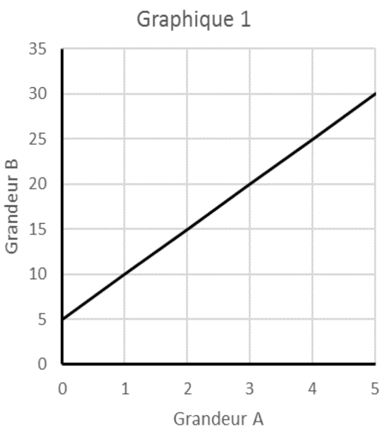
Donc ce père va donner respectivement à ses enfants, les montants suivants :

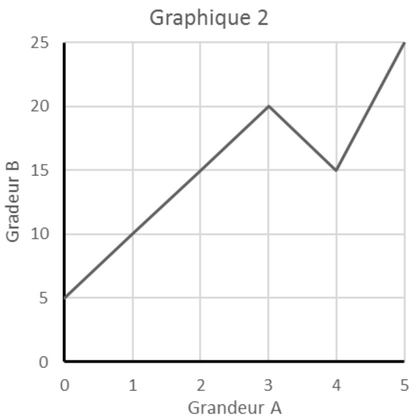
10 800 Fcfa ; 8 400 Fcfa et 6 000 Fcfa.

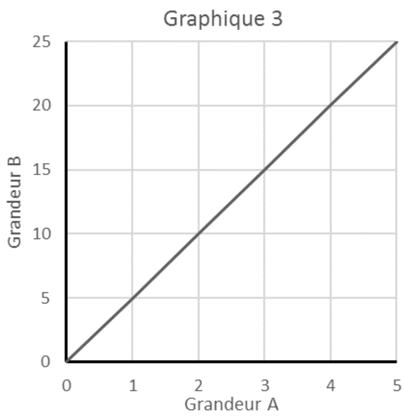
3. La représentation graphique de la proportionnalité

Activité :

On considère les graphiques suivants :







1. Sur quels graphiques les points appartiennent-ils à une même droite ?
2. Sur quel graphique les points sont-ils sur une ligne passant par l'origine du repère ?
3. A chacun des tableaux ci-dessous, correspond l'un des graphiques précédents.

Tableau 1

Grandeur A	0	1	2	3	4	5
Grandeur B	5	10	15	20	15	25

Tableau 2

Grandeur A	0	1	2	3	4	5
Grandeur B	5	10	15	20	25	30

Tableau 3

Grandeur A	0	1	2	3	4	5
Grandeur B	0	5	10	15	20	25

Lequel de ces tableaux traduit une situation de proportionnalité ? Justifie ta réponse.

4. Déduire des questions précédentes, les deux conditions qu'un graphique doit remplir pour qu'on y reconnaisse une situation de proportionnalité.

Solution :

1. Graphique 1 et graphique 3
2. Graphique 3
3. Le graphique 3 traduit une situation de proportionnalité. En effet, les nombres de la $2^{ème}$ ligne sont obtenus en multipliant ceux de la $1^{ère}$ ligne par 5.

4. Un graphique qui traduit une situation de proportionnalité doit remplir les conditions suivantes :
   - Tous les point appartiennent à la même droite.
   - L'origine du repère est un point de la droite

Propriété :

Dans la représentation graphique d'une situation de proportionnalité, tous les points sont alignés avec l'origine du repère.

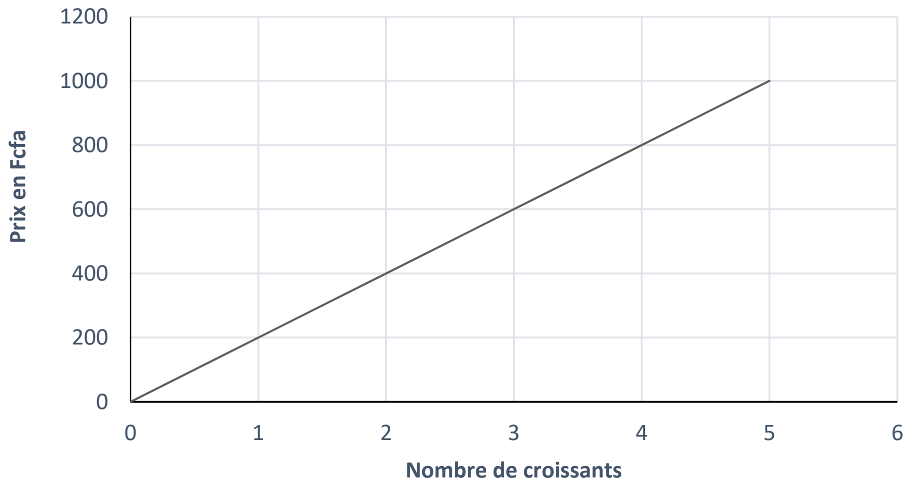
Exemple :

Le graphique suivant représente la situation du tableau de proportionnalité :

: 200

Nombre de croissants	1	2	3	4	5
Prix en Fcfa	200	400	600	800	1000

× 200



Exercices d'application :

Le tableau suivant représente la distance de freinage d'une voiture sur une route sèche en fonction de sa vitesse.

Vitesse (Km/h)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Distance (m)	1,8	3,6	6,9	10,3	16,1	23,2	31,4	41	52	64,6

1. Représenter graphiquement ce tableau sur du papier millimétré en respectant l'échelle suivante : en abscisse : 1 cm pour 10 km/h ; en ordonnée : 1 cm pour 10 m

2. D'après ce graphique, la distance de freinage semble-t-elle proportionnelle à la vitesse ? Pourquoi ?

LEÇON 3 :

Problèmes portant sur les proportionnalités

Durée : 50 minutes

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

A la fin de cette leçon, l'élève devra être capable d'utiliser les proportionnalités pour résoudre des problèmes de la vie courante se ramenant aux situations de proportionnalité.

PREREQUIS

- Reconnaitre une situation de proportionnalité
- La notion de Coefficient de proportionnalité
- Le repérage dans le plan.

SITUATION PROBLEME

Dans un groupe de 20 enfants, 5 enfants jouent d'un instrument de musique. Quelle est le pourcentage d'enfants de ce groupe jouant d'un instrument ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

a) Construis un tableau un tableau dont la première ligne correspond au nombre total d'enfants et la seconde ligne au nombre d'enfants jouant d'un instrument de musique :

Nombre total d'enfants	20
Nombre d'enfants jouant un instrument	05

b) Calculer le nombre d'élèves jouant d'un instrument de musique si le groupe était composé de 100 enfants.

Il suffit de procéder par produit en croix, en ajoutant une colonne où la case du haut contient la valeur 100 :

	Situation réelle	Situation standardisée
Nombre total d'enfants	20	100
Nombre d'enfants jouant un instrument	05	**25**

c) Quelle est alors le pourcentage d'enfants de ce groupe jouant d'un instrument de musique ?

Donc, le pourcentage d'enfants de ce groupe jouant d'un instrument de musique est ainsi égal à 25%.

RESUME ET EXERCICES D'APPLICATION

1. Les pourcentages

Définition :

Un pourcentage est une fraction dont le dénominateur est égal à 100.

Remarque :

Les pourcentages permettent de passer par proportionnalité d'une situation réelle à une situation standardisée. Ils sont ainsi utiles pour comparer des proportions.

Propriété :

Pour calculer $t\%$ d'un nombre, on multiplie ce nombre par $\frac{t}{100}$.

Exemple :

Une chemise coûte 5 000 Fcfa. Etienne obtient une remise de 10%. Il bénéficie donc d'une réduction de $10\% \times 5\,000 = \frac{10}{100} \times 5\,000 = 500$ Fcfa sur la chemise.

Remarque :

Certains pourcentages sont à connaître :

- Prendre 10% d'un nombre revient à diviser ce nombre par 10.

  Exemple : 10% de 12 000 valent $\frac{12\,000}{10}$ = 1 200.

- Prendre 25 % d'un nombre revient à diviser ce nombre par 4.

  Exemple : 25% de 12 000 valent $\frac{12\,000}{4}$ = 3 000.

- Prendre 50% d'un nombre revient à diviser ce nombre par 2.

  Exemple : 50% de 12 000 valent $\frac{12\,000}{6}$ = 6 000.

Exercice d'application :

Un élève possède une somme de 20 000 Fcfa. Il dépense 25% de cette somme le lundi, puis 30% du reste le mardi.

a) Combien a-t-il dépensé en tout ?

b) Quel est en pourcentage de la somme initiale, le reste de son avoir ?

Solution :

a) La somme dépensée le lundi est de : $20\ 000 \times \frac{25}{100} = 5\ 000\ Fcfa$

Le reste de son avoir après la dépense de lundi est de : 20 000-5 000=15 000 Fcfa

La somme dépensée le mardi est de : $15\ 000 \times \frac{30}{100} = 4\ 500\ Fcfa$

Cet élève a dépensé en tout 5 000+4 500 = 9 500 Fcfa

b) Le reste de son avoir représente un pourcentage de $\frac{10\ 500}{20\ 000} \times 100 = 52{,}5\%$

2. Les échelles

Définition :

Une échelle est le quotient de la dimension sur la carte (ou sur l'image) par la dimension réelle (avec la même unité de longueur).

Si d désigne la distance sur la carte et D, la distance réelle et E l'échelle. On a : $E = \frac{d}{D}$

Remarques :

- Il y a proportionnalité entre la distance réelle et la distance sur la carte. Dans un tableau de proportionnalité, l'échelle représente le coefficient de proportionnalité.
- Si une représentation est à l'échelle 1/2500, cela signifie que toutes les dimensions ont été divisées par 2500. Inversement, 1 cm sur la représentation correspond à 2500 cm en réalité. Une échelle peut s'écrire $\frac{1}{2\ 500}$ ou 1 : 2500

Exemple :

Si l'échelle est $\frac{1}{100\ 000}$, on peut utiliser le tableau suivant :

× 150

Distance réelle (en km)	15	20
Distance sur la carte (en km)	0,00015	0,0002

Exercice d'application :

Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{250\ 000}$, deux villes sont séparées par 15 cm. Quelle est la distance réelle des deux villes ?

Solution :

Nous connaissons le coefficient de proportionnalité : 250 000

Distance réelle en cm	D	250 000
Distance sur la carte en cm	12	1

On a : $D \times 1 = 12 \times 250\,000$, soit D = 3 000 000 cm= 30 000 m = 30 km

La distance réelle des deux villes est égale à 30 km.

3. Vitesse

Activité :

Une voiture roule à vitesse constante. Elle parcourt 189 Km en 2h15min.

a) En combien de temps, va-t-elle relier deux localités distantes de 105 Km ?

b) Quelle est sa vitesse moyenne ?

Solution :

Nous savons que la vitesse moyenne d'un corps en mouvement est le quotient de la distance effectuée par la durée et calculer une vitesse, c'est calculer un coefficient de proportionnalité.

Si t est le temps, d la distance parcourue et v, la vitesse moyenne. On a : $d = v \times t$.

On a : 2h15min= 2,25h.

a) Désignons par t', le temps mis pour parcourir 105 Km.

Durée en heures	2,25	t'
Distance en Km	189	105

On a :

$\frac{2{,}25}{189} = \frac{t'}{105}$; soit $t' = \frac{2{,}25 \times 105}{189} = 1{,}25$.

Soit $t' = 1{,}25h = 1h15min$

b) La vitesse moyenne est le coefficient de proportionnalité

$v = \frac{189}{2{,}25} = 84$; soit 84 km/h.

La vitesse moyenne de cette voiture est de 84 km/h

CHAPITRE 7

STATISTIQUES

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

Représenter une série statistique par un tableau d'effectifs ou de fréquence.

Compléter un tableau statistique.

Déterminer le(s) mode(s) d'une série statistique.

Calculer la moyenne d'une série statistique.

Construire ou interpréter un diagramme statistique.

MOTIVATION

Faire une étude statistique c'est recueillir, organiser, représenter et exploiter les données numériques ou non dans le but de constat, de prévision, de comparaison et de prendre les décisions. La statistique est un instrument d'alerte et d'information en général. On l'utilise dans tous les secteurs de la vie humaine :

- En Médecine : Test d'efficacité des médicaments, évolution du comportement des maladies
- En Politique : Sondages d'opinions, résultat d'une élection
- Dans le transport : Etudier les accidents de circulation, les marques de voitures les plus utilisées dans un pays.

LEÇON 1 :

Vocabulaire de la statistique

Durée : 50 minutes

COMPETENCE A ACQUERIR PAR LES ELEVES :

Définir : statistique ; population ; caractère ; modalité.

SITUATION DE VIE

Pour la campagne de lutte contre le paludisme, le ministère de la santé publique procède régulièrement à la distribution des moustiquaires aux populations. Dans un quartier de la ville de Bafoussam les agents du ministère de la santé ont recensé le nombre de chambres de chaque maison et les résultats sont consignés dans la liste suivante :

3 ;3 ;4 ;3 ;3 ;4 ;2 ;2 ;5 ;3 ;4 ;2 ;2 ;1 ;4 ;3 ;5 ;2 ;2 ;5 ;1 ;1 ;5 ;2 ;2.

Les agents de la santé aimeraient savoir à combien de modalité correspondent les chiffres ci-dessus ? **Réponse** : 5 modalités.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

En revenant à la situation problème, répondez aux questions ci-dessous :

1) Quel ensemble (d'objets ou de personnes) intéresse les agents du ministère de la santé ? L'ensemble des maisons (c'est la population étudiée)
2) Sur chaque maison à quoi s'intéresse les agents ? Le nombre de chambres (c'est le caractère)
3) Les réponses reçues sont-elles des nombres ou des chiffres ? Des nombres (c'est la nature du caractère : ici il est quantitatif.)
4) Quelles sont les différentes les différentes réponses reçues par les agents ? On a 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; et 5 (ce sont les modalités : valeurs prisent par le caractère)
5) Aider les agents en répondant à leurs préoccupations. Ils auront 5 modalités : 1, 2, 3, 4 et 5.
6) Lors d'une enquête, on a demandé aux élèves d'une classe de 5^{e} quel est leurs sports préférés. Voici leurs réponses : 10 aiment le football, 5 aiment le handball, 7 aiment le volley-ball et 3 aiment le tennis. Déterminer le caractère étudié, sa nature et ses modalités.

RESUME

- La statistique est une branche des mathématiques qui consiste à recueillir, traiter, et analyser un ensemble de données réelles pour établir des prévisions.
- L'ensemble sur lequel porte l'étude est appelé population.
- Chaque élément de la population est appelé individu.
- L'objet sur lequel porte l'étude est appelé caractère.
- Toute valeur possible du caractère est appelée modalité du caractère.
- On dit que le caractère est quantitatif lorsque les modalités sont des nombres, sinon on dit que le caractère est qualitatif.

NB : Donner la nature d'un caractère revient à dire s'il est quantitatif ou qualitatif.

EXERCICE D'APPLICATION

A la question de savoir laquelle des couleurs du drapeau national aimez-vous le plus ? Les élèves d'une classe de quatrième ont donné les réponses suivantes : V ; R ; R ; V ; J ; R ; J ; V ; V ; R ; R ; J ; J ; V ; R ; R ; J ; V où V=vert, R= rouge et J= jaune.

1) Quelle est la population étudiée ? quel est le caractère étudié ?
2) Déterminer la nature du caractère ainsi que ses modalités.

Devoir : choisir 2 ou 3 exercices dans le livre au programme de préférence.

LEÇON 2 :

Tableau des effectifs ou des fréquences ; mode et moyenne

Durée : 50 minutes

COMPETENCE A ACQUERIR PAR LES ELEVES

- Déterminer la fréquence ou l'effectif d'une modalité.
- Représenter une série statistique par un tableau d'effectifs ou de fréquence.
- Compléter un tableau statistique.
- Déterminer la moyenne et le mode d'une série statistique.
- Déterminer la moyenne.
- Déterminer le mode d'une série statistique.

PREREQUIS

Soit x un réel et $A = \frac{3x}{50}$.

1) Déterminer A pour $x = 15$. $A = \frac{45}{50}$
2) Détermine x pour que $A = 6$. $x = 100$
3) Ecrire $A = \frac{3}{50}$ sous forme de pourcentage. $A = 6\%$

SITUATION DE VIE

Un censeur a relevé les notes que les élèves de troisième ont obtenues en mathématique à la fin du BEPC blanc. Ces notes sont consignées dans la liste suivante : 11 ; 12 ; 14 ; 19 ; 4 ; 7 ; 4 ; 4 ; 10 ; 8 ; 8 ; 8 ; 5 ; 4 ; 10 ; 2 ; 8 ; 11 ; 12 ; 11 ; 8 ; 8 ; 19.

Il aimerait déterminer la note moyenne de tous ces élèves. Comment peut-il les déterminer ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

1) En se servant des données de la situation de vie ci-dessus :
   a. Déterminer le nombre d'élèves ayant obtenu 11 en mathématique ? 3 élèves : on dit que l'effectif de la modalité 11 est 3
   b. Quelle est le nombre d'élèves dans cette classe ? N=23 élèves.
   c. Recopier et compléter le tableau suivant

Note obtenue au devoir	2	4	5	7	8	10	11	12	14	19	Total
Effectif	1	4	1	1	6	2	3	2	1	2	23

2)

a. Quelle fraction de l'effectif total représente le nombre d'élèves ayant la note de 8 sur 20 ? $\frac{6}{23}$.

b. Calcule cette fraction en pourcentage. On a 26.08%

3)

a. Quelle est la somme totale des notes des élèves de cette classe qui ont eu 8/20 ? $8 \times 6 = 48$

b. Quelle est la somme totale des notes des élèves de cette classe ? $2 \times 1 + 4 \times 4 + 5 \times 1 + 7 \times 1 + 8 \times 6 + 10 \times 2 + 11 \times 3 + 12 \times 2 + 14 \times 1 + 19 \times 2 = 207$.

c. En partageant 207 points équitablement aux 23 élèves de cette classe combien doit avoir chacun ? $\frac{207}{23} = 9$;

d. Que représente ce nombre ? C'est la note moyenne de ces élèves ; on note $\bar{x} = 9$.

4) Quelle modalité a le plus grand effectif ? 8 : c'est le mode.

5) Le professeur de français se livre à une enquête auprès des 50 élèves de sa classe de 4^{e}. Il leur pose la question suivante : « combien as-tu de frères ou de sœurs ? ». Les réponses sont les suivantes : 1 élève n'a pas de frère ; 3 élèves ont 1 frère ; 7 élèves ont 2 frères ; 5 élèves ont 3 frères ; 14 élèves ont 4 frères ; 8 élèves ont 5 frères ; 7 élèves ont 6 frères ; 4 élèves ont 7 frères et 1 élèves ont 9 frères.

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre de frère x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	9	Total
Effectif n_i	1	3	7	5	14	8	7	4	1	50
Fréquence f_i	2	6	14	10	28	16	14	8	2	100
$x_i \times n_i$	0	3	14	30	56	60	48	28	9	248

b. Déterminer la moyenne de cette série statistique. $\bar{x} = \frac{248}{50} = 4.96$

c. Déterminer le mode de cette série statistique. Le mode est 4

RESUME

Dans une série statistique :

- L'effectif d'une modalité est le nombre d'individu relatif à cette modalité.
- L'effectif total est le nombre total d'individus de la population étudiée.
- La fréquence d'une modalité est le quotient de l'effectif de cette modalité par l'effectif total

$$\boldsymbol{fréquence\ d'une\ modalité} = \frac{\boldsymbol{effectif\ de\ la\ modalité}}{\boldsymbol{effectif\ total}}\text{. On note } \boldsymbol{f_i} = \frac{\boldsymbol{n_i}}{\boldsymbol{N}}$$

Où f_i désigne la fréquence de la modalité numéro i, n_i son effectif et N l'effectif total.

La fréquence peut être donnée sous forme de pourcentage. Dans ce cas :

- On a $\boldsymbol{f_i} = \frac{\boldsymbol{n_i \times 100}}{\boldsymbol{N}}$
- La somme des fréquences est 100 ;

- Le tableau suivant est appelé tableau statistique des effectifs et des fréquences.

Modalité								Total
Effectif								
Fréquence								

- Le mode d'une série statistique est toute modalité qui possède le plus grand effectif.
- La moyenne d'une série statistique est le quotient de la somme des produits de chaque modalité par son effectif, le tout par son effectif total. Si on note M la moyenne alors $M = \frac{somme\ de\ tout\ les\ produits\ \ (modalité \times effectif)}{effectif\ total}$.

Remarque

- Une série statistique peut avoir plusieurs modes
- On ne calcule pas la moyenne d'une série statistique à caractère qualitatif.

EXERCICE D'APPLICATION

1) On a relevé les notes en anglais de 30 élèves d'une classe de quatrième, les résultats sont consignés dans le tableau statistique suivant :

Note : x_i	5	6	7	9	10	11	12	14	Total
Effectif : n_i	2		5	3				2	
Fréquence : f_i		10			20		10		

Recopier et compléter le tableau ci-dessus.

a. Quel est le mode de cette série ?

b. Calculer sa moyenne.

2) A la question de savoir « quel est ton musicien préféré ? » les réponses des élèves de 3^e sont consignées dans le tableau suivant :

Modalité	Singuilar	Petit-pays	Mister Léo	Fally Ipoupa	Total
Effectif	10	8	15	7	

Quel est le mode de cette série statistique.

3) A la question de savoir « quel est ton âge ? » les réponses des élèves de 3^e sont consignées dans le tableau suivant :

Modalité	12	13	14	15	Total
Effectif	10	28	24	8	70

Détermine et le mode et la moyenne de cette série statistique.

Devoir : choisir 2 ou 3 exercices dans le livre au programme de préférence.

LEÇON 3 :

Diagramme à bâton, à bande ; pictogramme

Durée : 50 minutes

COMPETENCE A ACQUERIR PAS LES ELEVES

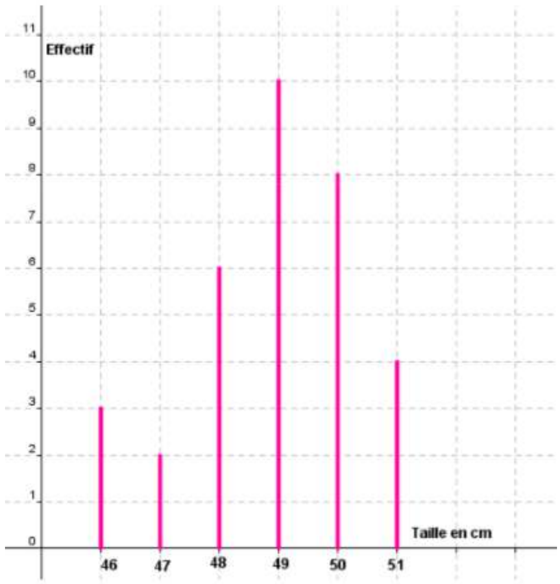
- Construire le diagramme à bâton ou diagramme à bande ou le pictogramme d'une série statistique
- Interpréter un diagramme ou un pictogramme (Mode, tableau des effectifs et fréquence).

PREREQUIS

- Construire un rectangle de dimension 4 cm et 2 cm.
- Placer sur une droite graduée d'origine O les points A et B d'abscisses 4 et 5 respectivement.
- Construire un segment vertical de longueur 4cm.

SITUATION DE VIE

L'élève Franck de la classe de quatrième rend visite à sa mère dans la maternité d'un hôpital de la ville de Yaoundé et trouve ce graphique au mur qui donne la taille des nouveaux nés du mois précédent.



Il voudrait connaitre à quoi correspondent les différents rectangles du schéma et comment les construire.

Aide Franck à résoudre le problème posé.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

Soit le tableau statistique suivant

Modalité	2	3	4	6
Effectif	5	2	3	4

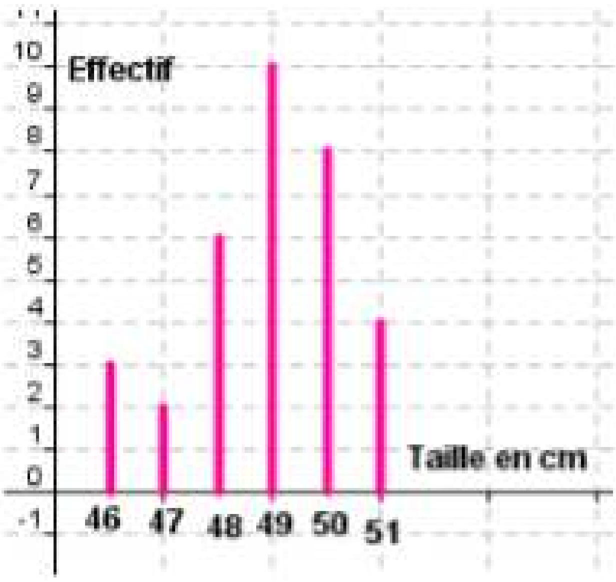
- Trace une droite verticale et une droite horizontale sécante en O.

- Sur la droite horizontale marque points d'abscisse 2 ; 3 ; 4 et 6.
- A partir de chaque point trace une droite verticale de longueur 5 ; 2 ; 3 et 4 respectivement.
- Aide Franck à comprendre le graphique qu'il a vu à l'hôpital. La hauteur de chaque bâton est proportionnelle au nombre d'enfants dont la taille est inscrite au pied du bâton.

RESUME

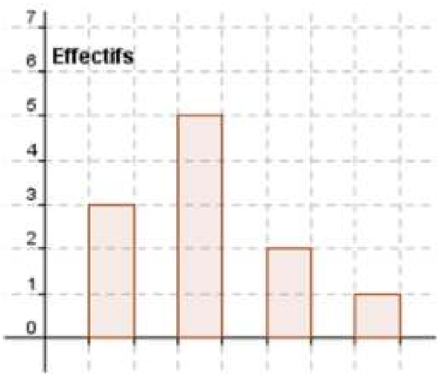
- Un diagramme à bâton est la représentation graphique des données statistiques à l'aide des segments. Les modalités sont sur l'axe horizontal et les effectifs sur l'axe vertical. A chaque valeur correspond un bâton dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif.

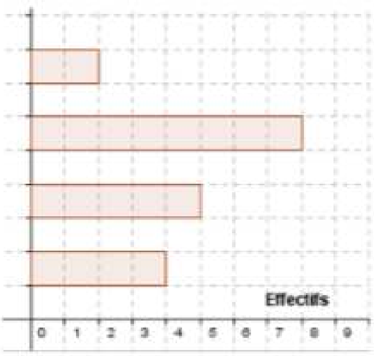
  Exemple :



- Le diagramme à bande est un diagramme dans lequel les modalités d'une série statistique sont représentées par des bandes verticales ou horizontales. La longueur de chaque bande est proportionnelle à son effectif.

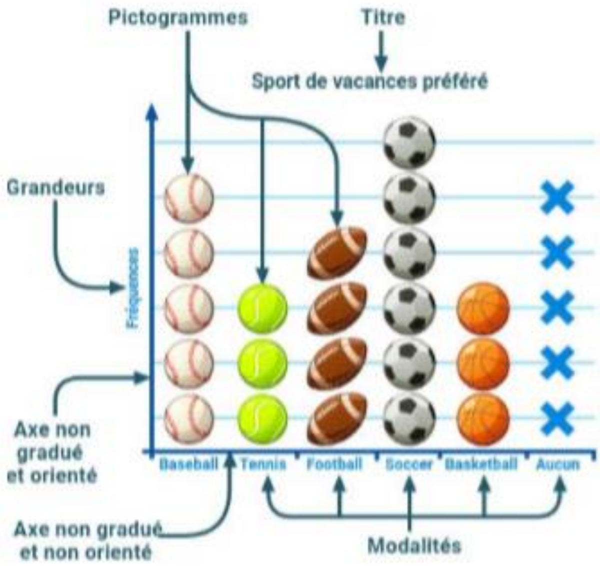
  Exemple





- Un pictogramme est un diagramme dans lequel les modalités d'une série statistique sont représentées par des dessins ou des images. Le nombre de pictogramme est proportionnel à l'effectif de la modalité.

Exemple



EXERCICE D'APPLICATION

Le tableau suivant donne la répartition des boulangeries d'une ville selon le prix de vente du Sandwich

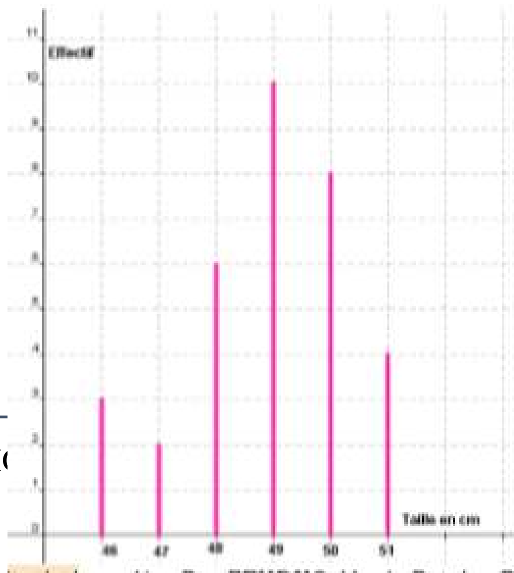
Prix	500	550	600	650	700
Effectif	8	6	10	4	2

1) Représenter cette série par un diagramme à bâton
2) Représenter le pictogramme de cette série. Le pictogramme sera représenté par un rond où on inscrit le prix du sandwich de la boulangerie.

ACTIVITE D'INTEGRATION **50 min :**

Le graphique suivant donne le poids des nouveaux nés d'un hôpital pendant un mois.

1) Quel est le mode de cette série ?
2) Dresser le tableau des effectifs de cette série.
3) Calculer la moyenne de cette série.



Module 9	CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN

CHAPITRE 8

DISTANCES ET CERCLES

LEÇON 1

Distances

Durée : 100 minutes

MOTIVATION

La confection de certains objets que nous utilisons au quotidien nécessite la connaissance de la notion de distance. On peut citer entre autres :

- En menuiserie : confection d'une table, d'un lit, d'une armoire ……
- En couture : Estimer la quantité de tissue nécessaire, réaliser un modèle…..
- En architecture : Réaliser le plan des maisons, se situer dans une immeuble, délimiter un terrain…..

COMPETENCES A ACQUERIR PAR LES ELEVES

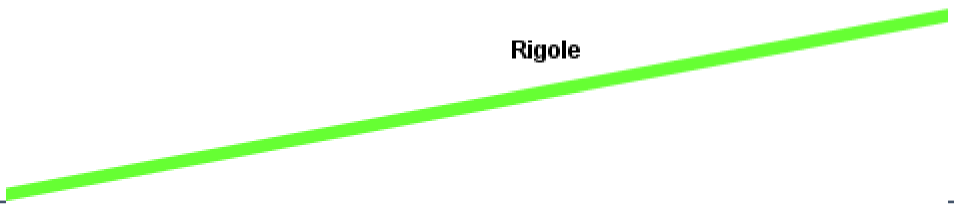
- Déterminer la distance d'un point à une droite
- Déterminer la distance de deux droites parallèles
- Utiliser les symétries pour déterminer la distance d'un point à une droite
- Utiliser la caractérisation de la bissectrice pour justifier qu'un point appartient à la bissectrice d'un angle et l'égalité de deux distances.

PREREQUIS

- **Droites perpendiculaires :** Deux droites sont perpendiculaires lorsqu'elles se coupent en formant un angle droit.
- **Droites parallèles** : Deux droites sont parallèles lorsqu'elles sont perpendiculaires à une même droite.
- **Bissectrice d'un angle** : La bissectrice d'un angle est la droite qui passe par le sommet de l'angle et le partage en deux angles de même mesure

SITUATION PROBLEME

Pour construire une portion droite de l'autoroute Douala Yaoundé, les Chinois ont délimités la première ligne pour les rigoles. Sachant que la largeur de la route est de 12 mètres, aide-leur à



ressortir la deuxième rigole.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

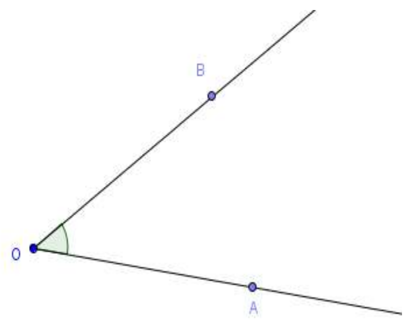
Activité 1

1.
   a) Trace une droite (D) et place un point A qui n'appartient pas à la droite (D).
   b) Trace une droite passant A et perpendiculaire à (D). Cette droite coupe (D) en A'. La distance AA' est appelée distance du point ……. à la droite ……
2.
   a) Trace une droite (D) et marque un point A sur la droite (D).
   b) Trace une droite (L) passant par A et perpendiculaire à (D), puis place le point B sur la droite (L) tel que $AB = 12cm$.
   c) Trace la droite (D') passant par B et perpendiculaire à (L).
   d) Les droites (D) et (D') sont ……………………………. et la distance entre les droites (D) et (D') est égale à …………………..

Activité 2

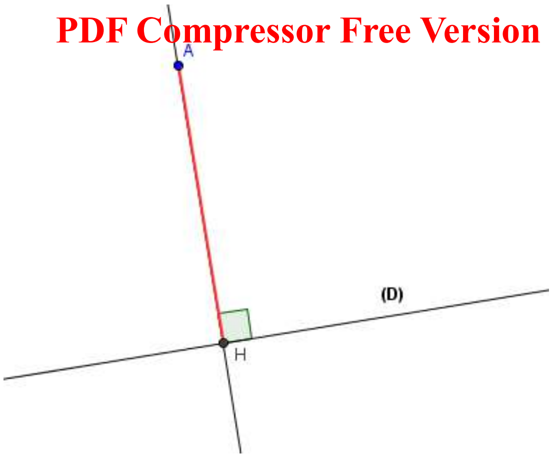
On considère la figure suivante :

1) Trace la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$
2) Place un point M sur cette bissectrice
3) Trace la droite passant par M et perpendiculaire à (OA). Cette droite coupe (OA) au point N.
4) Trace la droite passant par M et perpendiculaire à (OB). Cette droite coupe (OB) au point P.
5) Compare les distances MP et MN.

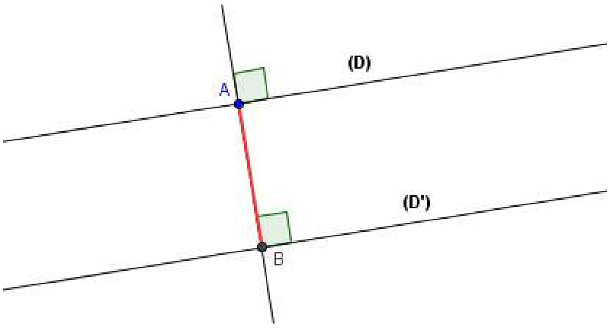


RESUME

- La distance d'un point à une droite est la distance entre ce point et le pied de la perpendiculaire à cette droite passant par ce point. **AH est la distance du point A à la droite (D).** C'est aussi la plus petite distance pour aller du point A à la droite (D).



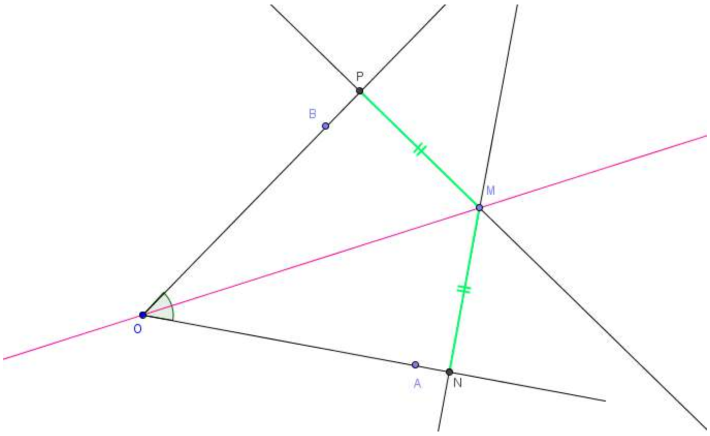
- La distance entre deux droites parallèles est égale à la distance entre un point de l'une des droites à l'autre. **AB est la distance entre les droites (D) et (D')**.



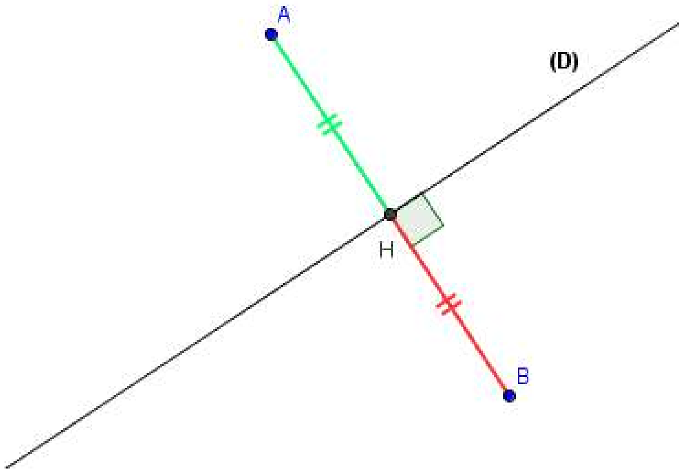
Remarque

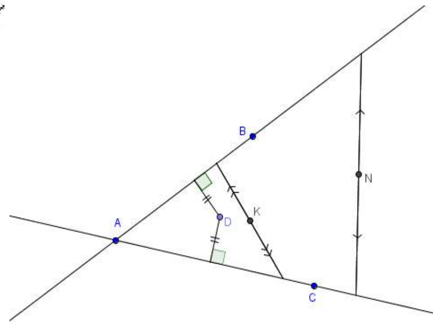
Si le point A appartient à la droite (D), alors la distance du point A à la droite (D) vaut 0. De même la distance entre deux droites sécantes est égale à 0.

- Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors les distance de ce point aux cotés de l'angle sont égales. De même si les distances d'un point à deux droites sécantes sont égales, alors ce point est sur la bissectrice de l'angle formé par les deux droites.

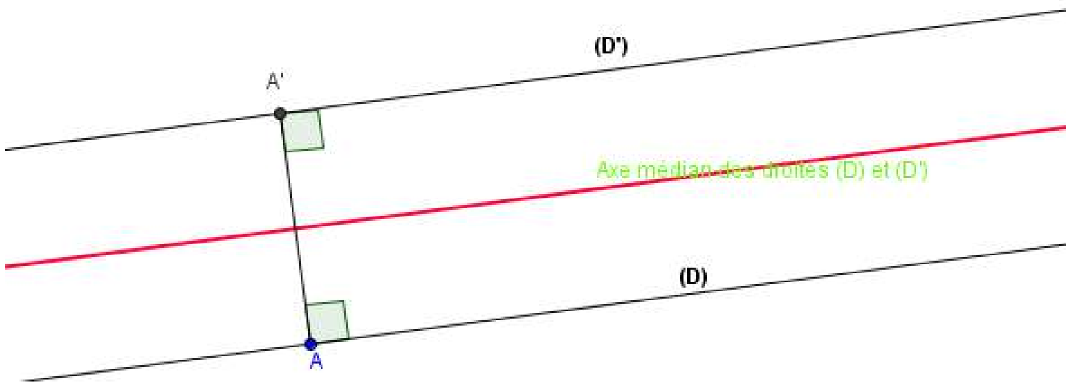


- Si (D) est la médiatrice du segment [AB], alors la distance du point A à la droite (D) est égale à la distance du point B à la droite (D). De même si la distance du point A à la droite (D) est égale à la distance du point B à la droite (D), alors (D) est la médiatrice du segment [AB].





- On appelle axe médian de deux droites parallèles l'ensemble des points situés à égale distance des deux droites. Si AA' est la distance entre les deux droites parallèles, alors l'axe médian est la médiatrice du segment [AA'].



EXERCICES D'APPLICATIONS

Exercice 1

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 8\ cm, AC = 6cm$ et $BC = 10\ cm$.

1. Quel est la distance du point B à la droite (AC) ? Du point C à la droite AB ?
2. Représente la distance du point A à la droite (BC) et mesure cette distance à l'aide de la règle graduée.

Exercice 2 :

Deux points seulement de cette figure sont situés sur la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.

1. Nomme-les en justifiant.
2. Donne les raisons pour lesquelles les autres ne sont pas sur la bissectrice

LEÇON 2

Cercles

Durée : 100 minutes

MOTIVATION

Dans notre environnement, beaucoup d'objets ont la forme d'un cercle ou d'un arc de cercle. On peut citer entre autres : le couvercle des marmites, le dessus de certaines tables, les plats, l'ouverture d'un puits… Pour réaliser ses objets, nous devons étudier certaines notions du cercle.

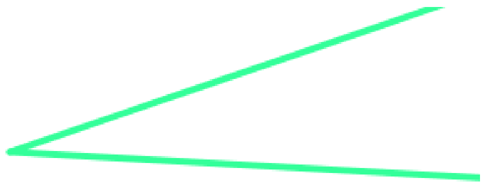
COMPETENCES A ACQUERIR PAR LES ELEVES

- Utiliser la distance du centre du cercle à une droite pour déterminer la position relative de la droite par rapport au cercle.
- Construire la tangente à un cercle passant par un point du cercle ou un point extérieur du cercle.
- Justifier les longueurs de deux arcs ou des mesures des angles.
- Calculer la mesure de l'arc intercepté.

PREREQUIS

- Distance d'un point à une droite.
- Angle au centre intercepté par un arc de cercle.
- mes(en radian)=($\pi\times$mes(en degré))/180

SITUATION DE VIE

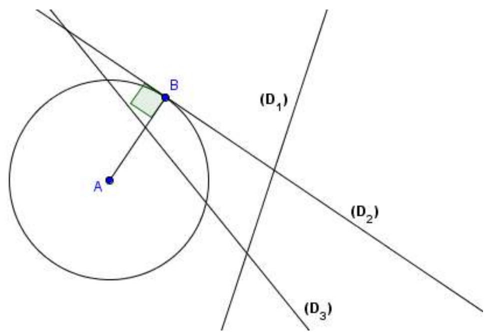


Sur un angle de son terrain, Mr FEUDJIO veut creuser un puits dont l'ouverture est circulaire. Il veut que l'ouverture du puits soit à la limite de son terrain des deux côtés. Aidez-le à trouver une position du centre du puis et le rayon d'ouverture correspondant.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

Activité 1

On considère la figure suivante :



1. Quelle est la droite qui coupe le cercle en deux points ? Représente la distance du centre du cercle à cette droite, puis compare cette distance au rayon.
2. Quelle est la droite qui ne coupe pas le cercle ? Représente la distance du centre du cercle à cette droite, puis compare cette distance au rayon.
3. Quelle est la droite qui coupe le cercle en un seul point ? Représente la distance du centre du cercle à cette droite, puis compare cette distance au rayon.

Activité 2

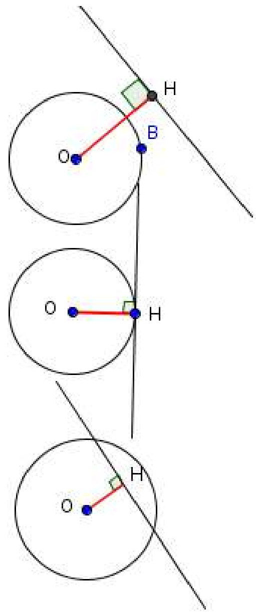
On considère un cercle de centre O et de rayon R. La longueur de ce cercle (son périmètre) est $2\pi R$. Cette longueur correspond à $2\pi\ radians$. Marque deux points A et B sur ce cercle. On note α la mesure en radian de l'angle $\widehat{AOB}$.

1. En utilisant la règle de trois, justifier que la longueur L de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ est $R \times \alpha$.
2. Si C et D sont deux points de ce cercle tel que les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ soient égaux. Alors comparer la longueur des arcs $\overset{\frown}{AB}$ et $\overset{\frown}{CD}$.

Activité 3

Trace un angle $\widehat{ABC}$. Puis marque un point O sur la médiatrice de cet angle. Représente le point A' tel que OA' soit la distance du point O au côté (BA) de l'angle. Trace le cercle de centre O et de rayon OA'. Que remarques-tu ?

RESUME



- Soit (C) un cercle de centre O et de rayon R et (D) une droite du plan. On note OH la distance du point O à la droite (D).
  - Si $OH > R$ alors (C) et (D) n'ont aucun point en commun. De même si (C) (D) n'ont aucun point en commun alors $OH > R$. Dans ce cas, on dit que (C) et (D) sont disjoints.
  - Si $OH = R$ alors (C) et (D) ont un seul point en commun. De même si (C) et (D) ont un seul point en commun alors $OH = R$. Dans ce cas, on dit que (C) et (D) sont tangents.

- Si $OH < R$ alors (C) et (D) ont deux points en commun. De même si (C) et (D) ont deux points en commun alors $OH < R$. Dans ce cas, on dit que (C) et (D) sont sécants.
- Etudier la position relative d'un cercle et d'une droite, c'est de dire si les deux droites sont disjointes, tangentes ou sécantes.

➢ On appelle tangente en un point A du cercle la droite passant par A et perpendiculaire à (OA). Si une droite est tangente à un cercle alors cette droite coupe le cercle en un seul point.

➢ Si M est un point extérieur du cercle alors on peut tracer deux tangentes à (C) passant par M.

➢ Si A et B son deux points du cercle (C) et α la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ alors la longueur L de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ est :

- $L = R \times \alpha$ si α est en radian.
- $L = \frac{\pi \times R \times \alpha}{180°}$ si α est en degré.

➢ Si deux angles au centre ont la même mesure, alors ils interceptent les arcs de même longueur. De même si deux arcs de cercle ont la même mesure, alors ils sont interceptés par les angles au centre de même mesure.

EXERCICES D'APPLICATIONS

Exercice 1

Construis deux cercles (C) et (C') de même centre O et de rayon respectifs 2,5 cm et 5,5 cm.

1. Choisi un point A de (C) et construis la tangente à (C) en A.
2. Quelle est la distance de O à (D) ?
3. Donne la position relative de (C') et (D)

Exercice 2

(C) est un cercle de rayon 5 cm, I et J sont deux points du cercle tels que $mes(\widehat{OJI}) = 25°$.

1. Faire la figure
2. Quelle est la nature du triangle OJI ?
3. Détermine les mesures des autres angles du triangle.
4. Calcule la longueur de l'arc $\overset{\frown}{IJ}$.

CHAPITRE 9

TRIANGLES

.

LEÇON 1

Droites et milieux

Durée :50 minutes

MOTIVATIONS

Équilibrer la distance entre deux planches pour maintenir une charpente en équilibre.

COMPETENCES A ACQUERIR PAR LES ELEVES

Exploiter la propriété des milieux pour prouver que :

- Deux droites sont parallèles.
- Un point est milieu d'un segment.
- Et calculer une longueur.

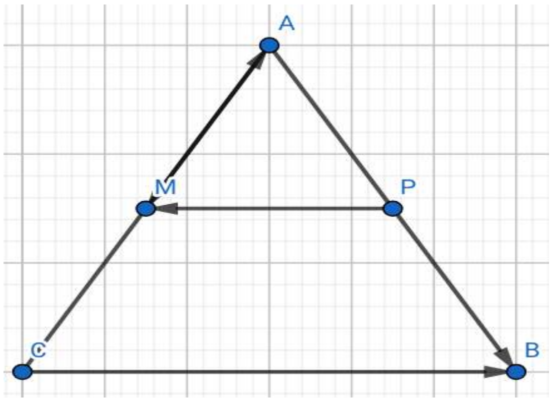
PREREQUIS

- -Définir triangle. R : figure géométrique à trois côtés.
- -Donner les types de triangles. R : triangle rectangle, isocèle équilatéral, quelconque.
- - Si (D) perpendiculaire (D') et (D') perpendiculaire (L) alors $(D) \parallel (L)$
- -Définir parallélogramme R : figure ayant quatre cotes parallèles deux à deux.

SITUATION PROBLEME

Monsieur ATEBA possède un champ triangulaire dont les sommets sont un avocatier, un bananier et un cocotier. Il plante un prunier et un manguier respectivement au milieu des cotés formés d'avocatier-bananier et avocatier-cocotier. Il souhaite connaitre à la fois la distance prunier-manguier et si les droites (prunier manguier) et (bananier cocotier) sont parallèles. Ayant oublié ses notions mathématiques, fait appel à toi pour l'aider. Aide-le à résoudre son problème.

Voir la figure



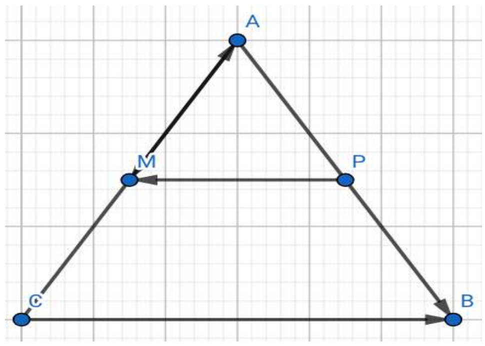
A=avocatier, B= bananier, C =cocotier, M=manguier et P=prunier AB=AC=4,28m et BC=6m

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

On considère un triangle ABC tel que : AB=AC=4,28 cm et BC=6cm

1) Construire le triangle ABC
2) Place les points P et M milieu respectif de [AB] et [AC] puis trace le segment [PM]
3) À l'aide d'une équerre compare $d(M,(BC))$ et $d(P,(BC))$.Que peux-tu dire des droites (BC) et (PM) ?
4) Mesure la distance PM et on a $PM = \frac{BC}{...}$ ou $BC = PM \times ...$

Solution



a)
b)
c) On a $d(M,(BC)) = d(P,(BC))$. Les droites (BC) et (PM) sont parallèles.
d) PM= 3cm et on a PM=$\frac{BC}{2}$ ou BC= PM×2

Que peux-tu dire à monsieur ATEBA ?

R : En se servant des étapes de la situation problème, la distance prunier-manguier est 3m et les droites (prunier manguier) et (bananier cocotier) sont parallèles.

RESUME

Définition

Dans un triangle, une droite qui passe par les milieux de deux côtés est appelés droite des milieux.

Propriété 1

Dans un triangle, une droite passant par les milieux de deux côtes est parallèle au support du troisième côté.

Propriété 2

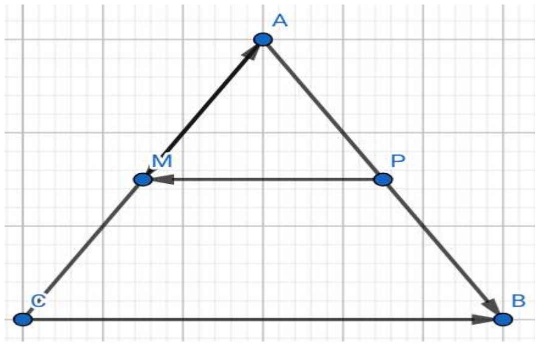
Si une droite est parallèle a un côté, et si elle passe par le milieu d'un deuxième côté, alors elle passe par le milieu au support du troisième côté.

Propriété 3

Pour un triangle ABC

- *Hypothèse* : Si I est le milieu de [AB] et J est le milieu [BC]
- *Conclusion* : alors IJ=$\frac{1}{2}$ AC

Exemple :



Pour le triangle ABC ci-dessous on a (BC) //(PM) et AM=$\frac{1}{2}AC$

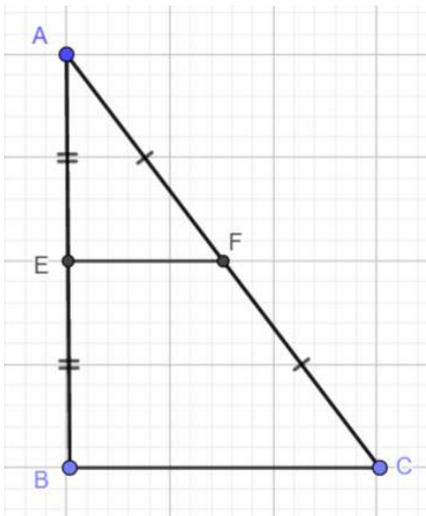
Donc $AP = \frac{1}{2}AB$ et $PM = \frac{1}{2}BC$

EXERCICE D'APPLICATION

ABC est un triangle tel que AC= 5cm, AB= 4cm et BC= 3cm. E est le milieu de [AB] et F est le milieu [AC].

1) Faire un dessin en vrai grandeur et code-le.
2) Montrer que (EF) // (BC).
3) Calculer la longueur EF

Solution :



1)

2) E est le milieu de [AB] et F est le milieu de [AC] d'après la propriété des milieux on a : (EF) // (BC).

3) On a (EF) // (BC), E est le milieu de [AB] et F est le milieu de [AC] d'après la propriété des milieux on a EF= $\frac{1}{2}BC$.

LEÇON 2

Droites particulières dans un triangle

Durée :100 minutes

COMPETENCES A ACQUERIR PAR LES ELEVES

L'apprenant doit être capable à la fin de construire :

- Le cercle inscrit dans un triangle.
- L'orthocentre d'un triangle.
- Le centre de gravité d'un triangle.

PREREQUIS :

- Construis un cercle de centre O et de rayon 3cm
- Construis un triangle ABC

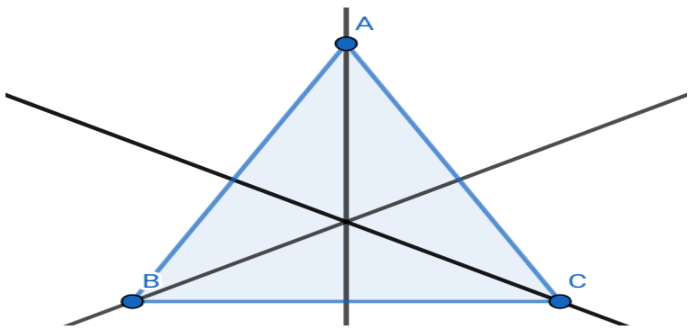
SITUATION PROBLEME

Monsieur ATEBA et ses deux voisins Monsieur BONA et Monsieur CEBA ayant tous des moyens réduits voudrait ensemble contribuer pour construire un forage au centre de leur commune. Ne connaissant pas ou doit se situer le forage fait appel à toi pour les aider sachant les trois habitations forment un triangle. Aide-les à résoudre ce problème.

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

a) Construis un triangle ABC puis tracer les trois bissectrices de ce triangle. Comment appelle-t-on leur point de rencontre ?
b) Construis un triangle ABC puis tracer les trois hauteurs de ce triangle. Comment appelle-t-on leur point de rencontre ?
c) Construis un triangle ABC puis tracer les trois médianes de ce triangle. Comment appelle-t-on leur point de rencontre ?

Solution



RESUME

La bissectrice (cercle inscrit).

Définition

Dans un triangle, une bissectrice est une droite qui passe par un sommet et qui partage l'angle en ce sommet en deux angles de même mesure.

Propriété 1

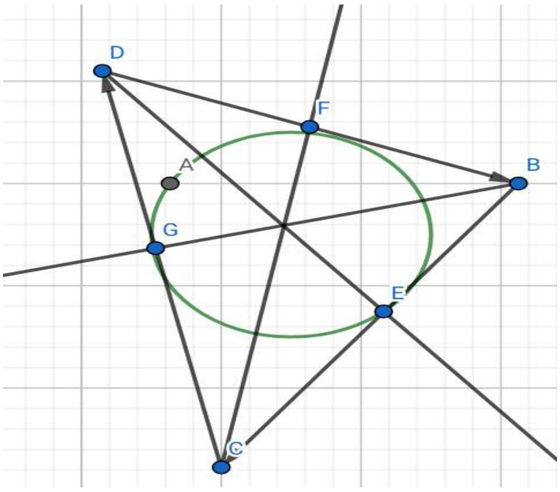
Un point de la bissectrice d'un angle dans un triangle est situé à égal distance des cotes de cet angle. Réciproquement, si un point est à égal distance de deux côtés d'un triangle alors il est sur la bissectrice de l'angle forme par ces deux côtés.

Propriété 2

Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point I appelé centre du cercle inscrit au triangle.

Exemple

Les bissectrices sont concourantes en un point O appelé centre du cercle inscrit dans le triangle. Ce point est équidistant des côtés du triangle.



La hauteur (orthocentre).

Définition

Dans un triangle, une hauteur est la droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé.

Propriété

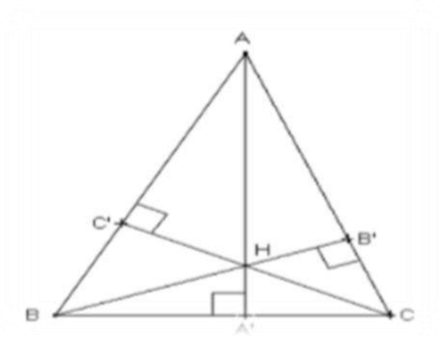
Les hauteurs sont concourantes en un point appelé orthocentre du triangle.

Propriété 2

Les hauteurs concourent à l'intérieur du triangle si tous ses angles sont aigus. Les hauteurs concourent à l'extérieur si un des angles est obtus.

Exemple

Soit le triangle ABC, les droites passant par chaque ont pour projeté orthogonal respectivement A', B' et C'



La médiane (centre de gravité)

Définition

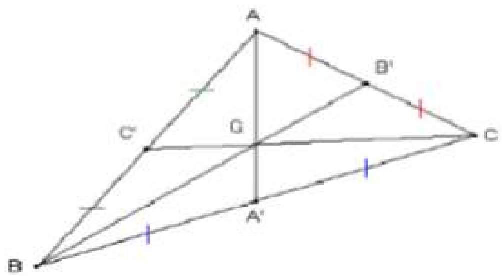
La médiane issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et par le milieu du côté opposé.

Propriété 1

Les médianes sont concourantes en un point appelé centre de gravité.

Propriété 2

Le centre de gravité est situé aux 2/3 de chaque médiane à partir du sommet. Si G est le centre de gravité, on a alors : $AG = \frac{2}{3} AA'$ ou $A'G = \frac{1}{3} AA'$ ou $AG = 2A'G$; $BG = 2/3\, BB'$



Remarque

Une médiane dans un triangle partage ce triangle en deux triangles de même aire.

EXERCICE D'APPLICATION

Soit un triangle ABC.

a) Tracer une droite (D) perpendiculaire au segment [BC] et passant par A.

b) Tracer une droite (D1) qui passe par le sommet B et qui divise le côté opposé en deux

LEÇON 3

Le triangle rectangle

Durée :50 minutes

MOTIVATION

Utiliser la propriété de Pythagore pour résoudre un problème courant.

COMPETENCES A ACQUERIR PAR LES ELEVES

Utiliser les propriétés de Pythagore pour:

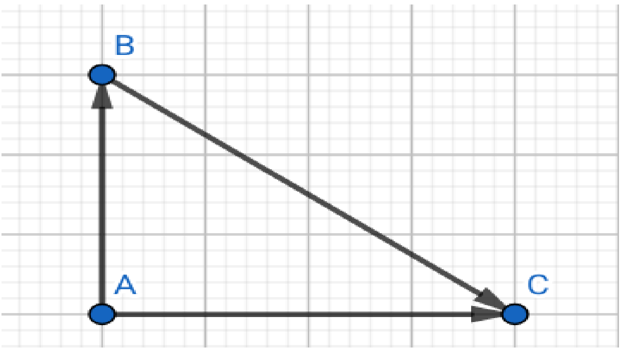
- Calculer une distance.
- Démontrer qu'un triangle est rectangle.

PREREQUIS

C'est quoi un triangle rectangle ? R : triangle dans lequel il y a un angle droit

SITUATION PROBLEME

Monsieur ATEBA voudrai construis la charpente de sa maison à une pente et ayant la forme d'un triangle rectangle. Par négligence à perdu la mesure de la pièce oblique. Il sait néanmoins que la pièce de base est 4m et celle de la hauteur est 3m. Ayant oublié ses notions de mathématiques fais appel à toi pour l'aider. Aide-le à résoudre ce problème.

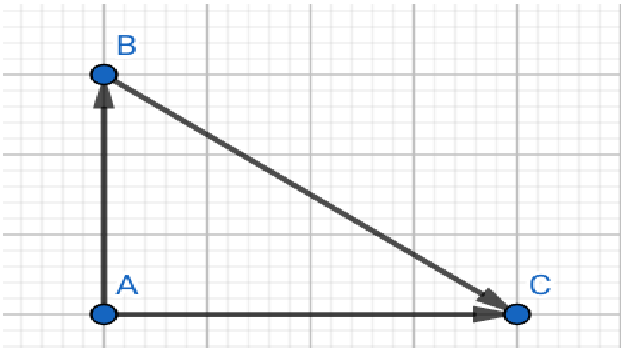


ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

1) Construis un triangle ABC tel que AB=3cm, AC=4cm et Mes ($\widehat{BAC}$) =90°.
2) Mesure BC puis Compare BC² et AB²+AC².

Solution

1)



2) BC=5cm, $BC^2=25$ et $AB^2+AC^2=25$

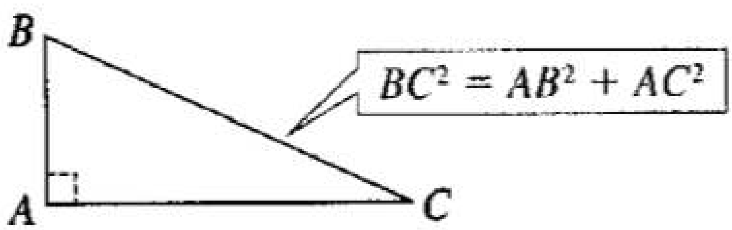
Que peux-tu dire à monsieur ATEBA ?

R: en suivant les étapes de l'activité d'apprentissage ce morceau sera long de 5m.

RESUME

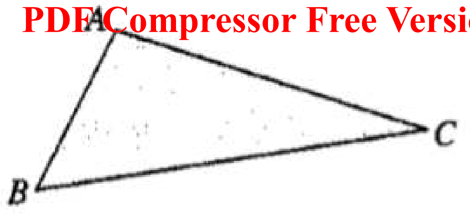
Propriété : (propriété directe de Pythagore)

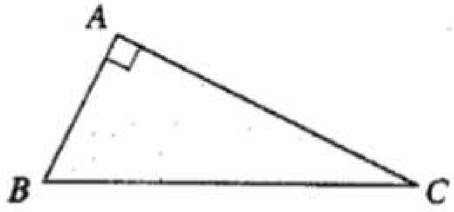
Si un triangle est rectangle, alors l'hypoténuse au carré est égale à la somme des carrés des 2 autres côtés.



Propriété : (propriété réciproque de Pythagore)

Si dans un triangle le plus grand côté au carré est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle ... et son hypoténuse est le plus grand côté.

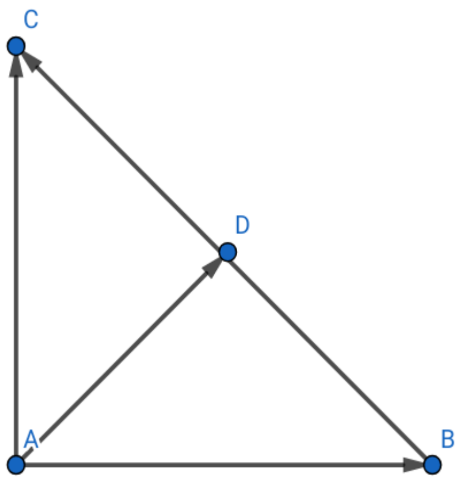




$AB^2+AC^2=BC^2$ donc ABC rectangle en A

Relation métrique

En considérant le triangle rectangle en A ci-dessous ou AD est la hauteur issue de A



On a $AB \times AC = BC \times AD$ ou bien $AB \times AC = BC \times h$

EXERCICE D'APPLICATION

1) Soit un triangle ABC rectangle en A tel que AB=6cm, BC=10cm calculer AC
2) Soi un triangle ABC tel que AB=6cm, AC=10cm et BC=9cm. ABC est-il rectangle en B ?

Solution :

D'après la propriété de Pythagore $AC^2=BC^2-AB^2=100-36=64$

Donc AC=8cm

$AB^2+BC^2=36+81=117$ et $AC^2=100$ Donc ABC n'est rectangle en B

CHAPITRE 10

LES VECTEURS

INTERET : La notion de vecteur est le fruit d'une histoire longue de plus de deux mille ans. Les vecteurs permettent de résoudre de très nombreux problèmes en mathématiques, en physique ou encore en informatique.

MOTIVATION : Les vecteurs vont vous permettre de comprendre comment des objets solides se déplacent. C'est aussi grâce aux vecteurs que vous pouvez avoir des images « très claires » sur vos téléviseurs ou sur vos écrans de téléphones.

PRE-REQUIS : Le bon sens, points, droites et segments de droite du plan.

LEÇON 1

La notion de vecteur

Durée : 50 minutes

MOTIVATION

Les vecteurs vont vous permettre de représenter le déplacement rectiligne d'un objet ou d'une personne d'un point vers un autre.

COMPETENCES A ACQUERIR PAR LES ELEVES

- Construire un vecteur
- Reconnaitre l'origine et l'extrémité d'un vecteur
- Déterminer les caractéristiques d'un vecteur

SITUATION PROBLEME

Alima et Solanga marchent l'un vers l'autre en ligne droite. Lorsqu'ils se rencontrent, une dispute éclate : Alima dit que Solanga et lui ont marché dans la même direction ; Solanga quant à lui prétend qu'Alima se trompe. Lequel des deux a raison ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

1. Utilise le quadrillage de ta feuille, pour placer quatre points A, B, C et D tels que ABCD soit un rectangle. A l'aide d'un crayon, trace la droite (AB).
2. A l'aide de ta règle et d'un stylo rouge, trace une flèche partant du point A vers le point B.
   a. Quelle est la droite qui « porte » la flèche rouge ? (On dira plus tard que cette droite est le support ou une direction de la flèche rouge)
   b. Quel est le sens de la flèche rouge ?
   c. Peux-tu mesurer la longueur de la flèche rouge ? peux-tu comparer cette longueur à celle du segment [AB] ?

Plus tard, cette flèche rouge sera appelée vecteur $\overrightarrow{AB}$.

3. A l'aide d'un stylo bleu, trace une flèche partant du point C vers D.
   a. Peux-tu donner une direction de la flèche bleue ? que peut-on dire des directions des flèches bleu et celui de la flèche rouge ?

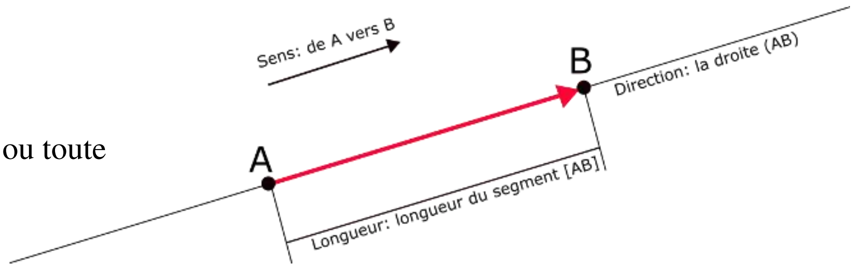
b. Quel est le sens de la flèche bleu ? que peut-on dire du sens de la flèche bleu et celui de la flèche rouge ?

RESUME

Notation : on considère deux points A et B du plan. On représente le vecteur noté $\overrightarrow{AB}$ par une flèche (segment orienté) qui relie l'origine A à l'extrémité B.

Définition : *vecteur*

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par :



- sa direction (la droite (AB) ou toute parallèle),
- son sens (de A vers B),
- sa norme (la longueur du segment [AB]).

EXERCICES D'APPLICATIONS

1. ABCD est un carré.
   a. Représente les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DA}$.
   b. Complète le tableau ci-après :

Vecteurs	Direction	Sens	Origine	Extrémité
$\overrightarrow{AB}$				
$\overrightarrow{BC}$				
$\overrightarrow{DC}$				
$\overrightarrow{DA}$				

   c. Peux-tu citer des vecteurs qui :
      i. Ont la même direction que $\overrightarrow{AB}$? la même direction que $\overrightarrow{AD}$?
      ii. Ont le même sens que $\overrightarrow{AB}$? le même sens que $\overrightarrow{AD}$?
2. Pouvez-vous à présent régler la dispute qui oppose Alima et Solanga ?

LEÇON 2

Les propriétés des vecteurs

Durée : 50 minutes

MOTIVATION

Les propriétés des vecteurs vont vous permettre de d'identifier de façon plus rigoureuse un parallélogramme.

COMPETENCES A ACQUERIR PAR LES ELEVES

- Reconnaitre deux vecteurs égaux.
- Utiliser les vecteurs pour reconnaitre un parallélogramme et justifier son existence.
- Utiliser les vecteurs pour justifier que deux droites sont parallèles.
- Utiliser les vecteurs pour justifier une égalité de distance.

SITUATION PROBLEME

Alima, Bikele, Chadinou et Diam font partie d'un groupe de danse. Ils s'entrainent pour danser lors la kermesse du lycée. Ils ont décidé qu'ils ne seront pas alignés. Alima, le chef du groupe de danse, va diriger leur chorégraphie : les trois autres danseurs doivent exécuter les mêmes mouvements que lui.

A un moment de la chorégraphie, Alima exécute un pas de danse qui l'amène à l'endroit exact où Bikélé devrait se trouver au début du mouvement. Bikélé et Chadinou parviennent à exécuter le mouvement mais Diam a du mal à savoir où il devrait se placer.

Peux-tu aider Diam à bien se positionner ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

Place sur ta feuille, quatre points non alignées A, B, C et D.

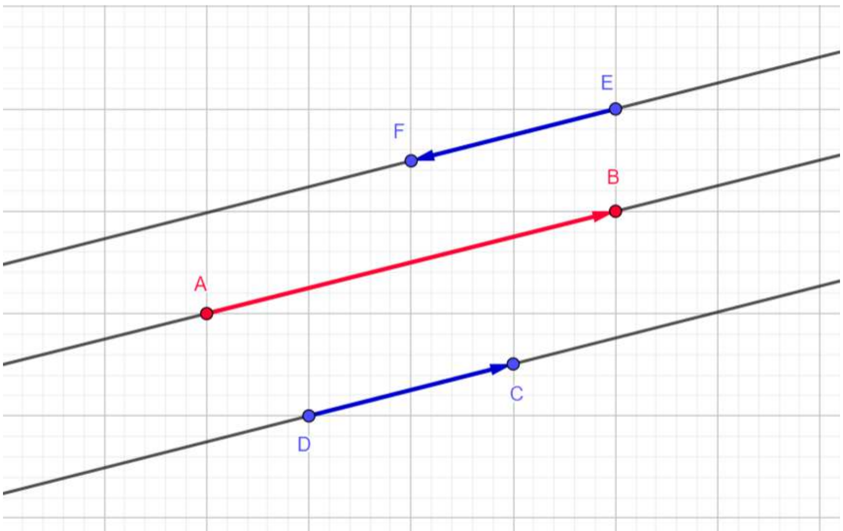
1. Construis le vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Construis la droite passant par C et parallèle à (AB)
3. Explique comment construire un vecteur d'origine C ayant la même direction que $\overrightarrow{AB}$. On notera M l'extrémité de ce vecteur. On dira plus tard que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CM}$ sont colinéaires ; ils suivent « la même ligne ».
4. Explique comment construire un vecteur d'origine D ayant la même direction, le même sens et la même longueur que $\overrightarrow{AB}$. On notera N l'extrémité de ce vecteur. On dira plus tard que. On dira plus tard que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DN}$ sont égaux.
5. Quelle est la nature du quadrilatère ABND ?
6. Peux-tu à présent aider Diam à se positionner ?

RESUME

Définition : vecteurs colinéaires

Deux vecteurs sont *colinéaires* s'ils ont la même direction.

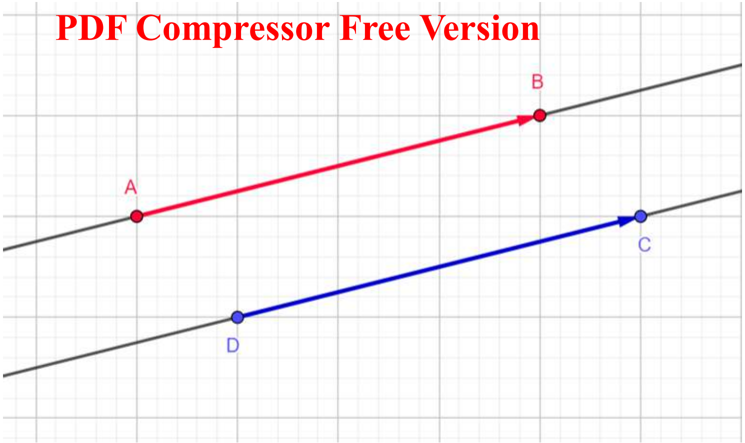
Exemple : les vecteurs $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires



Définition : *vecteurs égaux*

Deux vecteurs sont *égaux* s'ils ont la même direction, le même sens et la même longueur.

Exemple : les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont égaux.

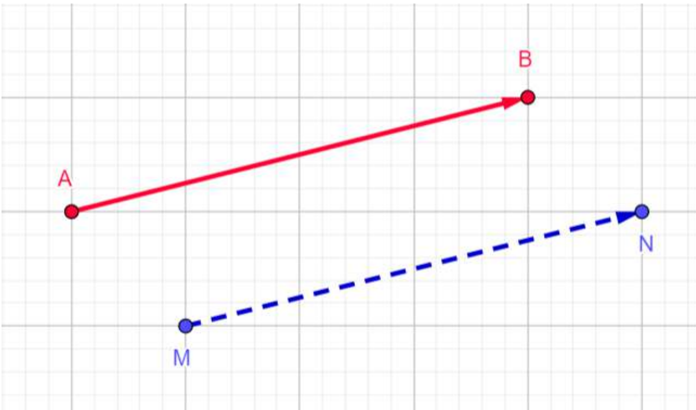


Définition : *vecteurs nuls*

Lorsque les points A et B sont confondus, alors la longueur du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est égale à 0. On dit dans ce cas que le vecteur est *nul* et on le note $\vec{0}$.

Propriété : *caractérisation d'un parallélogramme par des vecteurs*

Étant donnés un vecteur $\overrightarrow{AB}$ et un point M, il existe un point N unique tel que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$



Remarque : on dit dans ce cas que le vecteur $\overrightarrow{MN}$ est un *représentant* du vecteur $\overrightarrow{AB}$

EXERCICES D'APPLICATIONS

DEF est un triangle.

1. Construit le vecteur $\overrightarrow{DG}$, représentant du vecteur $\overrightarrow{FE}$.
2. Construit le vecteur $\overrightarrow{EH}$, représentant du vecteur $\overrightarrow{FE}$.
3. Cite deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{FE}$.
4. Quelle est la nature du quadrilatère EHGD ? justifie ta réponse.
5. Que peut-on dire du point E pour le segment [FH] ?

LEÇON 3

Addition des vecteurs

Durée : 50 minutes

MOTIVATION

Additionner deux vecteurs vous permettra de prévoir la trajectoire d'un objet en mouvement soumis à l'action de plusieurs forces.

COMPETENCES A ACQUERIR PAR LES ELEVES

- Utiliser la relation de Chasles pour additionner deux vecteurs
- Utiliser les vecteurs pour reconnaitre le milieu d'un segment

SITUATION PROBLEME

Alima et Bikele jouent aux billes. Alima lance sa bille. A un moment donné de son mouvement, Bikélé lance lui aussi sa bille mais la sienne percute celle d'Alima en pleine course.

Peux-tu aider Alima à prévoir la trajectoire de sa bille ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

1. A, B et C sont trois points non alignés
   a. Sur ta feuille dessine les trois points A, B et C.
   b. Un individu décide d'aller du point A vers le point B. Représente son déplacement à l'aide d'un stylo bleu.
   c. Ensuite cet individu quitte le point B pour le point C. Représente son déplacement à l'aide d'un stylo bleu.
   d. N'y a-t-il pas une façon plus simple de se rendre au point C en partant de A ? si oui représente ce trajet à l'aide d'un stylo rouge.
   e. Explique à présent comment Alima peut prévoir la trajectoire de sa bille.
2. Soit [AB] un segment de droite et I son milieu.
   a. Représente les vecteurs $\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{IB}$.
   b. Peux-tu décrire ces deux vecteurs ? que constate-tu ?

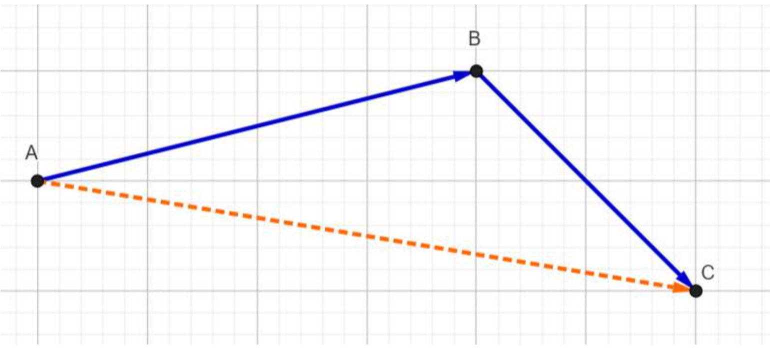
c. A partir du point I, si un individu se déplace en suivant le vecteur $\overrightarrow{IA}$, puis en suivant le vecteur $\overrightarrow{IB}$, quelle sera sa position finale ?

d. Que peut-on conclure ?

RESUME

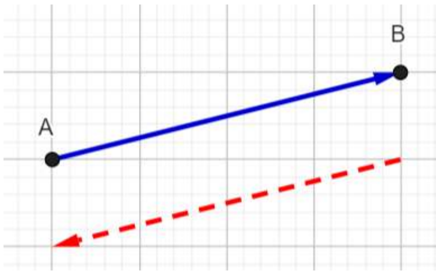
Propriété : *relation de Chasles.*

Soit A, B et C trois points. On a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.



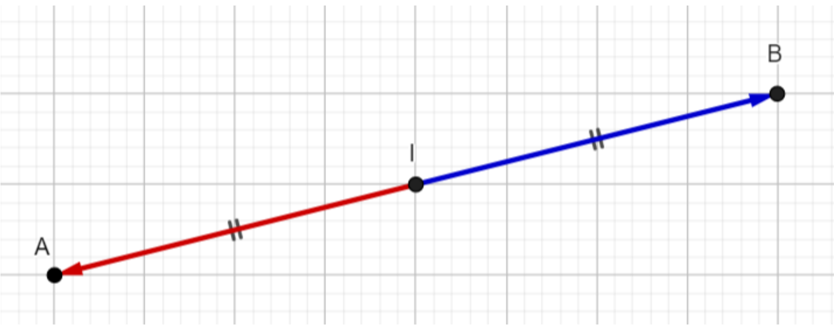
Définition : *vecteurs opposés*

Le vecteur opposé à $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur noté $\overrightarrow{BA}$ ou $-\overrightarrow{AB}$; il a la même direction, la même longueur que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ mais de sens contraire à $\overrightarrow{AB}$.



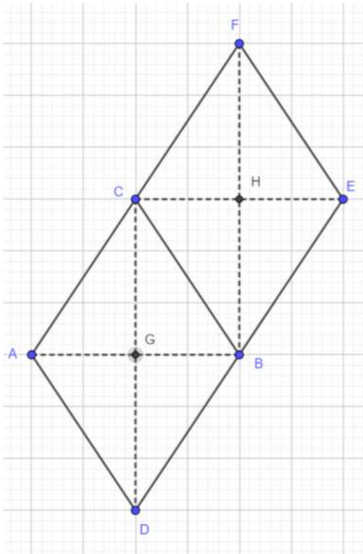
Propriété : *caractérisation vectorielle du milieu d'un segment.*

Soit [AB] un segment : I milieu du segment [AB] équivaut à $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.



EXERCICES D'APPLICATIONS

1- Détermine les sommes de vecteurs ci-après :



a. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$

b. $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EB}$

c. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$

d. $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EB}$

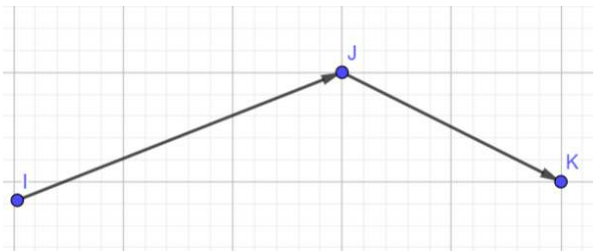
e. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CF}$

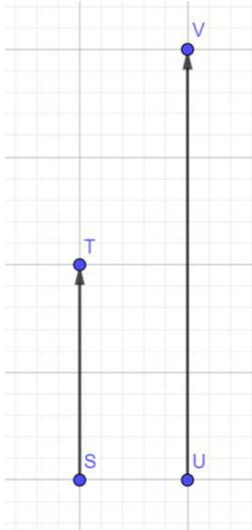
f. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}$

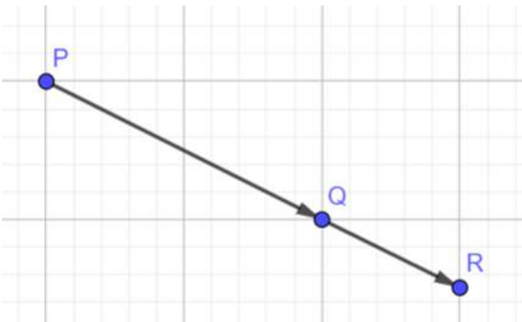
g. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$

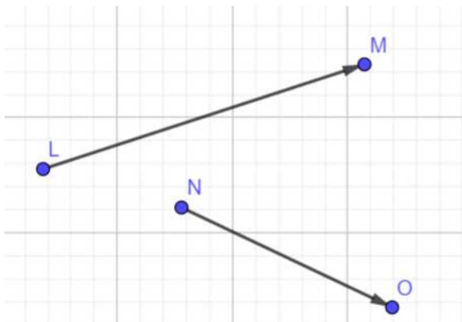
h. $\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE}$

2- Dans chacun des cas suivants, construis la somme des vecteurs représentés.









CHAPITRE 11

TRANSLATIONS

INTERET :

- De nos jours, des décorateurs, des constructeurs et des artistes (peintres, stylistes, …) utilisent les translations dans la réalisation de leurs œuvres.
- Le déplacement des objets peut être décrit à l’aide des translations.

MOTIVATION : Ce chapitre nous permettra de découvrir la notion de translations, de nous exercer à l’utiliser pour résoudre des problèmes qui en découlent.

PRE-REQUIS : Vecteurs.

LEÇON 1

Notions de translation – Vecteur de translation

Durée : 50 minutes

COMPETENCES A ACQUERIR PAR LES ELEVES

- Utiliser la relation de Chasles pour additionner deux vecteurs
- Utiliser les vecteurs pour reconnaitre le milieu d'un segment

CONTROLE DE PREREQUIS

Cite des vecteurs deux à deux égaux dans un parallélogramme ABCD.

SITUATION PROBLEME

Cinq piroguiers (A, B, C, D et E) participent à une course de pirogues. La figure ci-contre montre leurs positions A, B, C, D et E au départ puis A' ; B' ; C' ; D' et E' 2 minutes après. C'est à ce moment que les quatre autres piroguiers prennent aussi de la vitesse pour essayer de rattraper le piroguier A en aller au même rythme que lui. Un Prof de Maths présent le jour de la course, présente la situation à ces élèves de 4ème lors d'un cours de géométrie et leur demande de déterminer la position de chacun des quatre autres piroguiers lorsque le piroguier A aura franchi la ligne.

Les trajets suivis par les piroguiers étaient parfaitement rectilignes et de même sens ?

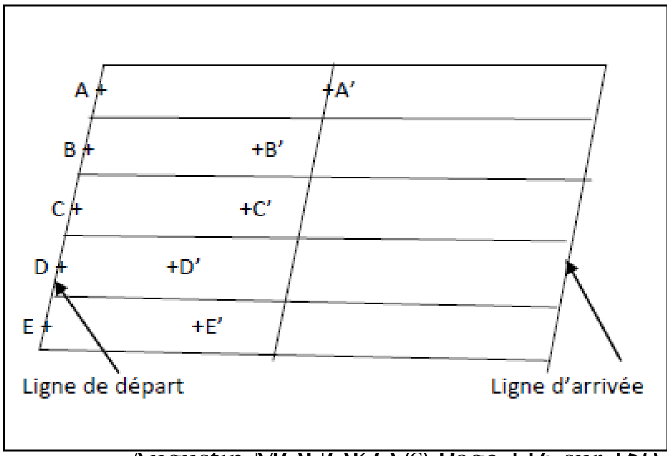
Ces élèves, très curieux, utilisent des règles graduées pour les déterminer mais n'y parviennent pas.

Pouvez-vous leurs proposer une méthode efficace pour résoudre ce problème ?

Vocabulaire : Le point A' se lit « A prime ».

ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE

1. En utilisant les points de la figure ci-dessus, donne un vecteur caractérisant le déplacement du piroguier A de sa position A' à la ligne



d'arrivée s'il franchit la ligne en un point A_1. *Réponse* : $\overrightarrow{A'A_1}$

2. On désigne par E_1 la position du piroguier E lorsque le piroguier A aura franchi la ligne d'arrivée. Quel déplacement le vecteur caractérise-t-il ?
3. Comme les piroguiers vont à la même vitesse après la deuxième minute, quelle condition doivent remplir les vecteurs $\overrightarrow{A'A_1}$ et $\overrightarrow{E'E_1}$? *Réponse* : *ils doivent être égaux.*
   On dit que le point est le translaté du point E' suivant le vecteur $\overrightarrow{A'A_1}$.
4. En déduire la nature du quadrilatère $A'A_1E'E_1$? *réponse : parallélogramme.*
5. Expliquer à ces élèves comment construire efficacement et aisément la position des autres piroguiers lorsque A aura franchi la ligne.

RESUME

Rappel : En réalité, un vecteur n'est pas un déplacement mais un objet qui caractérise un déplacement. Le déplacement rectiligne, en Mathématique, s'appelle ***une translation***.

Définition : *Translaté d'un point.*

A et B sont deux points distincts donnés. Considérons le vecteur $\overrightarrow{AB}$ et un point M donné.

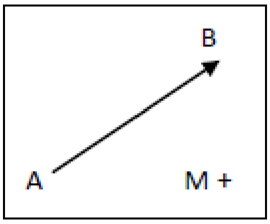
On appelle **translaté du point M suivant le vecteur $\overrightarrow{AB}$,** l'unique point M' qui vérifie $\boldsymbol{\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}}$.

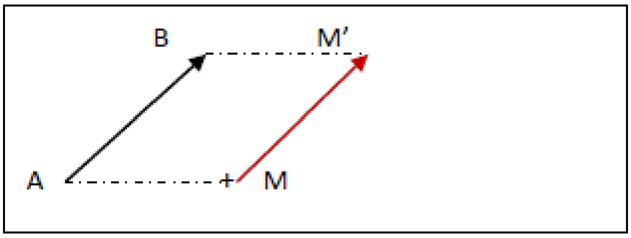
Définition : *Translation de vecteur donné*

La correspondance ou la transformation qui à chaque point M, associe son translaté suivant le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est appelée la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$. Elle est généralement notée $t_{\overrightarrow{AB}}$ et on écrit :

$$t_{\overrightarrow{AB}}(M) = M' \text{ signifie que } \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}.$$

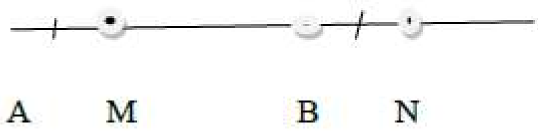
On dit aussi le point N est l'image du point M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ ou encore que la translation $t_{\overrightarrow{AB}}$ envoie M sur M'.





Remarque :

- Une translation est caractérisée par son vecteur.
- Le translaté d'un point M suivant le vecteur nul ($\vec{O}$) est le point M lui-même.
- La translation de vecteur nul ($\vec{O}$) est appelée *identité*.
- la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, $t_{\overrightarrow{AB}}$ est définie de la manière suivante :
  - Quand M n'appartient pas à la droite (AB), son translaté (son image) M'est tel que : ABM'M soit un parallélogramme (voir figue ci-dessus).
  - Quand M appartient à la droite (AB), son translaté (son image) N est tel que :
    - MN =AB
    - Les demis droits [AB) et [MN) ont le même sens.



EXERCICES D'APPLICATIONS

1. Parmi les phrases ci-dessous, deux sont intruses (ne désignent par $t_{\overrightarrow{EF}}$). Lesquelles ?
   a) Le mouvement rectiligne de vecteur $\overrightarrow{EF}$.
   b) F a pour image E par cette translation.
   c) F est le translaté de E suivant $\overrightarrow{EF}$.
   d) La translation qui envoie F sur E.
   e) La translation qui transforme E en F.
   f) Le point F est le correspondant du point E par cette translation.
   g) La translation qui associe le point F au point E.
2. ABCD est un losange de centre I.
   a) Quelle est le translaté de A suivant chacun des vecteurs suivants ?
      i. $\overrightarrow{DC}$
      ii. $\overrightarrow{IC}$
   b) Complétez les pointillés par les points qui conviennent.

$$\overrightarrow{D\ldots} = \overrightarrow{IB} \text{ signifie que } t_{\overrightarrow{IB}}(D) = \cdots$$

Devoirs : Exercices 1 ; 2 ; 7 et 8 page 161 (livre Maths sans complexe).

LEÇON 2

Image d'une figure simple par une translation et les propriétés des translations

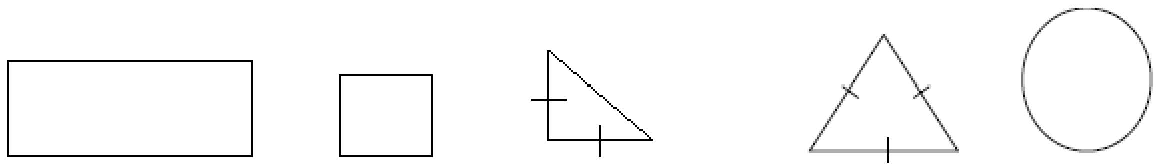
Durée : 100 minutes

COMPETENCES A ACQUERIR PAR LES ELEVES

- Construire l'image par une translation d'une figure simple (d'un segment ; d'une droite ; d'un angle, d'un cercle, . . .)
- Utiliser les translations pour démontrer : une égalité de distances ou d'angles ; l'alignement de trois points ; le parallélisme ou la perpendicularité de deux droites.
- Résoudre des situations faisant appel aux translations.

CONTROLE DE PREREQUIS

1. Trace certains axes et le centre de symétries des figures suivantes, quand elles en ont :



2. ABC est un triangle, D est un point tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ et E le symétrique de D par rapport à B. Faire une figure puis déterminer l'image du point C par $t_{\overrightarrow{BA}}$.

SITUATION PROBLEME

NDI est un jeune élève de la classe de 4ème. Il fait partie d'un groupe d'élèves désigné par le club mathématiques dont il est membre pour proposer un logo pour le club. Voici le logo proposé par le groupe de NDI (voir figure 1). Malheureusement pour NDI, ce logo ne sera pas retenu. Content de la participation de son fils dans ce travail, AYISSI le père de NDI décide d'utiliser le motif du logo (voir figure 2) pour décorer son portail. Madame AYISSI à son tour demande que l'on ajoute un deuxième motif identique au premier sur la ligne en dessous du premier motif. Voici ce que NDI propose comme figure (voir figure 3) en laissant les traits de construction. Madame AYISSI est inquiète car elle se demande si les motifs sont identiques. A –t-elle raison de s'inquiéter ?

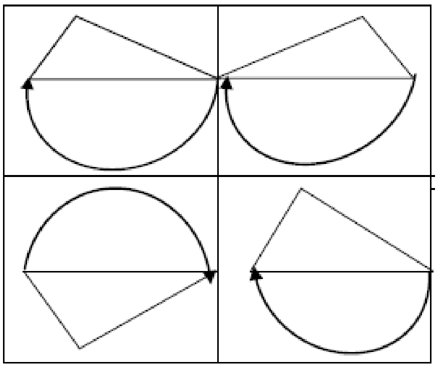


Figure 1 (Logo)

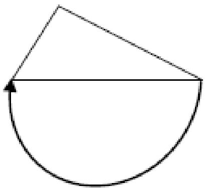


Figure 2

(motif)

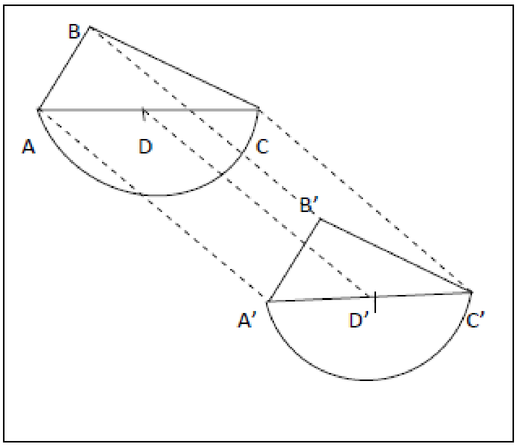


Figure 3

ACTIVITES D'APRRENTISSAGE

1.

a) En utilisant tes instruments de géométrie, justifie que les vecteurs $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CG}$ et $\overrightarrow{DK}$ sont égaux. Solution : Mesurer puis conclure.

b) Déduis que les points E, G et K sont les images respectives des points B, C et D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AF}$. Solution : un vecteur de cette translation est $\overrightarrow{AA'}$.

2.

a) Quelle est la nature du quadrilatère AFGC ? Déduis-en que AC=FG. Solution : $ABB'A'$ est un parallélogramme.

b) Explique alors à madame AYISSI pourquoi tous les côtés du motif ABC ont les mêmes dimensions que ceux du motif FEG. Solution : Comme B' est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$, le quadrilatère $ABB'A'$ est un parallélogramme et par conséquent $AB = A'B'$. Par un raisonnement analogue, on démontre que $AC = A'C'$.

RESUME

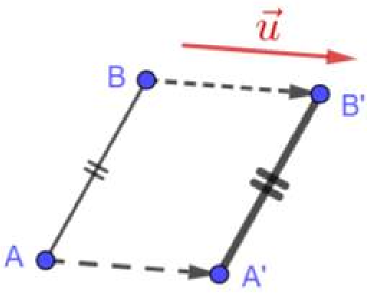
Méthode : l'image d'un point M par la translation $t_{\overrightarrow{AB}}$ qui transforme A en B est le point M'obtenu par glissement de M parallèlement à (AB).

Propriétés :

L'image d'un segment $[AB]$ L'image d'une droite (AB) L'image d'un angle par une par une translation est un segment $[A'B']$ tel que :

- AB= A'B'
- (AB) // (A'B')

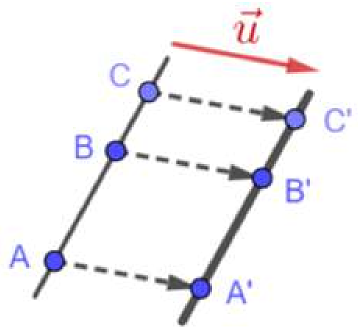
On dit que les translations **conservent les longueurs**



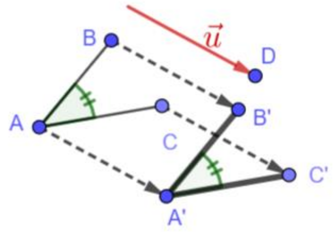
ou les distances.

par une translation est une droite qui lui est parallèle.

On dit que les translations **conservent l'alignement des points.**



translation est un angle de même mesure.



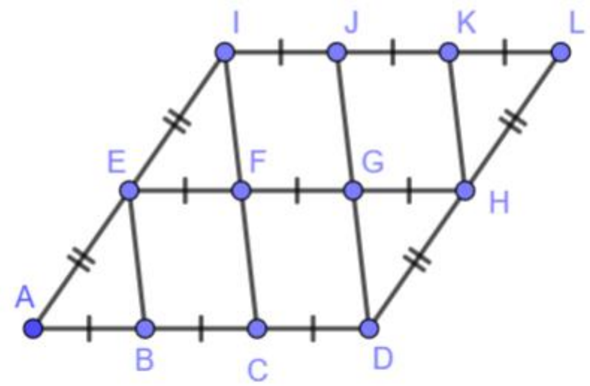
Conséquences :

- Les images de deux droites parallèles par une translation sont deux droites parallèles. On dit que les translations **conservent le parallélisme.**
- Les images de deux droites perpendiculaires par une translation sont deux droites perpendiculaires. On dit que les translations **conservent la perpendicularité.**
- L'image d'un cercle par une translation est un cercle de même rayon.
- L'image d'une figure par une translation est une figure de **même nature** qui lui est **superposable**.

EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1

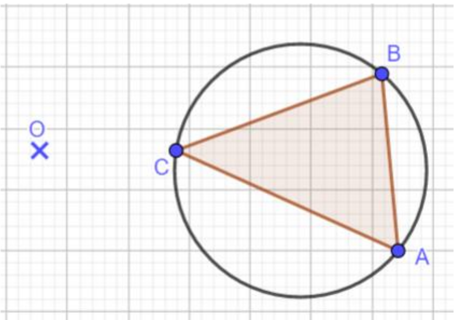
Examine la figure ci-dessous puis recopie et complète le tableau ci-dessous.



Translation	Point	L'image du point	Figure	L'image de la figure	Un vecteur de la translation
N°1	E	F	ABCGF		
N°2	L	G	KGHL		
N°3	H			EIJF	$\overrightarrow{FI}$
N°4	I		ABF	CDH	

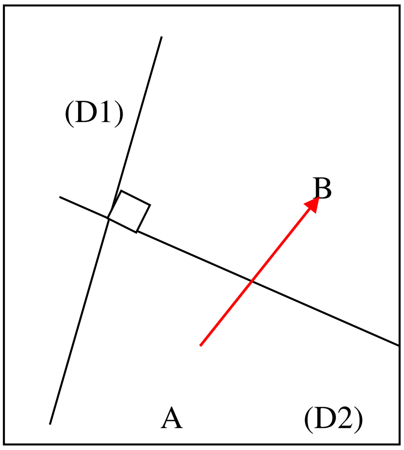
Exercice 2

Recopie la figure ci-dessous puis complète la par translation $t_{\overrightarrow{BO}}$ de vecteur $\overrightarrow{BO}$.



Exercice 3

1. Construire l'image (D3) de (D1) par $t_{\overrightarrow{AB}}$. Que peut-on dire de (D3) et (D2) ?
2. Construire l'image (D4) de (D2) par $t_{\overrightarrow{AB}}$. Que peut-on dire de (D4) et (D2) ?
3. 3. Démontrer que (D4) et (D2) sont parallèles.



Devoirs : exercices 10 ; 15 ;18 ; 30 et 34 pages 162à 165

CHAPITRE 12

REPERAGES

MOTIVATION

Dans la vie, nous sommes confrontés au problème de détermination de la position géographique d'une localité sur une carte, d'un point sur une droite graduée ou bien dans un plan. Ce chapitre nous donne des notions qui nous permettrons de trouver aisément ces positions.

LEÇON 1

Repérages

Durée : 50 minutes

COMPETENCES A ACQUERIR PAR LES ELEVES

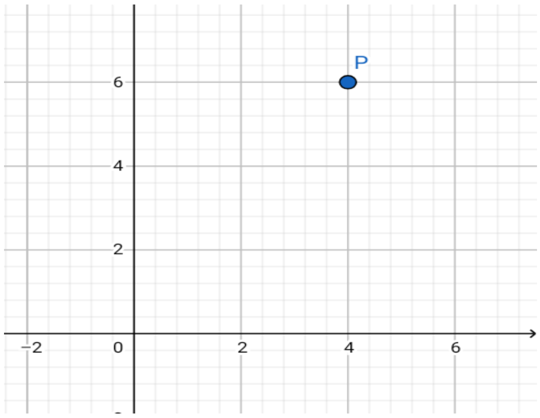
- Définir un repère du plan à partir de deux droites graduées
- Lire les coordonnés d'un point dans un repère du plan
- Placer un point dans un repère du plan, connaissant ses coordonnées.

PREREQUIS

La distance de 1 à 2 est : …**1**.. la distance de 3 à -5 est :…**8**.

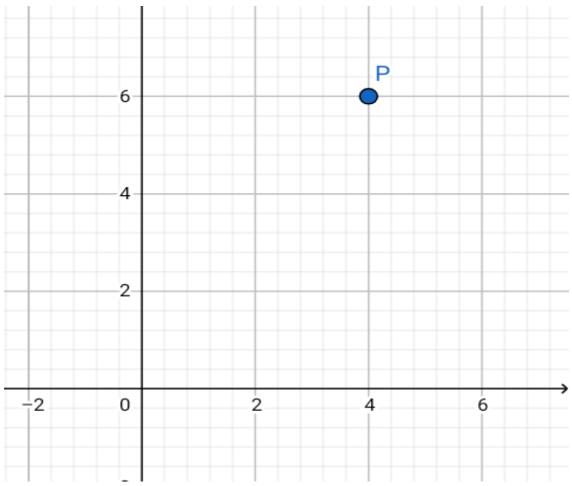
SITUATION PROBLEME

La maison de Paul est située dans une zone du quartier Elig-Essono dont il veut déterminer les coordonnées géographiques mais ne sait comment faire. À l'aide d'un GPS, son grand frère parvient à situer sur une carte en un point P par rapport à la poste centrale O. il n'y comprend rien peux-tu l'aider ?



ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

En considérant la carte suivante

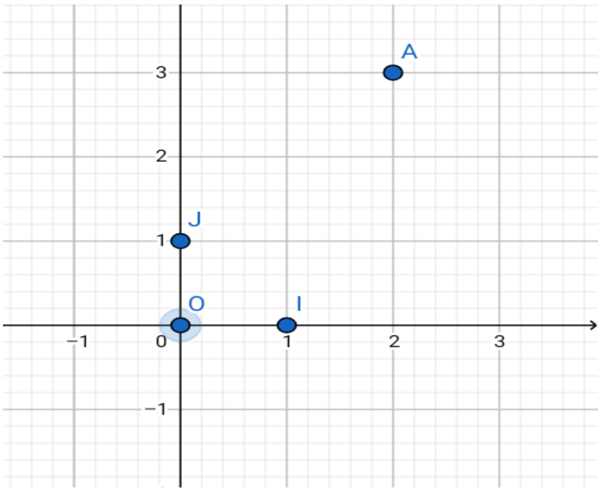


1) Projette le point P sur l'axe horizontal puis lis ses coordonnés sur cet axe.
   R=4
2) Projette le point P sur l'axe vertical puis lis ses coordonnés sur cet axe.
   R=6
3) Écris ces coordonnées sous la forme $(x\,;y)$ où x est la valeur lu sur l'axe horizontal et y celle lu sur l'axe vertical   R=(4 ;6)

   Que peux-tu dire à Paul ?

R :: en suivant les étapes de l'activité d'apprentissage on a (4 ; 6)

RÉSUMÉ



- (O ,I, J) est appelé repère du plan ;
- Le point O est l'origine du repère (O ,I, J)
- (OI) est l'axe des abscisses ;
- (OJ) est l'axe des ordonnées ;
- 2 est abscisse du point A et 3 son ordonnée. On note A (2 ;3)
- On note $M(x\,;y\,)$ on lit M est le couple de coordonnées ($x\,;y$) dans le repère (O, I, J)

Remarque

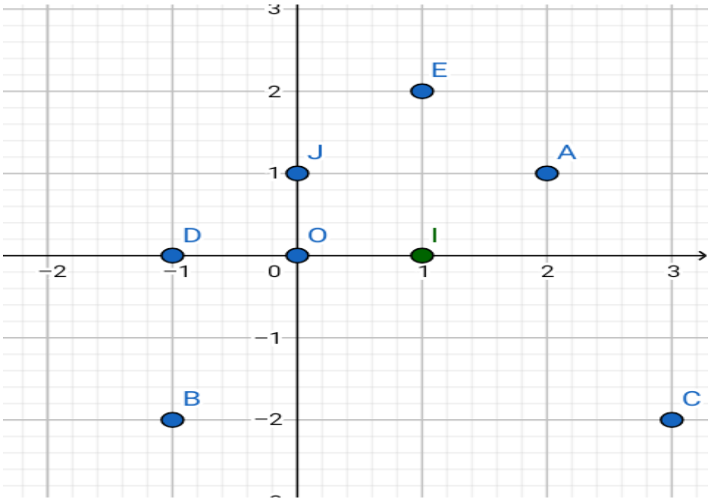
On dit que (O, I, J) est quelconque lorsque (OI) n'est pas perpendiculaire à (OJ)

On dit que (O, I, J) est orthogonal lorsque (OI) $\perp$ (OJ)

On dit que (O, I, J) est orthonormal lorsque (OI) $\perp$ (OJ) et OI=OJ (OI

On dit que (O, I, J) est orthonormé lorsque (OI) $\perp$ (OJ) et OI=OJ=1cm

EXERCICE D'APPLICATION



1) Quelle est la nature du repère (O, I, J) ?
2) Déterminer les couples de coordonnes des points A ; B ; C ; D ; E.
3) Placer dans ce repère les points P (-1 ; -3) ; Q (3 ; 2,5) ; R (-2 ;3)

Solution

1) Ce repère est orthonormé
2) A (2 ;1) B (-1 ; -2) C (3 ; -2) D (-1 ;0) E (1 ;2)
3) Aux soins de l'élève

Devoir : dans le livre.

Module 12	*SOLIDES DE L'ESPACE*

CHAPITRE 13

DROITES ET PLANS DE L'ESPACE

MOTIVATION

La réalisation des plans de maison, d'immeubles nécessite la connaissance des plans et droite de l'espace.

LEÇON 1

Droites et plan de l'espace

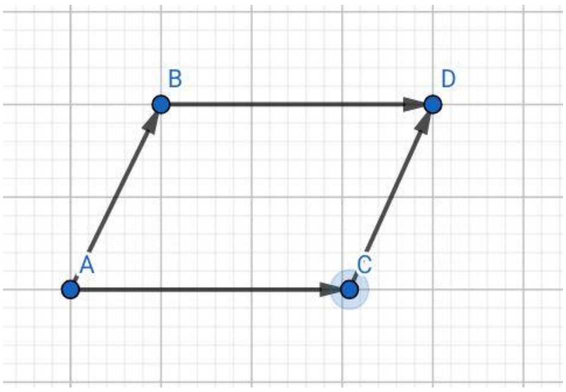
Durée : 100 minutes

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

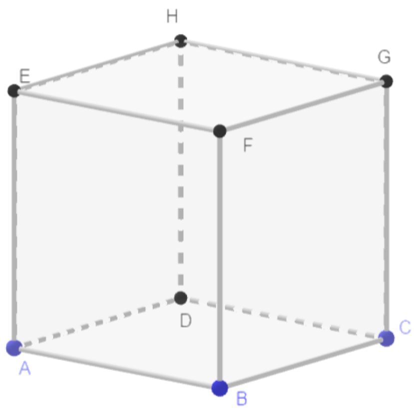
- Reconnaitre deux droites parallèles, sécantes, orthogonales ou non coplanaires.
- Reconnaitre deux plans parallèles, sécants ou perpendiculaires.
- Reconnaitre si un plan et une droite sont sécants, parallèles ou orthogonales.

PREREQUIS

Définition : Un plan est ensemble infini de points contenant des droites. Un plan est représenté par un parallélogramme. Un plan peut être défini par trois points non alignés.



Exemple : le plan (ABC)



SITUATION DE VIE

Mohamed élève en classe de 6e possède une boite de craie ayant la forme d'un cube. Son grand-père lui dit que dans cette boite, la craie est positionnée de façon unique au point où si l'on change de sens elle se verse, peux-tu expliquer comment cela est possible ?

ACTIVITE D'APPRENTISSAGE

En considérant le cube de la situation problème

Répondre par vrai ou faux

a) Identifier une droite perpendiculaire à deux droites sécantes d'un plan

R : (HD) est perpendiculaire à (AD) et (DC) du plan (ADC)

b) Identifier une droite perpendiculaire à deux plans

R : (HD) est perpendiculaire à (ADC) et (EHG)

RESUME

Deux droites de l'espace peuvent être :

- **Parallèles** : Elles n'ont aucun point en commun et peuvent être contenue dans un même plan.
- **Sécantes** : Elles ont un seul point en commun.
- **Confondues** : Dès qu'elles ont deux points en commun.
- **Non coplanaire**s : aucun point en commun et ne sont pas parallèle.

Définition

Deux droites sont orthogonales lorsque leurs parallèles passant par un point quelconque de l'espace sont perpendiculaires. Deux droites sont perpendiculaires si elles sont orthogonales et sécantes.

Remarque : La droite peut être contenue dans le plan

Définition

Une droite est orthogonale à un plan si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

Propriété

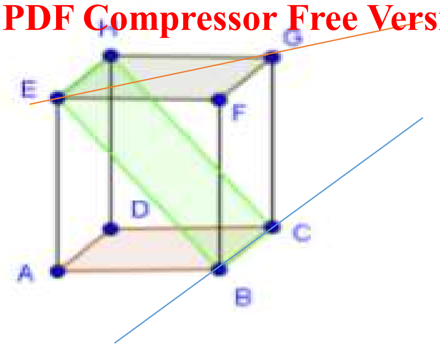
Si une droite est orthogonale à un plan, alors elle est orthogonale à toute droite de ce plan.

Deux plans de l'espace peuvent être :

- **Sécants** : les deux plans se coupent suivant une droite.
- **Strictement parallèles** : Les deux plans n'ont aucun point en commun.
- **Confondus**.

Définition : Deux plans sont perpendiculaires si l'un contient une droite perpendiculaire à l'autre.

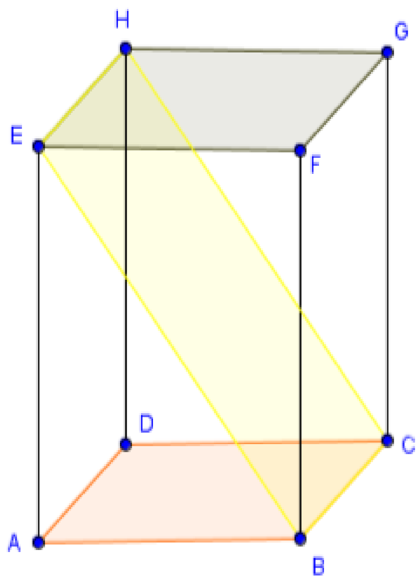
Exemple : ABCDEFGH est un cube.



- La droite (EG) est incluse dans le plan (EFG).
- La droite (EG) et le plan (ABC) sont parallèles.
- La droite (AE) est orthogonale au plan (ABC) car (AE) est perpendiculaire aux droites sécantes (AB) et (AD) du plan (ABC).
- Les plans (EHB) et (ABC) sont sécants suivant la droite (BC).
- Les plans (EHF) et (DAB) sont strictement parallèles.
- Les plans (ABC) et (BFG) sont perpendiculaires.

EXERCICE D'APPLICATION

On considère le pavé droit ABCDEFGH.



1) Quelle est la position relative des plans (EAB) et (HDC) ?
2) Montrer que les droites (HD) et (AC) sont orthogonaux. Sont-elles perpendiculaires ?
3) Cite deux plans perpendiculaires au plan (HDC).
4) Quel l'intersection des plans (BCH) et (ABF) ?

CHAPITRE 14

PYRAMIDES

INTERET

Réalisation des maquettes et de certains toits ; fabrication d'objets (boites, emballages, coques…) et la détermination de la quantité de liquide (eau, vin, …) dans une coupe, un verre ou un château.

PRE-REQUIS

Reconnaitre les caractéristiques et calculer les éléments métriques d'un disque et d'un cylindre de révolution ; propriété directe de Pythagore, cercles (aire d'un secteur angulaire et longueur d'un arc) et tableau de proportionnalité.

MOTIVATION

De nombreux objets et constructions à l'instar de certains dés, certaines toitures des cases artisanales ou certaines chefferies traditionnelles ont la forme pyramidale. Le chapitre suivant nous donne des outils nécessaires pour la consolidation des connaissances sur des pyramides afin de résoudre des situations problèmes auxquelles nous pourrons faire face.

LEÇON 3

Reconnaissance et description d'une pyramide

Durée : 50 minutes

MOTIVATION

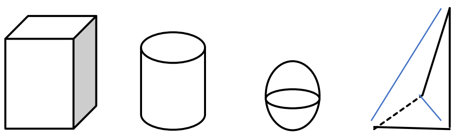
Cette leçon nous donne des outils nécessaires permettant de distinguer les pyramides parmi d'autres solides.

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

Reconnaitre et décrire une pyramide.

CONTROLE DE PREREQUIS

Parmi les objets ci-dessous, identifie-le(s) prisme(s) droit(s) en précisant le nombre de faces, de sommets et d'arêtes.

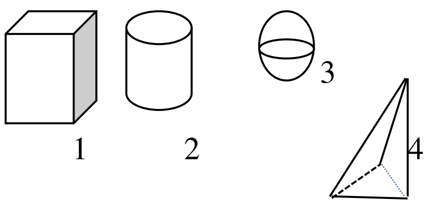


1 2 3 4

Réponse : seul le premier objet est un prisme droit. Il possède six faces, huit sommets et douze arêtes.

SITUATION DE VIE

Le coffre à jouets du frère cadet de Jean contient des objets de formes diverses parmi lesquels ceux représentés ci-dessous :



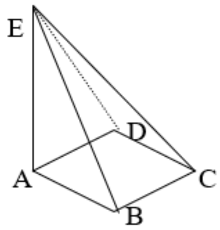
Jean lui a demandé d'identifier l'objet 4 et il n'y arrive pas.

Comment pouvez-vous le faire ?

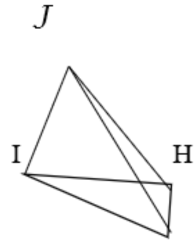
ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE

Observe les solides ci-dessous.

1) Compléter chacune des phrases suivantes par le nombre qui convient.
   a) La face sur laquelle est posé le solide 1 (appelée **la base du solide)** est un polygone à …cotés.
      En dehors de la base, le solide 1 possède ……autres (appelées **faces latérales).**
   b) Reprendre la question ci-dessus pour le solide 2.



Solide 1



Solide 2

2) Pour chaque solide, compare le nombre de faces latérales au nombre de côtés de sa base.
3) Pour chaque solide, cite le sommet commun à toutes les faces latérales et opposé à la base : c'est le **sommet du solide.**
4) Faire une description de chaque solide en utilisant les expressions : base ; sommet et faces latérales.
5) Désignons par S le nombre de sommets ; par F le nombre total de faces et par $\boldsymbol{a}$ le nombre d'arêtes. Alors, compare les sommes $S + F$ et $\boldsymbol{a} + \mathbf{2}$ **pour** chaque solide.

Solution de l'activité :

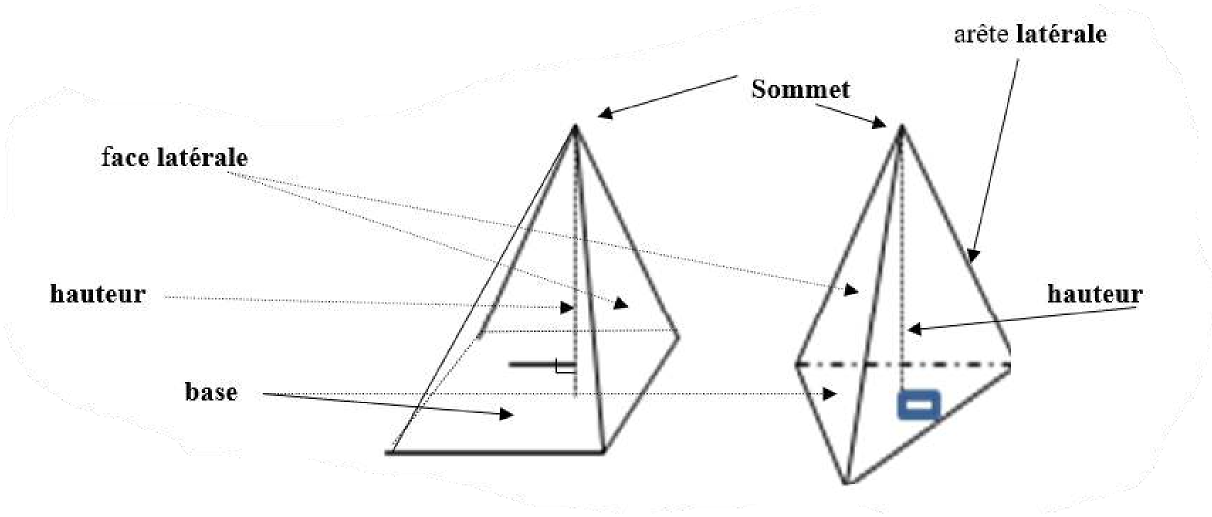
1)
   a) 4 ;4.
   b) 3 ; 3.
2) Le nombre de faces latérales est égal au nombre de côtés de la base.
3) Le sommet E pour le solide 1 et le sommet J pour le solide 2.
4) Chaque solide a une base qui est un polygone, autant de faces latérales triangulaires que de cotés le polygone de la base et un sommet opposé à la base.
5) Pour chaque solide, on a : $S + F$ et $\boldsymbol{a} + \mathbf{2}.$

RESUME

Définitions :

➢ Une **Pyramide** est un solide composé de :
   - d'une base polygonale (triangle, quadrilatère, ...).

- des faces latérales triangulaires partageant (ayant) un sommet commun appelé



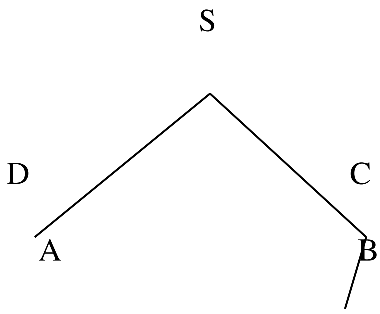
sommet de la pyramide.

- La **hauteur** d’une pyramide est la droite passant par son sommet et perpendiculaire au plan support de la base.
- Une pyramide de sommet S est dite **régulière** lorsque sa base est un polygone régulier (triangle équilatéral, carré, …) ; et, dans ce cas, les faces latérales sont toutes des triangles isocèles superposables de même sommet principal S.

Remarque :

- Une pyramide à base triangulaire est appelée **tétraèdre**.
- Chacun des sommets d’un tétraèdre peut être considéré comme sommet de la pyramide.
- Dans le cas ‘une pyramide régulière, le pied de la hauteur est le centre du polygone régulier correspondant à sa base.

Propriété : En désignant par S le nombre de sommets, par F le nombre de faces et par a le nombre d’arêtes d’une pyramide, alors on a l’égalité suivante : $S + F = a + 2$.



EXERCICE D’APPLICATION

SABCD est une pyramide.

a) Nomme son sommet, sa base et ses faces latérales.
b) Pour cette pyramide, la propriété ci-dessus est-elle vérifiée ?

LEÇON 2

Patron d'une pyramide

Durée : 50 minutes

MOTIVATION

Cette leçon nous donne des outils nécessaires permettant de comprendre la réalisation de certains objets de forme pyramidale.

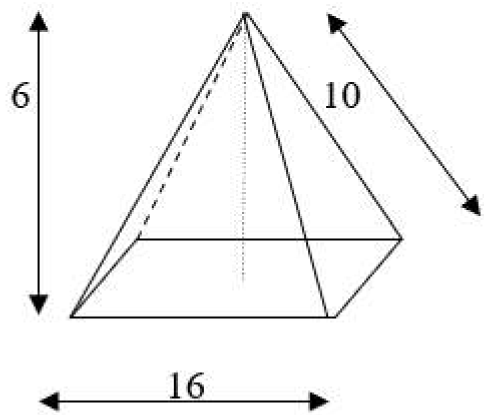
OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

Réaliser un patron d'une pyramide et construire une pyramide régulière à base carrée.

CONTROLE DE PREREQUIS

1) Construis en dimension réelles un rectangle de dimensions 7 cm et 4 cm.
2) A l'aide du compas et d'une règle non graduée, construis la médiatrice de chacun des côtés du rectangle.

SITUATION DE VIE



A l'examen pratique d'un concours, un candidat n'a pas pu répondre à la question suivante : « On voudrait fabriquer une pyramide régulière 10 à base carrée en utilisant du polystyrène, une paire de ciseaux et du ruban adhésif. Décrivez puis réalisez les différentes étapes de cette fabrication. »

Pouvez-vous lui proposer une réponse ?

N.B : Le polystyrène (PS) est un type de plastique utilisé dans la fabrication de certains emballages, jouets, verres, pots de yaourt, …

ACTIVITES D'APRRENTISSAGE

1) Trace un carré de coté 5 cm.
2) Trace des arcs de cercle de rayon 3cm dont les centres sont les sommets du carré.
3) Trace les quatre triangles isocèles dont les bases sont les côtés du carré et les sommets, les points de rencontre des arcs de cercles (précédemment tracés) extérieurs au carré.
4) A l'aide des ciseaux et du carton, taille la figure obtenue à la question 3.

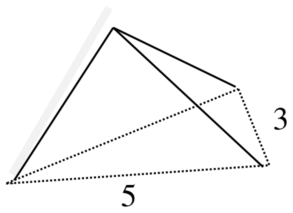
5) Rejoins tous les sommets des triangles isocèles puis réponds à la question posée au candidat.

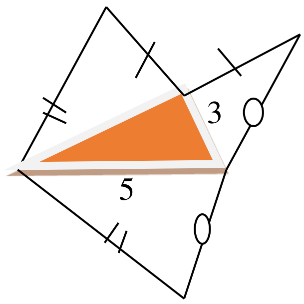
RESUME

Définition :

Un patron d'une pyramide est une représentation à plat (plane) qu'on obtient en dépliant la pyramide suivant ses faces. Il est toujours formé de triangles correspondant à ses faces latérales, ainsi que d'un polygone correspondant à sa base.

Exemple :





Remarque :

- Il existe plusieurs patrons différents d'une même pyramide car on peut déplier autour de n'importe quelle face.
- Dans le cas 'une pyramide régulière, toutes les faces latérales sont superposables.

Astuces :

- Pour dessiner un patron d'une pyramide, il faut imaginer le dépliage. On vérifie ainsi que les arêtes consécutives (qui se superposent) ont bien la même longueur.
- Pour réaliser une pyramide régulière à base carrée, on peut procéder comme suit :
  - Dessiner un patron autour de sa base en vraies grandeurs.
  - Nouer l'ensemble des quatre sommets principaux des triangles isocèles correspondant à ses faces latérales : le point obtenu est le sommet de la pyramide.

EXERCICE D'APPLICATION

Dessine sur une chemise cartonnée un patron d'une pyramide régulière de hauteur 4 cm et de base carrée de côté 6 cm puis fabrique cette pyramide.

Solution : A l'aide de la propriété directe de Pythagore, on trouve la hauteur des faces latérales : **5 cm**.

LEÇON 3 :

Aire totale et volume d'une pyramide

Durée : 50 minutes

MOTIVATION

Comment peut-on déterminer le volume d'une pyramide ?

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

Calculer l'aire et le volume d'une pyramide.

CONTROLE DE PREREQUIS

Donner la formule permettant de calculer l'aire totale et le volume des solides droits suivants : cube, et prisme droit.

Réponse :

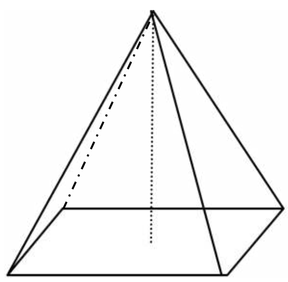
Cube : $Aire\ totale = 6 \times (arete)^2$ et $Volume = (arete)^3$.

Prisme droit : $Aire\ totale =$somme des aires des six faces et

$Volume = (aire\ de\ la\ base\ ) \times hauteur.$

SITUATION DE VIE

C'est le troisième anniversaire du frère cadet de Solange.



Elle voudrait lui offrir la pyramide ci-contre après l'avoir emballée. Mais d'un papier cadeau de forme rectangulaire, de dimensions 40 sur 25 cm.

Solange voudrait savoir si ce papier sera suffisant pour recouvrir entièrement le cadeau.

A-t-elle raison de s'inquiéter ?

ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE

1) La base d'une pyramide de hauteur 3 cm est un carré de coté 8 cm. Calculer l'aire de cette base.
2) Calculer l'aire d'une face latérale puis en déduire celle de l'ensemble de 4 faces latérales.

3) En déduire l'aire totale de la pyramide.
4) Calculer l'aire d'un rectangle de dimensions $6\ cm \times\ 25cm$ puis comparer cette aire au résultat de la question 3).
5) Répondre à la préoccupation de Solange.

Solution :

1) L'aire de la base vaut :$8 \times 8\ \mathrm{cm}^2 = 64\mathrm{cm}^2$.

2) On calcule d'abord la hauteur h'd'une face latérale :

$h'^2 = h^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$.

$h' = 5cm$. L'aire d'une face latérale est donc : A= $c \times \frac{h'}{2} = 8 \times 5/2 = 20$.

$\mathrm{A} = 20\mathrm{cm}^2$.

L'aire des quatre faces latérales est : $4 \times\ A = 80\ cm^2$.

3) L'aire totale de la pyramide est égale à : $64\ \mathrm{cm}^2 + 80\ \mathrm{cm}^2 = 144\ \mathrm{cm}^2$

4) L'aire d'un rectangle de dimensions $6\ cm \times\ 25\ cm$ est égale à $150\ \mathrm{cm}^2$.

5) Solange n'a pas à s'inquiéter car la surface du papier est supérieure à celle de la pyramide.

RESUME

Définition :

- L'aire latérale A_l d'une pyramide est la somme des aires de toutes ses faces latérales.
- L'aire totale A_t d'une pyramide est la somme de son aire latérale A_l et de l'aire de sa base A_b.

$$\boxed{A_t = A_l + A_b.}$$

Propriétés :

- Le volume V d'une pyramide est égal à l'aire A_b de sa base multipliée par sa hauteur h; le tout divisé par 3.

$$\boxed{\mathrm{V} = \frac{A_b \times h}{3}}$$

- Pour une pyramide régulière, si on désigne par h' la hauteur d'une face latérale et par Ƥ le périmètre de sa base, alors l'aire latérale est donnée par :

$$\boxed{A_l = \frac{\mathcal{P} \times \mathrm{h}'}{2}}$$

Remarque : Pour calculer le volume V d'une pyramide, veillez exprimer A_b et h dans les mêmes unités.

EXERCICE D'APPLICATION

Une pyramide régulière de sommet S a pour base un carré ABCD est de centre O et de coté 12 cm. Sa hauteur est SO = 8 cm. Calculer ‘aire totale et le volume de cette pyramide.

Solution : A l'aide de la propriété directe de Pythagore, on trouve la hauteur des faces latérales :**10 cm**.

CHAPITRE 15

CONES DE REVOLUTION

INTERET *:* réalisation des maquettes et de certains toits ; fabrication d'objets (boites, emballages,) et la détermination de la quantité de liquide (eau, vin, …) dans une coupe, un verre ou un château.

PRE-REQUIS : Reconnaitre les caractéristiques et calculer les éléments métriques d'un disque et d'un cylindre de révolution ; propriété directe de Pythagore, cercles (aire d'un secteur angulaire et longueur d'un arc) et tableau de proportionnalité.

MOTIVATION : De nombreux objets et constructions à l'instar des cornets à glace, entonnoir, certaines toitures des cases artisanales ou certaines chefferies traditionnelles ont la forme conique. La leçon suivante nous donne des outils nécessaires de distinguer parmi eux des cônes de révolution.

LEÇON 1

Reconnaissance et description d'un cône de révolution

Durée : 50 minutes

MOTIVATION

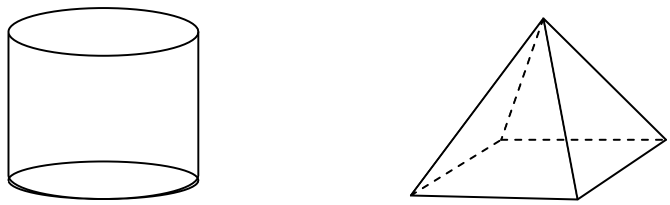
Cette leçon nous donne des outils nécessaires permettant de distinguer les cônes de révolution parmi d'autres solides.

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

Reconnaitre et décrire un cône de révolution.

CONTROLE DE PREREQUIS

1) Quelle est la nature de chacun des solides de l'espace représentés sur les figures ci-dessous ? Réponse : cylindre et pyramide.
2) Indique le nombre de sommets, de faces et d'arêtes de chaque solide. Réponse : Le cylindre possède trois faces, n'a aucun sommet et aucune arête tandis que la pyramide possède cinq faces, cinq sommets et huit arêtes.
3) Combien de faces ou surfaces latérales compte chaque solide. Réponse : : Le cylindre possède une face courbée appelée ''face latérale'' alors que la pyramide possède quatre faces latérales.

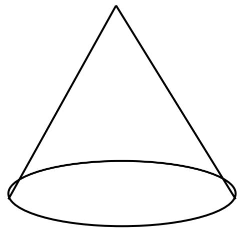


SITUATION DE VIE

Le frère d'ASSIGA vend de l'huile de palme en détails durant les vacances. Il vend cette huile dans des bouteilles d'un litre et demi, d'un litre et demi litre. Pour éviter les pertes pendant la mise en bouteilles, ASSIGA propose à son frère d'utiliser un entonnoir et il ne sait pas de quoi ASSIGA parle. Comment ASSIGA peut-elle décrire la forme de cet objet à son frère ?

ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE

Considérons la figure suivante ayant la forme d'un entonnoir.



1) Combien de faces ou de surfaces a-t-il ? *Réponse* : deux faces.
2) Quelle est la nature de chacune de ces faces ou surfaces ? un disque appelé base et un contour appelé face latérale.
3) Combien de sommets a cette figure ? *Réponse* : un seul sommet.

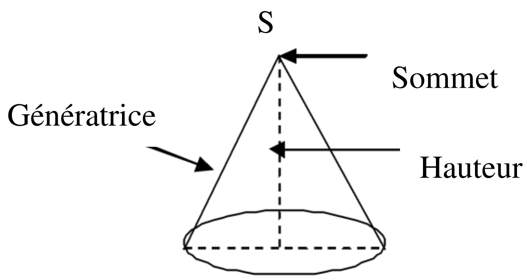
RESUME

Définition :

- Un cône de révolution est un solide qui dispose :
    - d'une base qui est un disque
    - d'un sommet
    - d'une surface latérale
- On appelle hauteur d'un cône de révolution, le segment ou la longueur du segment qui relie le sommet du cône et le centre du disque de base ;
- On appelle génératrice d'un cône de révolution, tout segment qui joint le sommet à un point du cercle de la base ;
- Le rayon du cône de révolution est celui de son disque de base.

Remarque : Toutes les génératrices ont la même longueur et l'ensemble de toutes les génératrices forme la face latérale.

Exemple :



EXERCICE D'APPLICATION

1) Cite trois objets de ton entourage ou trois objets que tu peux fabriquer, qui ressemblent à un cône de révolution.
2) Dessine un cône de révolution de sommet S, de diamètre $[AB]$ et place le point O milieu de $[AB]$.
3) Donne sa hauteur et une génératrice.

LEÇON 2

Patron d'un cône de révolution et réalisation d'un cône

Durée : 50 minutes

MOTIVATION

Cette leçon nous donne des outils nécessaires permettant de comprendre la réalisation de certains objets de forme conique.

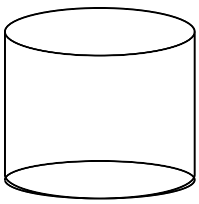
OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

Réaliser le patron d'un cône de révolution et fabriquer un cône.

CONTROLE DE PREREQUIS

1) Dessiner à main levée un patron du cylindre ci-dessous :
   a) (C) est un cercle de centre O et de rayon 3 cm.
   b) A et B sont deux points de ce cercle et colorie le secteur circulaire $\widehat{AOB}$.

2) Complète le tableau ci-dessous.



Mesure de l'angle $\widehat{AOB}$	45°	60°
Longueur de l'arc $\widehat{AB}$ en cm.	$\frac{3\pi}{4}$	3.14

Réponse : (en rouge dans le tableau).

SITUATION DE VIE

ASSIGA veut fabriquer un entonnoir à l'aide du carton afin de présenter à son frère mais n'y arrive pas. Comment peut-elle le faire ?

ACTIVITES D'APRRENTISSAGE

1) Dessine au centre de ta feuille blanche, un cercle de centre O et de rayon 9cm,
2) Dessine et colorie un secteur circulaire $\widehat{EOF}$ de mesure 90° du disque obtenu.
3) Découpe avec les ciseaux le secteur $\widehat{EOF}$.
4) Plie de manière à amener le segment $[OE]$ sur le segment $[OF]$ et que l'arc $\widehat{EF}$ forme un cercle. Quelle est la forme du solide obtenu ?

RESUME

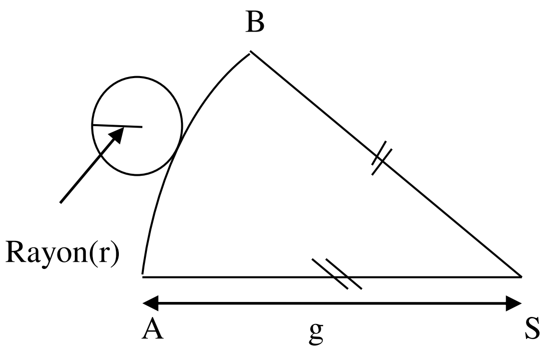
Définition :

- On appelle patron de cône, une figure plane représentant un cône de révolution qu'on obtient en dépliant le cône suivant ses faces.

  Un patron d'un cône de révolution est toujours formé :
  - d'un disque correspondant à la base de ce cône.
  - d'un secteur angulaire correspondant à sa face du cône.
- Le secteur angulaire a pour rayon la génératrice du cône ; pour centre le sommet du cône et la longueur de son arc est égale au périmètre du cercle de base.

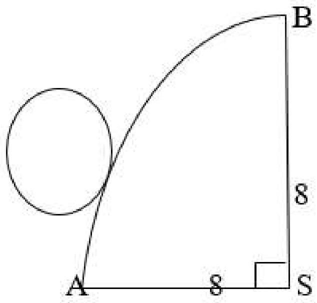
Propriété :

Le schéma suivant est un patron d'un cône de révolution si $mes\ \widehat{ASB} = \frac{360 \times r}{g}$.



Remarque :

- Il existe plusieurs patrons d'un cône.
- La mesure du secteur angulaire peut-être donnée en radians. r et g ont la même unité.
- Pour dessiner le patron d'un cône de révolution, on peut procéder de la manière suivante :
  - Construire le secteur circulaire $\widehat{ASB}$
  - Construire un cercle de rayon r tangent à l'arc $\widehat{AB}$.
- Connaissant la hauteur SO et le rayon $OA = r$ du cône, on peut utiliser la propriété directe de Pythagore dans le triangle rectangle SOA pour calculer sa génératrice $SA = g$.



Exemple :

Dessinons un patron d'un cône de révolution dont le rayon de la base mesure 2cm et la génératrice $g = 8cm$.

Solution : Calculons d'abord la mesure du secteur circulaire.

$mes\ \widehat{ASB} = \frac{360\times2}{8} = 90°$

EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1 :

1) Dessine le patron d'un cône de révolution dont le rayon de base est 2cm et de génératrice 10 cm.
2)
   a) Dessine le patron d'un cône de révolution de génératrice 8 cm et de mesure du secteur circulaire 60°.
   b) Calcule le rayon de sa base.

Exercice 2 :

Un cône de révolution a pour hauteur 3,2 cm et pour rayon 2,4 cm.

1) Réalise une esquisse de la figure.
2) Calcule la génératrice de ce cône de révolution.
3) Dessine un patron de ce cône de révolution.

LEÇON 3

Aire totale et volume d'un cône de révolution

Durée : 50 minutes

MOTIVATION

Cette leçon donne des outils pour pouvoir déterminer les éléments métriques (aires et volumes) des objets de forme conique.

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

Calculer certains éléments métriques (aire et volume) et les utiliser.

CONTROLE DE PREREQUIS

1) Calcule la longueur d'un arc intercepté par un angle au centre de 60° dans un cercle de rayon 4 cm. Réponse :4,18 cm.
2) Calcule l'aire, en cm² puis en m² d'un disque de rayon 3 cm.
   Réponse : 28,26 cm^2=2,826$\times$ 10^{-3} m^2.
3) Calcule le volume, en cm^3 puis en litre d'un cylindre droit de hauteur 10 cm et de rayon 3 cm. Réponse : 282 ,6 cm^3 $=$ 282 ,6 $\times$ 10^{-3} dm^3=282 ,6 $\times$ $10^{-3}L$.

SITUATION DE VIE

ASSIGA connait déjà réaliser le patron d'un cône de révolution. Elle décide de se lancer dans la fabrication et la commercialisation des entonnoirs de hauteur 11 cm et de rayon 3 cm, avec des couvercles au niveau de la partie circulaire. Elle dispose pour cela d'une tôle de forme rectangulaire de 3 m et 0,378m. Le frère d'ASSIGA qui l'assiste dans cette tâche, demande à ASSIGA le nombre d'entonnoirs qu'elle pourra fabriquer avec la tôle dont elle dispose ainsi que la contenance d'un entonnoir. Peux-tu aider ASSIGA à répondre à son frère ?

ACTIVITÉ D'APPRENTISSAGE

Activité 1

1) Dessine à main levée un patron de cet entonnoir. Nomme par S le sommet du cône, r le rayon de son cercle de base, α l'angle du secteur circulaire de ce patron et g sa génératrice.
2) Calcule l'aire du disque de base. Réponse : πr^2=28,26 cm^2.

3) Déduis –en que l'aire A du secteur angulaire de sommet S est égale à $\frac{\alpha \times g^2}{2}$ en utilisant le tableau de proportionnalité suivant : Réponse : utiliser le coefficient de proportionnalité $\frac{\alpha}{2\pi}$.

	Angle	Longueur de l'arc	Aire du secteur circulaire
Disque complet de rayon g	2π	$2\pi\ g$	πg^2
Portion de ce disque	α	$\alpha\ g$	A

4) En utilisant la formule $= \frac{2\times\pi\times r}{g}$, vérifier que A=$\pi \times r \times g$. Réponse : résultat immédiat.
5) Déduis –en l'aire totale de la feuille de tôle nécessaire pour la fabrication d'un entonnoir. Réponse : en utilisant la propriété directe de Pythagore, on trouve $g = \sqrt{130}$ cm. Ainsi, A=3,14× $3 \times \sqrt{130} = 107{,}4 cm^2$.
6) Calcule l'aire de la tôle et trouve le nombre d'entonnoirs qu'ASSIGA pourra fabriquer. Réponse : $300\times 37{,}8 = 11340\ cm^2\ et\ \frac{11340}{107{,}4} = 105{,}58$. ASSIGA pourra fabriquer 105 entonnoirs.

Activité 2

1) Réalise avec une feuille de format A_4, un cône de hauteur 11 cm et de rayon 3 cm et un cylindre droit sans couvercle, de hauteur 11 cm et de rayon 3 cm ;
2) Remplis à fleur ce cône de sel ou de sable et verse tout son contenu dans le cylindre. Après combien de fois le cylindre est-il rempli ?
3) Ecris une relation entre le volume de ton solide conique et le volume du cylindre.
4) Propose alors une formule pour calculer le volume d'un cône.

Solution : Activité de type expérimentale à mener.

RESUME

Propriété :

- L'aire latérale A_l d'un cône de révolution est $A_l = \pi \times r \times g$ où r est le rayon du cercle de base et $g\ est\ sa\ génératrice$.
- L'aire totale A_t d'un cône de révolution est $A_t = A_l + A_b$ où $A_b = \pi r^2$ est l'aire de la base du cône. Donc, $A_t = \pi r g + \pi r^2$.

- Le volume V d'un cône de révolution de rayon r et de hauteur h est égal à l'aire de sa baseA_b multiplié par sa hauteur h, le tout divisé par 3.

$$V = \frac{aire\ de\ base \times hauteur}{3} = \frac{A_b \times h}{3}.$$

Remarque :

- $A_l = \frac{\mathcal{P} \times g}{2}$ où $\mathcal{P}\ est\ le\ périmètre\ de\ sa\ base.$
- A l'aide de la propriété directe de Pythagore, on peut calculer la longueur g d'une génératrice, avec la formule $g^2 = h^2 + r^2$.

Exemple :

1) Calculons l'aire latérale et l'aire totale d'un cône de révolution de rayon 12 cm et de génératrice 20 cm. Réponse : $A_l = 3{,}14 \times 12 \times 20 = 753{,}6\ \ cm^2$ et $A_t = 753{,}6 + 3{,}14 \times 12^2 = 1205{,}76\ cm^2.$
2) Calculons le volume d'un cône de révolution de hauteur 12 cm et de rayon 6 cm. Prendre $\pi = 3{,}14$. Réponse : V=$\frac{3{,}14 \times 6^2 \times 12}{3} = 452{,}16\ cm^3.$

EXERCICE D'APPLICATION

1) On considère un cône de révolution de rayon de base 1,5 cm et pour hauteur 2 cm.
   a) Calcule la longueur d'une génératrice de ce cône ;
   b) Calcule l'aire latérale de ce cône ;
   c) Calcule l'aire totale de ce cône ;
   d) Calcule le volume de ce cône en cm^3 puis en litres
2) On donne un cône de révolution de volume 7,95 cm^3 et de hauteur 2,65 cm.
   a) Calcule l'aire de base de ce cône ;
   b) Calcule le rayon de base de ce cône
   c) Calcule la génératrice de ce cône.
   d) Calcule l'aire totale de ce cône