PDF Compressor Free Version

maxi MATHS
Le Guide

# mathematiques

## 3ème année du Cycle Secondaire Collégial

# GUIDE DE L'ENSEIGNANTE ET DE L'ENSEIGNANT

**Auteurs**

Said **KHILI**
Professeur principal de l'enseignement secondaire qualifiant (coordinateur)

Abdelaziz **MOUNTAJ**
Inspecteur principal de l'enseignement secondaire qualifiant

Hassan **BARROU**
Professeur principal de l'enseignement secondaire qualifiant

jamal **ABDERRAHMANE**
Professeur principal de l'enseignement secondaire qualifiant, formateur CRMEF Casablanca

EDITIONS Plus
إديسيون بلوس

PDF Compressor Free Version

Tous droits réservés

Maxi. MATH

GUIDE DE L'ENSEIGNANTE ET DE L'ENSEIGNANT

Édition: 2020

Dépôt Légal: .....

ISBN: .....

PDF Compressor Free Version

# Avant-propos

Bien réel est le plaisir que nous éprouvons en vous présentant ce guide du professeur dont les objectifs se présentent comme suit:

- Faciliter la tâche du professeur;
- Consolider et enrichir ses connaissances pédagogiques et didactiques;
- Organiser les situations d'enseignement/apprentissage;
- Optimiser l'usage et les bénéfices du manuel de l'élève.

Ce guide fournit, par ailleurs, des orientations et des repères didactiques permettant à l'enseignant de conduire son action dans les meilleures conditions.

Cet ouvrage est composé de deux parties.

**partie 1:** présente des références institutionnelles, théoriques, pédagogiques et didactiques visant à initier l'élève à une démarche scientifique, axée sur la recherche et la résolution de problèmes selon une démarche structurée et structurante.

**partie 2:** présente des fiches didactiques.

Chaque chapitre est traité comme suit:

- Aperçu historique et / ou culturel;
- Côté pédagogique;
- Gestion des activités;
- Corrigé ou indications des solutions des exercices proposés dans le manuel de l'élève.

A la fin du guide, des références bibliographiques et webographiques pour sont présentées l'auto-formation et la guidance.

Nous espérons que ce guide sera d'un précieux apport pour les enseignantes et les enseignants dans l'accomplissement de leur noble mission qui consiste à former les citoyens et les citoyennes de demain.

# Sommaire

PDF Compressor Free Version


| Partie 1: | |
|---|---|
| 1. Cadre de référence | 6 |
| 2. Cadre conceptuel | 9 |
| 3. Résolution de problèmes | 16 |
| 4. Pratiques d'évaluation | 24 |
| 5. Remédiation | 27 |
| 6. Utilisations des TICE | 31 |
| **Partie 2:** | |
| 1. Introduction | 35 |
| 2. Instructions officielles | 39 |
| 3. Fiches didactiques | 45 |
| 4. Références | 194 |

PDF Compressor Free Version

# Partie 1:

1. Cadre de référence
2. Cadre conceptuel
3. Résolution de problèmes
4. Pratiques d'évaluation
5. Remédiation
6. Utilisation des TICE

PDF Compressor Free Version

# 1. Cadre de référence

## 1 Cadre de référence :

PDF Compressor Free Version

### 1.1. La charte nationale de l'éducation et de la formation[1]:

La charte nationale de l'éducation et de la formation précise que la finalité majeure de la réforme de l'éducation et de la formation est de placer l'apprenant au centre de la réflexion et de l'action pédagogiques. Dans cette perspective, elle se doit d'offrir aux élèves marocains les conditions nécessaires à leur éveil et à leur épanouissement.

Partant de la finalité précédente, cette charte précise que :

- le système d'éducation et de formation doit s'acquitter intégralement de ses fonctions envers les élèves, en leur offrant l'occasion d'acquérir les valeurs, les connaissances et les habiletés qui les préparent à s'intégrer.
- La nouvelle école nationale marocaine doit devenir : une école vivante, grâce à une approche pédagogique fondée sur l'apprentissage actif, non la réception passive ; la coopération, la discussion et l'effort collectifs, non le travail individuel seul ; une école ouverte sur son environnement, grâce à une approche pédagogique fondée sur l'accueil de la société au sein de l'école, et la sortie de l'école vers la société avec tout ce qui peut être engendré comme bénéfice pour la nation ; cela nécessite de tisser de nouveaux liens solides, entre l'école et son environnement social, culturel et économique.

### 1.2. Le document cadre des choix et des orientations pédagogiques[2]:

En prenant en considération la philosophie de l'éducation qui figure dans la charte d'éducation et de formation, le document cadre des choix et des orientation pédagogiques a précisé les choix de l'école marocaine dans le domaine des valeurs et le domaine de développement des compétences :

**Les choix dans le domaine des valeurs**

- les valeurs de la religion islamique de tolérance ;
- les valeurs de l'identité civilisationnelle et ses principes moraux et culturels ;
- les valeurs de citoyenneté ;

---

1- الميثاق الوطني للتربية والتكوين - المملكة المغربية.

2- المملكة المغربية - وزارة التربية الوطنية - الكتاب الأبيض-الجزء الأول - الاختيارات والتوجهات التربوية العامة المعتمدة في مراجعة المناهج التربوية يونيو 2002 .

- les valeurs des droits de l'homme et leurs principes universels.

**Les choix dans le domaine des compétences**

PDF Compressor Free Version

Selon le document cadre les compétences peuvent être:

- **Stratégiques** : connaître soi ; se situer dans le temps et l'espace ; se situer par rapport à l'autre et par rapport aux institutions sociétales ; s'adapter aux contraintes de l'environnement.

- **Communicatives** : la maîtrise de la langue arabe, l'intégration de l'enseignement de la langue amazighe, la maîtrise des langues étrangères, la maîtrise des règles de base du fonctionnement de la langue et l'interaction entre tous les paramètres de production du discours.

- **Méthodologiques** : développer l'attitude réflexive, la perception intellectuelle et la stratégie de travail.

- **Culturelles** : développement du patrimoine culturel de l'apprenant(e), l'élargissement de sa conception et de sa vision du monde et de la civilisation humaine. Renforcement de son identité nationale marocaine afin de la rendre en harmonie avec soi-même, avec son environnement et avec le monde.

- **Technologiques** :

  - La capacité de concevoir, créer et élaborer des productions techniques ;
  - L'utilisation des techniques de l'information et de la communication.

PDF Compressor Free Version

# 2. Cadre conceptuel

## 2 Cadre conceptuel :

PDF Compressor Free Version

### 2.1. Les choix théoriques : Le socioconstructivisme

L'enseignement des sciences Mathématiques a adopté des références qui les éloignent désormais des perspectives d'enseignement traditionnelles. Construits selon une logique de compétences et inscrits dans une perspective socioconstructiviste, les programmes des Mathématiques semblent tourner le dos aux traditionnelles approches comportementalistes, largement légitimées par une longue tradition pédagogique par objectifs.

Le socioconstructivisme est une approche selon laquelle la connaissance interpersonnelle est réalisée par sa construction sociale.

Le socioconstructivisme met alors l'accent sur le rôle des interactions sociales multiples dans la construction des savoirs : La construction d'un savoir s'effectue dans un cadre social. Les informations sont en relation avec le milieu social et avec le contexte. Elles sont le résultat à la fois de ce que l'on pense et des interactions des autres. Il s'agit en effet d'une confrontation entre un processus inter psychique et un processus intrapsychique.

En proposant une approche psycho-sociale des activités cognitives, le socio-constructivisme remet en cause des modèles psychologiques du développement cognitif (constructivisme piagétien), centrés sur des mécanismes individuels, et remet au goût du jour des approches théoriques qui insistent davantage sur les dimensions sociales dans la formation des compétences.

L'idée fondamentale du socioconstructivisme est qu'il est nécessaire de passer d'une psychologie «binaire» (interaction individu-tâche) à une psychologie «ternaire» interaction individu ; tâche et l'autre. Le développement ne peut plus être considéré comme indépendant de l'apprentissage, et l'apprentissage ne peut pas être seulement une relation «privée» entre un enfant et un objet. Dans ce type d'approche, on considère que les variables sociales sont indissociables aux processus d'apprentissage, et que tout développement résulte des apprentissages, grâce à l'effet des mécanismes interindividuels sur les mécanismes intraindividuels.

#### 2.1.1. Les liens entre apprentissage et développement

Vygotski (fondateur du socioconstructivisme) défend la thèse selon laquelle il ne peut y avoir de développement cognitif sans apprentissage

et les processus dont il dépend relèvent donc d'une analyse ternaire des relations individu-tâche-autre, au cours d'interactions de guidage (au sens large). Cette position s'oppose à la conception behavioriste et à la conception piagétienne, qui certes reconnaît que les facteurs de milieu (dont l'éducation) influencent ce développement, mais qui ne fait pas dépendre le développement cognitif de processus constructeurs intégrant des variables sociales. Pour Vygotski toutes les fonctions psychiques supérieures (attention, mémoire, volonté, pensée verbale,...) sont directement issues de rapports sociaux par transformation de processus interpersonnels en processus intrapersonnels.

PDF Compressor Free Version

Ainsi, le développement intellectuel ne peut donc pas être envisagé indépendamment des situations éducatives et est à considérer comme une conséquence des apprentissages auxquels l'enfant est confronté : «les processus du développement ne coïncident pas avec ceux de l'apprentissage mais suivent ces derniers...» et ce sont les apprentissages qui fondent ce que Vygotski appelle la «zone proximale de développement»[1].

### 2.1.2. Les processus mentaux supérieurs sont de nature sociale

Selon Vygotski, toutes les fonctions mentales supérieures (attention, mémoire, volonté, pensée verbale,...) sont socialement élaborées (grâce au langage et aux autres systèmes de signes) et socialement médiatisées, qu'il s'agisse d'activité concernant les rapports de l'homme avec la nature (activité «extérieure»), ou d'activité psychique (activité «intérieure»). C'est l'appropriation des instruments (outils techniques et signes), relevant de l'héritage socio-culturel, qui marque de façon essentielle le passage des activités élémentaires aux activités mentales supérieures.

### 2.1.3. De l'interpsychique à l'intrapsychique

L'appropriation se fait, selon Vygotski, par transformation de processus interpersonnels en processus intrapersonnels : «Toute fonction apparaît deux fois dans le comportement social de l'apprenant ; d'abord au niveau social, entre les personnes (interpsychologique), ensuite à l'intérieur de l'enfant (intrapsychologique)... Toutes les fonctions supérieures ont leurs origines dans les relations réelles entre individus humains»[2]

1- Vygotski, LS (1985/1933). Le problème de l'enseignement et du développement mental à l'âge scolaire. In B. Shneuwly et J.P. Bronckart (Eds.), Vygotski aujourd'hui (pp. 95-117); Paris : Delachaux et Nlestlé.
2- Schneuwly, B. (1986). Les capacités humaines sont des constructions sociales. Essai sur la théorie de Vygotsky. European Journal of Psychology of Education.

### 2.1.4. Interactions sociales et apprentissages

PDF Compressor Free Version

De nombreux travaux de laboratoire ont montré que les interactions entre pairs en situation de résolution de problèmes jouaient un rôle constructeur sur les compétences cognitives individuelles. A certaines conditions de pré-requis, de choix des tâches à résoudre, de l'organisation des dispositifs et de la dynamique des échanges entre les apprenants, ces derniers peuvent tirer des profits cognitifs importants : aussi bien dans le cas d'interactions symétriques (sujets à statuts égalitaires) de co-résolution[3], que dans le cas d'interactions dissymétriques, entre un enfant «expert» et un enfant «naïf»[4].

### 2.1.5. Significations sociales des apprentissages

Les travaux ont montré que lorsque la tâche fait référence à des régulations sociales (normes, règles, conventions), les sujets la réussissent mieux et en tirent des bénéfices cognitifs pour résoudre des tâches à logique plus abstraite similaire ou voisine.

De ce fait même, et quelle que soit la signification spécifique des tâches, ces aspects socio-contextuels déterminent pour une bonne part à la fois le sens que les enfants attribuent aux situations nouvelles et les stratégies résolutoires qu'ils développent dans ces situations. On peut ainsi considérer que le traitement par les enfants des situations-problèmes posées est indissociablement lié au traitement adaptatif «déjà là», évoqué par la signification de la situation à résoudre[5].

### 2.1.6. Les quatre exigences fondamentales d'un enseignement socio-constructiviste

• «L'apprentissage n'est valable que s'il précède le développement»[6]: C'est en faisant évoluer ses représentations actuelles que l'enfant pourra apprendre et se développer. Ainsi, toute situation nouvelle devra permettre à l'enfant de se fonder sur des savoirs acquis antérieurement. Ce qui aura pour conséquence de faciliter la généralisation (ou le transfert) des procédures (ou des stratégies) déjà éprouvées dans des contextes similaires ou voisins.

• Les variables sociales sont indissociables aux processus d'élaboration des savoirs. Les dispositifs d'enseignement doivent donc nécessairement prendre en

3- Doise, W., &Mugny, G. (1981). Le développement social de l'intelligence. Paris : InterEditions.

4- Barnier, G. (1994). L'effet-tuteur dans une tâche spatiale chez des enfants d'âge scolaire. Thèse de Doctorat, Université de Provence, Aix en Provence.

5- Monteil, J.M. (1989). Eduquer et former. Perspectives psycho-sociales. Grenoble : Presses Universitaires de Grenoble.

6- Vion, R. (1992). La communication verbale. Analyse des interactions. Paris : Hachette

compte et faire varier habilement les situations de co-construction (travaux de groupes) les situations marquées socialement (dont les principes de résolution peuvent être reliés à des régulations sociales connues).

PDF Compressor Free Version

• Une troisième exigence conduit à considérer les médiations sémiotiques comme fondamentales dans la zone de proche développement. «Les processus de socialisation s'accomplissent au moyen d'interactions médiatisées par le langage». Le langage a donc une fonction organisatrice fondamentale, tant du point de vue de l'attribution de sens par l'élève à une situation d'apprentissage, que du point de vue de l'accomplissement de sa cognition en vue de l'acquisition visée par l'enseignant. Toute situation nouvelle devra donc s'appuyer sur les échanges interactifs (enfant-enfants et/ou élève-enseignant) permettant aux élèves de construire leur propre savoir, par négociations et régulations successives.

• L'élaboration d'outils de pensée «conceptuels» individuels sur place est fondamentale pour favoriser le fonctionnement actuel et doter l'appareil cognitif de schèmes de pensée utilisables dans les résolutions de signes et systèmes de signes socialement élaborés et/ou utilisés dans les échanges médiatisés par l'enseignant, autrement dit de transformer des processus interpersonnels en processus intrapersonnels, ou encore de faire que les actes de langage échangés au cours de la communication verbale entre enseignant et élève(s) deviennent des fonctions actives du traitement cognitif. Les situations d'enseignement devront s'efforcer de favoriser une mémorisation «active», organisée à partir d'une utilisation conscientisée de signes et systèmes de signes langagiers, lesquels deviennent du même coup «outils» cognitifs individuels et permettent une dialectique intraindividuelle, constructrice de la pensée. L'enseignant devra donc provoquer fréquemment des actes illocutoires métacognitifs afin que la prise de conscience des savoirs et des savoir-faire soit la plus claire, la plus explicite et la plus «verbalisable» (langage extérieur - adressé à autrui- ; ou intérieur - «pour soi»-) que faire se peut.

## 2.2. Les choix pédagogiques:

La stratégie d'enseignement des Maths s'inscrit dans le cadre d'une approche socioconstructiviste favorisant la participation active de l'élève dans les activités d'apprentissage individuelles, en sous-groupes ou collectives. Il s'agit d'impliquer

les élèves progressivement dans trois types d'activités d'apprentissage :

- Activités d'apprentissage conceptuel où l'élève s'approprie les concepts scientifiques, les lois, les théories, les modèles explicatifs… et s'exerce sur les habiletés et les attitudes des Maths ;

PDF Compressor Free Version

- Activité de structuration des acquis où l'élève apprend à combiner ses connaissances dans la résolution des exercices d'application ou de synthèse ;

- Activités de mobilisation des acquis pour résoudre une situation-problème complexe qui permet d'évaluer le degré de maîtrise d'une compétence en Maths.

### 2.2.1. Démarches scientifiques[7]

L'enseignement des Mathématiques qui s'appuie sur le concret et l'action et sur l'implication des élèves en tant qu'acteurs de leur apprentissage nécessite de conduire des moments de structuration des savoirs scientifiques à travers des activités scientifiques dont l'élève est l'acteur de son propre apprentissage.

Dans le champ de ces activités scientifiques, parmi les démarches à privilégier, dont on doit accorder plus d'importance, la démarche expérimentale et la démarche d'investigation.

### 2.2.2. La démarche d'investigation[8]

La démarche d'investigation est une manière de progresser dans un raisonnement, dans laquelle l'élève est vraiment acteur, puisqu'il recherche la solution d'un problème à résoudre et participe à la stratégie de résolution, voire la conçoit lui-même.

Cette démarche s'appuie sur le questionnement des élèves sur le monde réel et se déroule en sept étapes principales :

**a. Étape de motivation** « D'où partons-nous ? »

C'est-à-dire une situation-problème, déclenchante et motivante, suscitant la curiosité : faits d'actualité, observations, connaissances acquises antérieurement, représentations initiales, idées reçues… ;

**b. Étape de problématisation** « Que cherchons-nous ? »

7- Expérimenter, modéliser- Sur la méthode expérimentale ; Michel Develay ASTER N° 8. 1989 INRP.

8- CALMETTES, B. (2007). « Formation à la démarche d'investigation ». Actes du congrès international Actualité de la Recherche en Éducation et en Formation » (AREF). Strasbourg, AECSE et al.

C'est-à-dire l'appropriation du problème par les élèves, la formulation d'une problématique précise ;

PDF Compressor Free Version

**c. Étape de formulation d'hypothèses** « Quelle pourrait être la solution ? »

C'est-à-dire l'émission, par les élèves, d'une ou de plusieurs hypothèses pouvant expliquer le problème ;

**d. Étape de définition d'un projet de résolution**

« Comment allons-nous faire pour chercher ? »

C'est-à-dire la conception d'une stratégie pour prouver ces hypothèses: élaboration d'un protocole expérimental, projet d'observations en classe ou sur le terrain, projet de modélisation, projet de recherche documentaire sur internet… ;

**e. Étape de mise en œuvre de cette stratégie** « Nous cherchons ! »

C'est-à-dire l'investigation, la résolution du problème par les élèves, avec des modalités variées : aspect expérimental à privilégier, supports de travail à diversifier (matériel concret en priorité, documents « papier », documents numériques, logiciels…) ;

**f. Étape de confrontation** « Avons-nous trouvé ce que nous cherchions ? »

C'est-à-dire la mise en forme des résultats obtenus et leur confrontation avec les hypothèses, éventuellement au cours d'un échange argumenté, voire un débat ;

**g. Étape de conclusion** « Bilan de ce que nous avons découvert, expliqué, compris. »

C'est-à-dire l'acquisition et la structuration des connaissances avec une éventuelle généralisation, l'élaboration d'un savoir mémorisable sous forme d'une trace écrite.

PDF Compressor Free Version

# 3. Résolution de problèmes

## 3 Résolution de problèmes :

### 3.1. Qu'est-ce que la résolution de problèmes? [1]

PDF Compressor Free Version

• Modélisation: En tant que processus mathématique, la résolution de problèmes fait partie intégrante de l'apprentissage des mathématiques. Son importance dans l'approfondissement de la réflexion et de la construction du savoir n'est plus l'objet de débat. Si les mathématiciens font une différence entre une situation de résolution de problèmes et un exercice d'application mathématique (ou problème tout court), la pratique dans nos classes est loin de refléter cette différence. Selon Jean Brun, «Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que si la solution n'est pas disponible d'emblée mais possible à construire [...] «Une Activité de résolution de problèmes peut exiger un effort soutenu chez l'élève, sans pour autant que la solution ne soit hors d'atteinte, tout en lui permettant de constater qu'il peut y avoir plus d'une façon d'arriver à la solution. Le travail en collaboration avec ses camarades peut s'avérer efficace surtout lorsque la complexité de la tâche assignée se situe au-delà du niveau des connaissances de l'élève.

Les activités menant à la résolution d'un problème ne devraient nullement être circonscrites autour d'une solution unique, d'une seule façon de faire ou d'un travail en solidarité.»[2] Par ailleurs, une autre définition proposée «Un problème, c'est une situation qui demande de répondre à une question ou d'accomplir une tâche sans que les moyens à utiliser soient connus».

Il doit provoquer un état de déséquilibre de sorte que l'élève ait à fournir un effort intellectuel pour le résoudre. Un problème qui n'incite pas l'élève à réfléchir n'est pas jugé pertinent; c'est tout au plus l'application d'une procédure ou d'une technique»[3].

Afin de mieux cerner la différence entre les deux catégories de problèmes, voici l'analyse de deux problèmes énoncés ci-dessous: Problème 1: Said a acheté 20 cahiers à 5dh l'unité et 10 stylos à 1,20dh l'unité. Combien a-t-il payé au total? Dans ce problème, l'élève identifie les données et l'inconnue,

1- Curriculum de l'Ontario, 2005.
2- Poirier, 2001, p6.
3- CFORP, 2002.

représente le problème sous forme d'équations et ensuite exécute de façon mécanique la procédure qui consiste en deux multiplications et une addition $(20 \times 5 + 10 \times 1,20)$. La démarche de l'élève relève d'une simple répétition d'un procédé connu et mémorisé de calcul de coût. Problème: Détermine ce qui arrive au volume d'un cube, si on double la mesure de chacun de ses côtés. Contrairement au problème 1, ce problème n'a aucune donnée numérique. La réaction quasi spontanée de l'élève est : «Je ne sais pas par où commencer», «Ce problème n'a pas de solution», etc. L'élève donne l'impression de n'avoir jamais vu le concept de volume. Il perd confiance et est en état de déséquilibre cognitif. Le risque de décrochage est possible. La réaction de tout élève est bien le reflet des routines et pratiques en salle de classe. La pratique courante en mathématiques reste axée sur la transmission des connaissances que l'élève doit être capable de reproduire lors de l'évaluation. Il ou elle est habitué à travailler sur des problèmes directs où l'application d'une formule ou d'un algorithme le mène tout droit au but, c'est-à-dire une valeur numérique (cas du Problème 1). Ce n'est pas la formule du volume d'un cube qui est en cause dans le Problème 2, mais l'incapacité de l'élève à investir le savoir, à faire des liens et surtout à généraliser. Version provisoire pour mise à l'essai. Cette analyse donne une idée plus ou moins claire sur la différence entre les deux catégories de problèmes.

PDF Compressor Free Version

### 3.2. importance de la résolution de problèmes

Il est nécessaire que l'enseignante ou l'enseignant soit conscient de l'importance du processus de résolution de problèmes dans le développement du raisonnement mathématique de l'élève. Lorsque l'élève s'engage dans cette démarche, il ou elle fait appel à sa créativité, à sa capacité de raisonner et à son jugement. Il convient aussi de souligner que la résolution de problèmes tient compte du niveau de compétences atteint par chaque élève. Ce qui revient à faire de la différenciation.

- Pour tout élève, résoudre un problème se résume à insérer des données dans une formule mémorisée afin de trouver un résultat. Ni le processus, ni la vraisemblance du résultat ne comptent pour l'élève. Pourtant, dans la vie de tous les jours, la manière d'appréhender une situation est aussi importante, sinon plus importante que le résultat.

«La résolution de problèmes n'est pas seulement un objectif de l'apprentissage des mathématiques, c'est aussi l'un des principaux moyens d'apprendre les mathématiques»[4] ;

PDF Compressor Free Version

L'intensité de l'engagement des élèves croît avec les niveaux de difficulté rencontrée. Il est difficile de susciter un engagement de haut niveau pendant une activité routinière d'exécution d'algorithmes;

• La construction du savoir présuppose une responsabilisation de l'élève: l'élève fait appel à ses connaissances antérieures, établit des liens, fait de stransferts, des déductions ou des généralisations. La résolution de problèmes permet aux élèves;

• D'apprendre des concepts mathématiques grâce à un contexte qui encourage l'acquisition et l'utilisation d'habiletés;

• D'améliorer leur raisonnement mathématique en explorant diverses idées mathématiques, en faisant des conjectures et en justifiant les résultats;

• D'établir des liens entre des divers concepts mathématiques;

• De représenter des idées mathématiques et de modeler des situations à l'aide de divers outils tels que du matériel concret, des dessins, des diagrammes, des nombres, des mots et des symboles;

• De s'engager dans diverses activités et de choisir les outils (matériel de manipulation, calculatrice, outils technologiques) et les stratégies de calcul appropriés;

• de réfléchir sur l'importance du questionnement dans le monde des mathématiques;

• De s'intéresser aux mathématiques et de se questionner sur leur utilisation dans le monde qui les entoure;

• De préserver en affrontant de nouveaux défis;

• De formuler leurs propres explications et d'écouter celles des autres;

• De participer à des activités d'apprentissage ouvertes qui permettent l'utilisation de diverses stratégies de résolution;

• De développer des stratégies applicables à de nouvelles situations;

• De collaborer avec les autres pour élaborer de nouvelles stratégies.

La résolution de problèmes est un processus essentiel à l'apprentissage des

4- National Council or Teachers of Mathematics, 2000, p.52.

mathématiques. Elle fait partie intégrante des attentes et des contenus des programmes-cadres de mathématiques pour les raisons suivantes:

PDF Compressor Free Version

- Elle est la raison d'être des mathématiques dans la vie quotidienne;
- Elle aide les élèves à acquérir de l'assurance en mathématiques;
- Elle permet aux élèves d'apprendre à utiliser et à expliquer leurs propres stratégies et à reconnaître que plusieurs stratégies très différentes aboctissent à la même solution;
- Elle permet aux élèves d'utiliser les connaissances acquises à la maison et d'établir des liens avec des situations quotidiennes;
- elle donne un sens aux habiletés à développer et aux concepts à assimiler;
- Elle permet aux élèves de développer leur habileté à raisonner, à communiquer leurs idées, à faire des liens et à appliquer leurs connaissances;
- Elle offre l'occasion d'utiliser les processus de la pensée critique (l'estimation, l'évaluation, la classification, l'établissement de relations, la formulation d'hypothèses, la justification d'une opinion et l'expression d'un jugement);
- Elle permet aux élèves de comprendre que l'erreur offre des occasions de réexaminer une démarche, d'analyser un processus et de raisonner à un niveau plus élevé;
- Elle favorise le partage de stratégies et d'idées dans un esprit de collaboration;
- Elle aide les élèves à apprécier les mathématiques;
- Elle offre à l'enseignant ou à l'enseignante d'excellentes occasions d'évaluer chez les élèves la compréhension des concepts et l'habileté à résoudre des problèmes, à appliquer des procédures et à communiquer des idées.

## 3-3. Enseignement par la résolution de problèmes

Les situations de résolution de problèmes que l'on fait vivre aux élèves peuvent servir à plus d'une fin. Dans un climat d'enseignement efficace, on poursuit simultanément l'enseignement par et pour la résolution de problèmes. Dans l'enseignement par la résolution de problèmes, l'un des principaux buts est d'explorer, de développer et de démontrer la compréhension d'un concept mathématique. Dans l'enseignement pour la résolution de problèmes, le but premier est de guider les élèves à travers les étapes du processus et des stratégies de résolution de problèmes.

La résolution de problèmes dans le but de favoriser l'acquisition d'un concept, l'enseignant ou l'enseignante se pose les questions suivantes:

PDF Compressor Free Version

Un programme-cadre axé sur la résolution de problèmes exige un rôle différent de l'enseignant ou l'enseignante en salle de classe. Plutôt que de diriger la leçon du début à la fin, il ou elle doit donner aux élèves le temps nécessaire pour analyser les problèmes, chercher leurs propres stratégies et solutions, et évaluer la vraisemblance de leurs résultats. Même si la présence de l'enseignant ou l'enseignante demeure essentielle. l'accent doit être mis sur le processus de réflexion des élèves.[5]

L'enseignement par la résolution de problèmes consiste à aider les élèves à comprendre les concepts et les processus mathématiques en leur proposant des situations de résolution de problèmes engageantes. Il est très important de réaliser que l'enseignement par la résolution de problèmes demande du recul de la part de l'enseignant ou de l'enseignante qui désire tout montrer, voire tout faire. **Il ou elle doit plutôt accompagner les élèves dans leur recherche de solution en les incitant à réfléchir, à se questionner et à développer leurs propres stratégies pour résoudre le problème.** Les élèves sont actifs dans leur apprentissage et, lors de l'échange mathématique, utilisent différentes représentations (p. ex. illustrations, diagrammes, graphiques, modèles, matériel en manipulation) pour confirmer leur compréhension des concepts des processus. Ce temps d'échange est un temps d'objectivation pendant lequel les élèves contrôlent leurs idées et tentent de comprendre la démarche des autres dans le but de consolider leur apprentissage.

Traditionnellement, le moyen le plus commun de partager un savoir ou d'enseigner un concept est pour l'enseignant ou l'enseignante de le communiquer, de l'expliquer d'une façon logique avec plusieurs exemples aux élèves. Cette pédagogie de l'enseignement perçoit l'enseignant ou l'enseignante comme une sommité en mathématiques, les faits ou algorithmes sont vrais parce que l'enseignant l'a dit et les élèves se doivent de les répéter ou de les apprendre. Cette façon de procéder n'assure pas une compréhension conceptuelle des concepts mathématiques malgré toute l'expertise démontrée par l'enseignant ou l'enseignante. L'enseignement par la résolution de problèmes place les élèves

5- Burns, 2000, p.29.

dans un contexte, dans une situation de problème qu'ils doivent résoudre. Ils sont à la recherche d'une solution, mais pour la trouver ils doivent travailler avec des faits, des données et des quantités. Ils doivent aussi établir des liens, faire des inférences et donner un sens aux concepts mathématiques en utilisant diverses stratégies. «L'enseignement par la résolution de problèmes est une approche intuitive d'enseignement pour ceux et celles qui croient que les élèves apprennent mieux en confrontant des idées qui exigent d'établir de nouveaux liens par eux-mêmes»[6]

PDF Compressor Free Version

### 3.4. Processus par résolution de problèmes

Il y'a des processus de résolution de problèmes propres à différents domaines des mathématiques. La démarche privilégiée pour résoudre une situation-problème est celle généralement associée au processus d'enquête. Cette démarche suit pratiquement les mêmes étapes que celles utilisées en résolution de problèmes dans les autres domaines d'étude en mathématiques. L'enseignant ou l'enseignante aide les élèves à faire le lien entre ces étapes. Le modèle de processus de résolution de problèmes proposé par George Polya en 1957 est encore utilisé de nos jours dans les cours de mathématiques. Ce modèle inclut quatre étapes :

1. Comprendre le problème;
2. Concevoir un plan;
3. Exécuter un plan;
4. Examiner la solution retenue.

Bien qu'il soit possible de préparer des affiches grand-format pour que les quatre étapes soient toujours à la vue des élèves, il est avantageux de permettre à l'élève d'exprimer sa propre compréhension des quatre étapes que ce soit à l'oral, à l'écrit ou à l'aide de dessins.

6- Small, 2009, p.37.

## Modèle en quatre étapes de Polya

PDF Compressor Free Version

| Etapes du modèle de Polya | Implications pédagogiques |
|---|---|
| • Comprendre le problème<br>Qu'est ce que j'ai à faire ou à chercher ? | Encourager les élèves à réfléchir, à parler du problème et à le reformuler dans leurs propres mots avant de travailler avec du matériel de manipulation ou de tenter une solution. |
| • Concevoir un plan<br>Comment vais-je procéder ?<br>Qu'est ce que je peux utiliser ? | Il faut aider les élèves à élaborer un plan, ils doivent comprendre que tous les plans sont provisoires et peuvent être modifiés au cours du processus. Ils peuvent examiner les stratégies possibles. Leur suggérer, par exemple, de consulter les différentes stratégies affichées dans la classe peut être utile. Il n'est pas nécessaire que les élèves mettent le plan par écrit. Toutefois, il est important qu'ils soient capables de le verbaliser. Pour plusieurs élèves, cette étape se déroule de manière informelle. |
| • Exécuter le plan<br>Quelles stratégies vais-je utiliser ? | A cette étape, les élèves utilisent des stratégies afin de trouver une ou des solutions au problème, comme faire un dessin ou travailler avec du matériel de manipulation. |
| | Les interventions de l'enseignant ou de l'enseignante doivent à cette étape susciter une meilleure compréhension tout en évitant de «résoudre» le problème pour les élèves. Il faut encourager les élèves à persévérer en leur offrant des suggestions pour les aider à sortir d'une impasse (p.ex, «As-tu demandé à catherine si elle a une idée ? Regarde les différentes stratégies affichées dans la classe pour voir si tu pourrais t'y prendre autrement. Est-ce que tu connais un problème semblable à celui-ci ?») ou à utiliser leurs propres stratégies. Elles peuvent leur permettre de résoudre le problème et de mieux démontrer leur compréhension. |
| • Examiner la solution retenue<br>La stratégie utilisée est-elle appropriée ??<br>Comment puis-je vérifier l'exactitude ou la vraisemblance de ma réponse ? | C'est l'étape de la mise en commun des idées. Grâce aux échanges, les élèves réalisent que diverses stratégies peuvent être utilisées et commencent à les évaluer de manière critique afin de déterminer celle qui serait la plus appropriée pour résoudre le problème (p.ex, la plus efficace, la plus facile à comprendre). L'enseignant ou l'enseignante doit inciter les élèves à vérifier la vraisemblance de leur réponse, l'efficience de leur démarche et les aider à développer des stratégies pour ce faire. |

PDF Compressor Free Version

# 4. Pratiques d’évaluation

## 4 Les pratiques d'évaluation :

PDF Compressor Free Version

### 1. L'importance de l'évaluation pédagogique :

Évaluer, c'est situer un acte par rapport à une référence. C'est, plus précisément, juger de la différence entre cet acte de cette référence. L'acte peut-être une activité, une performance, une production d'un élève, etc.

L'évaluation joue un rôle essentiel dans la façon dont les élèves apprennent, dans leur motivation à apprendre et dans la façon dont les enseignants enseignent.

L'évaluation a une grande importance dans l'acte d'apprentissage car :

- elle est au service de l'apprentissage : L'évaluation éclaire les enseignants et les enseignantes sur ce que les élèves comprennent et leur permet de planifier et d'orienter l'enseignement.
- elle permet, en tant qu'apprentissage, aux élèves de prendre conscience de leurs méthodes d'apprentissage et d'en profiter pour ajuster et faire progresser leurs apprentissages en assumant une responsabilité accrue à son égard.
- les renseignements recueillis à la suite de l'évaluation permettent aux élèves, aux enseignants, aux enseignantes et aux parents, ainsi qu'à la communauté éducative au sens large, d'être informés sur les résultats d'apprentissage atteints à un moment précis afin de souligner les réussites, planifier les interventions et continuer à favoriser la réussite.

### 2. Les différentes formes d'évaluation à pratiquer en classe :

#### 2-1. Évaluation diagnostique :

Pratiquée au début de l'apprentissage, c'est un outil, une base de travail pour l'enseignant(e):

- Au début de l'année scolaire, elle permet à l'enseignant(e) de mesurer le chemin parcouru, c'est-à-dire de répertoriser les éléments fondamentaux du programme de l'année précédente afin de les intégrer à sa progression.

- Au début des séances d'apprentissage, les évaluations diagnostiques ponctuelles permettent à l'enseignant(e) de vérifier l'assimilation des savoirs et des savoir-faire appris aux cours précèdents.

#### 2-2. Évaluation formative :

S'inscrit dans un processus de contrôle permanent, elle est donc étroitement liée

à l'apprentissage puisqu'elle permet à l'élève d'apprendre par l'intermédiaire de son évaluation. Elle est en rapport avec les objectifs précis et déterminés par le professeur. Cette évaluation permet à l'enseignant(e) de voir si les objectifs sont atteints; sinon on prépare un travail de remédiation.

PDF Compressor Free Version

**Les approches d'évaluation formative :**

L'évaluation formative peut être menée par interaction directe dans la classe ou par les biais d'outils ou d'instruments élaborés à ce propos. Ces deux perspectives ont engendré dans la littérature et dans la pratique deux approches de l'évaluation formative[1]:

- **Une approche non instrumentée**, appelée approche «informelle» ou «interactive», qui permet de vérifier les apprentissages des élèves sans utilisation d'instruments de mesure proprement dits;
- **Une approche instrumentée**, appelée approche «formelle» ou «teractive», caractérisée par le recours à des outils permettant de recueillir l'information voulue sur les apprentissages des élèves.

**2-3. Évaluation sommative :**

En fin d'apprentissage, il conviendra de faire le bilan des connaissances des élèves, c'est-à-dire à la fin d'une unité d'apprentissage, cette évaluation pourra prendre appui sur des supports nouveaux proposés par le proffesseur, à partir desquels les élèves devront montrer qu'ils ont la capacité de réutiliser de manière de plus en plus autonome les savoirs et savoir-faire. Elle permet donc d'apprécier le niveau de l'élève par rapport à la classe ou par rapport à un niveau idéal.

1- Evaluation formative- Gérard Scallon- Edition du Renouveau Pédagogique- Canada- 2000.

PDF Compressor Free Version

# 5. Remédiation

## 5 La remédiation :

PDF Compressor Free Version

En pédagogie, la remédiation[1] est un dispositif plus ou moins formel qui consiste à fournir à l'apprenant de nouvelles activités d'apprentissage pour lui permettre de combler les lacunes diagnostiquées lors d'une évaluation formative. On a recours pour cela à différentes propositions pédagogiques, qui pour être efficaces, doivent être sensiblement différentes des méthodes utilisées lors de la phase d'enseignement.

### 1. La remédiation différée et la remédiation immédiate :

La remédiation différée consiste en un traitement portant sur des difficultés parfois «lourdes» et qui peut être confié soit à un maître spécialisé, en dehors de la classe, soit à d'autres personnes. Parfois, une forme moins radicale implique l'enseignant et l'enseignante, mais celui-ci propose alors des activités particulières ou adaptées, organisées à des moments distincts, hors du cheminement de la séquence d'apprentissage, y compris, par exemple, sous la forme de travaux à domicile.

La remédiation immédiate est entièrement intégrée à la séquence d'enseignement/apprentissage et se concentre sur des problèmes spécifiques. C'est une réponse directe proposée à l'élève dès qu'une difficulté (les erreurs à rectifier, des blocages et les obstacles à dépasser) a été diagnostiquée. La remédiation immédiate est un processus de régulation qui peut prendre trois formes : proactive (en début d'apprentissage), interactive (en cours de séquence) et rétroactive (en fin de séquence).

### 2. Un modèle théorique de la remédiation immédiate[2]:

La démarche de remédiation immédiate peut-être décomposée en 4 temps:

l'activité, le diagnostic, la remédiation immédiate et la mise en œuvre de nouvelles activités ou un retour à l'activité initiale.

Temps 1: L'activité; il s'agit d'une situation où aucune difficulté n'a été diagnostiquée.

Temps 2: Par le biais d'évaluation pouvant prendre différentes formes et régulant les apprentissages, une difficulté est diagnostiquée de façon interne (par l'élève)

1- «Pédagogie : dictionnaire de sconcepts clés/Raynal, Françoise; Rieunier, Alain. ESF 1998)»

2- Outils de remédiation immédiate Pour plus d'efficacité et d'équité dans le processus d'enseignement à l'école fondamentale 1 Arnaud Dehon, Antoine Derobertmesure université de Mons-Hainaut Institut d'Administration scolaire.

et/ou de façon externe (par l'enseignant(e)).

PDF Compressor Free Version

Pour que le diagnostic soit pertinent et soit cohérent, il doit être en lien direct avec les finalités du dispositif: compétence(s) à développer et objectif(s) poursuivi(s).

Temps 3: Une fois le diagnostic clairement établi, des activités de remédiation immédiate sont mises en place. Cette intervention peut être interne- l'élève peut ainsi modifier sa stratégie cognitive- ou en externe- l'enseignant(e) propose une activité complémentaire à l'élève ou modifie sa trame de leçon.

Temps 4: Si la difficulté a été dépassée, l'élève peut poursuivre l'activité prévue initialement par l'enseignant(e). Dans le cas contraire, le cycle est répété et un second dispositif de remédiation est envisagé.

## 3) Comment choisir des outils de remédiation immédiate :

Pour qu'un outil vienne en soutien de la démarche de remédiation immédiate, il est essentiel qu'il offre de nouvelles opportunités d'apprentissage à l'élève par des aides personnalisées qui sont fonction de la difficulté qu'il rencontre. Cette aide doit être apportée dès que la difficulté a été diagnostiquée. Ces conditions ont été traduites en caractéristiques objectivables et sont présentées dans ce qui suit :

### 3-1. Offrir de nouvelles opportunités d'apprentissage :

Offrir de nouvelles opportunités d'apprentissage se caractérise par le terme remédiation, c'est-à-dire «seconde médiation» ou «seconde possibilité d'apprentissage», différente de celle qui a conduit à l'émergence d'une difficulté. L'enjeu est alors de proposer une manière différente d'appréhender la notion étudiée pour vaincre la difficulté, c'est une remédiation de type pédagogico-didacatique car elle porte sur des (conflits socio-cognitifs) ou en autonomie.

### 3-2. Des aides personnalisées :

La seconde condition, portant sur les ailes personnalisées, implique, d'une part, une prise en compte individualisée de la difficulté et, d'autre part, une adaptation au profil d'apprentissage de l'élève, c'est une remédiation cognitive : elle est spécifique au processus d'apprentissage de chaque élève et en dépend. Ceci signifie que l'outil doit permettre à chacun de réaliser les tâches en tenant compte de son propre rythme d'apprentissage et selon un cheminement cognitif

personnel. Un outil riche qui propose une progression différenciée des rythmes et de procédures de résolution des problèmes conviendra à un nombre important d'élèves.

PDF Compressor Free Version

**3-3. Varier les difficultés :**

La différenciation touche également aux types de difficultés rencontrées par les élèves. Pour que l'usage de l'outil puisse convenir à un maximum d'élèves et dans de nombreuses situations, les niveaux de difficultés abordés doivent être diversifiés et répondre au maximum aux besoins des élèves. A partir d'une même notion, un élève peut rencontrer une difficulté qui porte davantage sur la compréhension que sur la connaissance ou la mémorisation de l'information (les notions de connaissances déclaratives, procédurales et conditionnelles en psychologie cognitive). A cette multitude de niveaux et de types de difficultés, il faut ajouter un facteur d'adéquation avec la situation de classe: la remédiation immédiate a pour but de dépasser les difficultés rencontrées par l'apprenant(e) dans une situation de classe : aussi, un outil variant les difficultés, mais ne proposant pas une solution adaptées à la difficulté de l'élève a peu de chances d'être efficace.

**3-4) Diagnostiquer et faciliter la remédiation immédiate :**

Pour qu'il y ait remédiation immédiate, il est nécessaire qu'une évaluation produise un diagnostic capable de cibler les difficultés rencontrées par l'apprenant. Les difficultés n'apparaissent pas uniquement au début d'apprentissage et l'évaluation doit être répétée tout au long de l'enseignement, sous la forme d'une évaluation formative, et permettre de réguler les activités des élèves et de l'enseignant. Un outil prévoyant des étapes de diagnostic et de régulations apporte un enrichissement à la pratique enseignante en complétant l'observation des difficultés des élèves réalisée directement par l'enseignant(e). Si l'outil intègre une évaluation des acquis, stimulant la métacognition ou procédant par autocorrection et évaluation formative, il sera davantage à même de venir en aide à l'élève, en facilitant le travail de l'enseignant, confronté à un groupe classe et non à des élèves isolés.

PDF Compressor Free Version

# 6. Utilisations des TICE

## 6 Intérêt d'intégration des TICE en mathématiques :

PDF Compressor Free Version

Au Maroc, force est de constater que les technologies de l'information et de la communication bouleversent le monde de l'enseignement. La présence d'une forte volonté institutionnelle pour promouvoir l'intégration des TICE dans l'enseignement au Maroc est soulignée dans le levier 10 de la Charte de l'Education et de la Formation. En effet, ces outils représentent des «impératifs stratégiques» pour améliorer la qualité de l'enseignement.

### 6-1. En formation des enseignants (es) :

Un enseignant et enseignante doit recevoir une formation adéquate, tant sur le plan informatique que pédagogique, il (elle) doit être apte à modifier sa manière d'enseigner en utilisant des logiciels dynamiques en classe, il est donc essentiel qu'il (elle) ait en main tous les moyens nécessaires pour réussir sa séance.

Chaque enseignant(e) doit non seulement avoir des connaissances sérieuses en informatique mais plutôt un utilisateur conscient de toutes les possibilités offertes en pédagogie pour développer le goût d'apprendre chez l'élève.

### 6-2. L'intérêt pour l'élève :

Les activités mathématiques peuvent être enrichies dans une classe en utilisant un vidéoprojecteur et en travaillant d'une façon collective.

Pour que l'élève réfléchisse et raisonne comme un chercheur, il doit construire ses propres savoirs en utilisant un ordinateur portable ou une tablette, ses erreurs ne sont plus considérées comme des fautes mais des déclencheurs de nouvelles idées pour montrer une propriété ou trouver la solution d'un problème et donc pour reconstruire le savoir. Ainsi la simulation et la visualisation permettent aux apprenants de bien assimiler les propriétés, les définitions, les théorèmes et notamment tous les concepts mathématiques.

L'observation visuelle des divers cas amène l'élève à émettre des conjectures et lui permet de développent des compétences autres que les compétences disciplinaires.

### 6-3. L'intérêt pour le professeur :

Les simulations permettent aux enseignants(es) de mieux aborder l'importance des prérequis et d'améliorer les méthodes de l'enseignement; elles leur permettent d'extérioriser les représentations des élèves et de mieux saisir leurs difficultés et de remédier leurs erreurs.

L'enseignant (e) doit accompagner l'élève dans le développement de ses propres connaissances et aussi dans les démarches d'apprentissage; d'où l'intérêt de

l'utilisation des logiciels qui lui permettent de développer la réflexion chez ses apprenants sur le statut des objets et les relations entre eux pour construire les figures géométriques dynamiques.

PDF Compressor Free Version

## 6-4. Description du logiciel GeoGebra :

Il s'agit d'un logiciel de géométrie dynamique, avec lequel on peut réaliser des figures puis découvrir, vérifier et étudier leurs propriétés en explorant de nombreux cas.

### 6-4-1. interface graphique :

Le logiciel GeoGebra est constitué de cinq zones principales :

La barre d'outils : contient les principaux outils de constrution (crée point, droite, droite parallèle, segment, cercle, angle, etc);

**La barre de saisie** : permet d'entrer des commandes et de définir directement des objets.

**La fenêtre algèbre** : regroupe des informations sur les objets crées (coordonnées, équations, longueur, etc);

**La feuille de travail** : dans laquelle sont représentés graphiquement les objets crées. Par exemple la représentation graphique de la fonction;

**La feuille tableur** : permet d'effectuer des calculs, des statistiques et de construire des diagrammes et des graphiques.

**La zone de travail :** montre l'aspect géométrique d'un objet 2D ou 3D.

**La zone d'algèbre** : montre son aspect analytique, ce qui facilite aux élèves l'acquisition d'une double perception d'un problème;

**Le curseur** : permet de créer des variables ou des paramètres, pour traiter un problème mathématique ou un problème issu de la vie courante.

### 6-4-2. Caractéristiques de GeoGebra :

L'utilisation de GeoGebra présente plusieurs avantages :

- Facilité d'utilisation : GeoGebra est doté d'une interface simple et facile à utiliser.
- Multifonctionnalité : GeoGebra est un progiciel à multiples fonctionnalités.
- Logiciel libre : c'est-à-dire que l'utilisateur peut le télécharger et l'utiliser gratuitement.
- Logiciel open source: c'est-à-dire que l'utilisateur a le droit d'effectuer des modifications[1].
- un logiciel adapté à exporter des fichiers sous format «.Tex» ou «.JPG».

1- http//:www.geogebra.org/help/geogebraquikstat_fr.pdf

PDF Compressor Free Version

# Partie 2:

1. Introduction
2. Instructions officielles
3. Fiches didactiques
4. Références

PDF Compressor Free Version

# 1. Introduction

## 1 Introduction :

PDF Compressor Free Version

Depuis plusieurs années, d'énormes changements se sont opérés au niveau de l'enseignement des concepts et des habiletés liés à la littérature et à la numératie, et ce, partout dans le monde. Des pays comme la France, l'Angleterre, les Etats-unis et l'Australie ont élaboré et mis sur pieds des initiatives fondées sur la recherche afin d'améliorer les méthodes d'enseignement et d'évaluation, les compétences des leaders pédagogiques et la responsabilité des diverses instances en ce qui a trait à l'apprentissage de la lecture et des mathématiques. Le ministère de l'Education Nationale a également mis en œuvre des initiatives ciblant l'amélioration du rendement des élèves en lecture et en mathématiques.

Ces mesures reposent sur des recherches qui démontrent l'importance de deux facteurs dans l'amélioration du rendement des élèves : le renforcement de l'expertise du personnel enseignant aux fins d'une efficacité professionnelle accrue, ainsi que l'élaboration et la mise en œuvre de plans d'amélioration, ce guide, traitant des éléments fondamentaux, se concentre sur l'efficacité de l'enseignement des mathématiques. Il s'inspire des recherches les plus actuelles sur les pratiques d'enseignement et d'évaluation et d'autres ressources qui ont fait leurs preuves dans l'amélioration du rendement des élèves en mathématiques. Il ajoute aux forces qui existent actuellement dans le système d'éducation et cherche à renforcer l'expertise de l'enseignement des mathématiques dans les établissements. Les chercheurs et les éducateurs s'entendent sur les connaissances et les compétences dont les enfants ont besoin en mathématiques, sur les activités qui aident au développement des habiletés et de la compréhension, ainsi que sur les composantes fondamentales d'un programme de mathématiques efficaces. Mais pour plusieurs enseignantes et enseignants débutants et chevronnés, il existe toujours un écart entre la théorie et la pratique. Comment les recherches actuelles portant sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques peuvent-elle être appliquées de manière concrète en classe? Quelles connaissances et compétences permettent aux enseignants et aux enseignantes d'aider chaque enfant à bien réussir en mathématiques? Ce guide est conçu depuis le début pour répondre à ces questions en présentant au personnel enseignant du cycle collégial, des stratégies efficaces fondées sur la théorie et sur la pratique. Il a été élaboré

dans but d'aider le personnel enseignant et les autres intervenants en éducation dans leur travail visant à améliorer la compréhension des mathématiques des élèves de la 1AC à la 3AC.

PDF Compressor Free Version

## 1. Les cinq principes sont du présent guide:

**Principe n°1 : Tous les élèves peuvent avoir du succès en mathématiques**

Tous les élèves peuvent apprendre les mathématiques. La maîtrise des mathématiques ne devrait pas être la réalité d'un petit groupe d'élèves. Les stratégies d'enseignement varié, les regroupements d'élèves, les ressources et le soutien administratif ou parental sont des aides précieuses à l'apprentissage des mathématiques. Tous les élèves devraient acquérir les mêmes fondements en mathématiques et bénéficier d'un enseignement de qualité. Ce guide contient des suggestions offrant diverses possibilités d'apprentissage en mathématiques à tous les élèves.

**Principe n°2 : L'enseignement des mathématiques devrait être fondé sur les résultats de recherches validées en classe.**

Les renseignements provenant d'études internationales, de nouvelles recherches sur l'enseignement des mathématiques et une nouvelle compréhension sur la façon dont les élèves apprennent, ont incité les pédagogues à évaluer l'efficacité des stratégies d'enseignement. Par exemple, le consensus de l'heure sur la question est celui de l'importance de l'enseignement par la résolution de problèmes pour le développement, chez les élèves, de la compréhension des concepts fondamentaux en mathématiques. Cette approche semble être la plus avantageuse pour l'amélioration du rendement des élèves. Ce guide est fondé sur la recherche et sur l'expérience d'enseignantes et d'enseignants (voir partie 1).

**Principe n°3 : L'acquisition de fondements solides en mathématiques et le développement d'une attitude positive à l'égard de la matière dès le primaire, constituent les bases nécessaires à l'apprentissage des mathématiques tout au long de la vie.**

La compréhension des concepts fondamentaux en mathématiques [à tous les niveaux : primaire, collégial, lycée et supérieur] se développe à l'aide d'un programme efficace en mathématiques, un enseignement de qualité et un environnement qui valorise une communauté d'apprenants et d'apprenantes

en mathématiques. Ce guide contient des conseils, des outils et des stratégies d'enseignement qui aideront les enseignants et enseignantes à bâtir sur la compréhension intuitive des élèves en mathématiques et à établir une base solide en mathématique.

PDF Compressor Free Version

**Principe n°4 : L'enseignant ou l'enseignante joue un rôle déterminant dans la compréhension des mathématiques [par les élèves].**

La capacité du personnel enseignant à dispenser un enseignement efficace en mathématiques est le facteur le plus important dans l'apprentissage des élèves en mathématiques. Lorsque les enseignants et enseignantes perfectionnent leur compréhension des mathématiques et du processus d'apprentissage par les élèves, ainsi que leur compréhension des stratégies propices à cet apprentissage, ils améliorent plusieurs aspects de leur enseignement.

L'enseignant ou l'enseignante qui fournit à l'élève un programme motivant d'apprentissage des mathématiques sait faire preuve d'esprit critique et faire des choix judicieux au niveau des activités, des stratégies, des interventions et des ressources. Le but de ce guide est d'améliorer les connaissances et les compétences des enseignants et enseignantes en enseignement efficace des mathématiques.

**Principe n°5 : L'enseignement efficace des mathématiques requiert l'appui et la coopération des leaders pédagogiques au niveau de l'établissement et du conseil, des parents et de la communauté en général.**

L'enseignement efficace des mathématiques au cycle collégial ne peut se faire tout seul. Il met à contribution non seulement les enseignantes et les enseignants des cours de mathématiques, mais aussi tous leurs partenaires au sein du système d'éducation, y compris les parents. Tous les partenaires jouent un rôle significatif dans la création des conditions idéales permettant aux enseignants et enseignantes d'assurer un enseignement efficace, et aux élèves d'apprendre en utilisant toutes leurs habiletés. Tous les intervenants et intervenantes doivent connaître et comprendre les composantes d'un programme efficace de mathématiques au cycle intermédiaire.

PDF Compressor Free Version

# 2. Instructions officielles

## 2 Instructions officielles :

PDF Compressor Free Version

### Programme officiel de mathématiques de la troisième année du cycle secondaire collégial

- **Premier semestre:**

| **1. Activités numériques :** | |
|---|---|
| **1.1.** Les racines carrées<br>La racine carrée du nombre réel positif.<br>Le produit et le quotient de deux racines carrées | - Reconnaître que si $a$ est un nombre réel positif alors $\sqrt{a}$ est le nombre réel dont le carré est le nombre réel $a$.<br>- Utiliser la calculatrice pour déterminer les valeurs approchées d'une racine carrée.<br>- Utiliser $\sqrt{a^2}$ et $(\sqrt{a})^2$ où $a$ est un nombre réel positif.<br>- Rechercher ls nombres réels $x$ tels que $x = a^2$ à travers des exemples.<br>- Utiliser les relations : $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ et $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ dans ces exemples numériques pour simplifier des expressions.<br>- Rendre le dénominateur un nombre rationnel dans des cas simples. |
| **1.2.** Calcul numérique<br>- Les identités remarquables<br>- Les puissances | - Utiliser les identités remarquables.<br>$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$<br>et $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ dans les deux sens.<br><br>- Reconnaître les propriétés des puissances et les utiliser.<br>- Utiliser la puissance de base 10, surtout dans la comparaison des nombres et l'écriture scientifique. |
| **1.3.** L'ordre et les opérations | - Maîtriser les propriétés de l'ordre et les opérations, les utiliser dans la résolution des problèmes.<br>- Maîtriser les différentes techniques de comparaison des nombres réels et utiliser les plus adaptées aux situations proposées en études. |

| 2. La géométrie : | |
|---|---|
| **2.1.** Le théorème de Thalès<br>- Le théorème direct.<br>- Le théorème réciproque. | - Reconnaître et utiliser les deux théorèmes suivants dans des situations différentes :<br>• Soit $(D_1)$ et $(D_2)$ deux droites sécantes en $A$. Soit $B$ et $M$ deux points de la droite $(D_1)$ différents de $A$. Soit $C$ et $N$ deux points de la droite $(D_2)$ différents de $A$. Si les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont parallèles alors : $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$<br>• Soient $(D_1)$ et $(D_2)$ deux droites sécantes en $A$. Soit $B$ et $M$ deux points de la droite $(D_1)$ différents de $A$. Soit $C$ et $N$ deux points de la droite $(D_2)$ différents de $A$. Si $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}$ et les points $A$ ; $B$ et $M$ et les points $A$ ; $C$ et $N$ sont classés dans cet ordre alors les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont parallèles. |
| **2.2.** Le triangle rectangle<br>- Le calcul trigonométrique: sinus, cosinus, et tangente.<br>- Le théorème de Pythagore direct et réciproque.<br>- Les angles de centre et les angles inscrits dans un cercle. | - Connaître et utiliser les relations entre le cosinus; le sinus; la tangente d'un angle aigu et les deux longueurs des deux côtés d'un triangle.<br>- Utiliser la calculatrice pour déterminer les valeurs approchées des rapports trigonométriques d'un angle aigu et réciproquement.<br><br>- Utiliser le théorème Pythagore et sa réciproque dans la géométrie plane et dans quelques polygônes réguliers.<br><br>- Comparer l'angle inscrit et l'angle au centre interceptant le même arc. |
| **2.3.** Les triangles isométriques<br>- Les triangles semblables | - Connaître deux triangles isométriques.<br>- Utiliser les cas de similitude. |

PDF Compressor Free Version

- **Deuxième semestre:**

| 1) Activités numériques : | |
|---|---|
| **1.1.** Les équations et les inéquations | - Résoudre une équation du premier degré à une inconnue.<br>- Résoudre des équations simples qui se ramènent à des équations du premier degré à une inconnue.<br>- Résoudre des problèmes qui se ramènent à des équations du premier degré à une inconnue.<br>- Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue.<br>- Appliquer les équations et les inéquations dans la résolution des problèmes. |
| **1.2.** Systèmes à deux équations du premier degré à deux inconnues | - Résoudre algébriquement un système à deux équations du premier degré à deux inconnues.<br>- Résoudre graphiquement un système à deux équations du premier degré à deux inconnues.<br>- Mathématisation des situations qui se ramènent à la résolution d'un système à deux équations du premier degré à deux inconnues. |
| **2) Activités graphiques et statistiques :** | |
| **2.1.** Les fonctions linéaires | - Déterminer l'image d'un nombre par une fonction linéaire.<br>- Reconnaître la situation de proportionnalité et la traduire par la formule $f(x) = ax$<br>- Construire la représentation graphique d'une fonction linéaire.<br>- Déterminer graphiquement l'image d'un nombre par une fonction linéaire.<br>- Déterminer graphiquement un nombre dont l'image par une fonction linéaire est donnée.<br>- Déterminer une fonction linéaire, connaissant un nombre et son image par cette fonction linéaire.<br>- Déterminer graphiquement une fonction linéaire en connaissant un point différent de l'origine du repère de sa représentation graphique.<br>- Lire la représentation graphique d'une fonction linéaire. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| **2.2.** Les fonctions affines | - Déterminer l'image d'un nombre par une fonction affine.<br>- Traduire une situation par la formule $f(x) = ax + b$.<br>- Construire la représentation graphique d'une fonction affine.<br>- Déterminer graphiquement l'image d'un nombre par une fonction affine.<br>- Déterminer graphiquement un nombre dont l'image par une fonction affine est donnée.<br>- Déterminer l'expression d'une fonction affine en connaissant deux nombres et leurs images par cette fonction affine.<br>- Déterminer graphiquement une fonction affine, connaissant deux points distincts de sa représentation graphique.<br>- Lire la représentation graphique d'une fonction affine.<br>- Appliquer la fonction affine dans la résolution des problèmes. |
| **2.3.** Les statistiques | - Déterminer la valeur médiane et le mode d'une série statistique.<br>- Calculer la moyenne arithmétique d'une série statistique, en utilisant la calculatrice non programmable.<br>- Appliquer les représentations graphiques usuelles dans la résolution des problèmes. |
| **3. La géométrie :** | |
| **3.1.** La translation<br>- Le produit d'un vecteur par un scalaire. | - Reconnaître l'image d'un point par une translation donnée.<br>- Reconnaître la translation $T$ qui transforme le point $A$ au point $B$.<br>- Construire l'image d'un point par une translation donnée.<br>- Reconnaître l'image d'un segment, une droite, une demi-droite, un angle et un cercle par une translation.<br>- Utiliser la translation dans la résolution des problèmes géométriques. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| **3.2.** La géométrie analytique:<br>- Le repère d'un plan.<br>- Les coordonnées d'un point et d'un vecteur.<br>- La distance entre deux points.<br>- L'équation d'une droite, l'équation réduite d'une droite.<br>- Condition du parallélisme.<br>- Condition de l'orthogonalité . | - Le repère d'un plan.<br>- Les coordonnées d'un point et d'un vecteur.<br>- La distance entre deux points.<br>- L'équation d'une droite, l'équation réduite d'une droite.<br>- Condition du parallélisme.<br>- Condition de l'orthogonalité. |
| **3.3.** Calcul de volume<br>(La géométrie dans l'espace) | Calcul de volume<br>(La géométrie dans l'espace)<br>- agrandissement- réduction |

PDF Compressor Free Version

PDF Compressor Free Version

# 3. Fiches didactiques des chapitres

# 1 Chapitre RACINES CARRÉES

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Connaître et utiliser les propriétés de la racine carrée;<br>• Transformer des expressions contenant des racines carrées;<br>• Résolution de l'équation $x^2 = a$;<br>• Eliminer la racine carrée d'un dénominateur;<br>• Utiliser la racine carrée pour résoudre des problèmes numériques et / ou géométriques. |
| **Pré-requis** | • Racine carrée d'un nombre rationnel positif;<br>• Identités remarquables sur les nombres rationnels;<br>• Puissances sur les nombres rationnels;<br>• Développement et factorisation sur les nombres rationnels. |
| **Contenu** | • Racine carrée d'un nombre réel positif;<br>• Règles de calcul;<br>• Équation: $x^2 = a$. |
| **Prolongement** | • Identités remarquables et puissances;<br>• Ordre et opérations;<br>• Théorème de Thalès;<br>• Théorème de Pythagore;<br>• Trigonométrie;<br>• Angles au centre et angles inscrits;<br>• Triangles isométriques et triangles semblables;<br>• Équations;<br>• Inéquations;<br>• Vecteurs et translation;<br>• Système de deux équations à deux inconnues;<br>• Repère dans le plan;<br>• Équation de droite;<br>• Fonctions linéaires et fonctions affines;<br>• Statistiques;<br>• Géométrie dans l'espace;<br>• Activités numériques;<br>• Activités géométriques. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• Outils numériques. |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Racine carrée d'un nombre réel positif<br>• **Activité 2:** Racines carrées et opérations<br>• **Activité 3:** Équation $x^2 = a$ où $a$ est un nombre positif<br>• **Activité 4:** Expression conjuguée |
| | **Cours**<br>• Racine carrée d'un nombre réel positif;<br>• Règles de calcul.<br>• Équation: $x^2 = a$. |
| | **Pour comprendre**<br>• Racines carrées d'un nombre réel positif;<br>• Racines carrées et opérations;<br>• Équation $x^2 = a$. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

PDF Compressor Free Version

**• Côté historique et / ou culturel :**

La racine carrée, dont le symbole est « $\sqrt{\ }$ » est comme de tous, et intervient presque dans tous les calculs mathématiques.

D'où vient ce symbole? Il a été utilisé pour la première fois en 1525 par Christoff Rudolff (1499-1545), qui a employé le symbole $\sqrt{\ }$ pour les racines carrées.

Certains avancent que l'origine du symbole radical moderne vient d'une déformation de R, puis r, la première lettre dans le radix (racine en latin). Progressivement, on a soudé «barre» au signe.

**• Côté pédagogique**

Les pré-requis de l'élève sur cette leçon, se limitent à la définition de l'écriture $\sqrt{a}$ où $a$ est un nombre rationnel positif, introduite en appliquant le théorème de Phythagore, afin de domestiquer d'autres nombres.

La racine carrée d'un nombre réel positif, qu'on note $\sqrt{a}$ est le nombre positif qui a pour carré $a$.

Une racine carrée ne peut pas toujours s'écrire d'un décimal ou d'une fraction, comme par exemple $\sqrt{2}$.

Il ne fait aucun doute que la distinction entre les deux écritures $\sqrt{a^2}$ et $(\sqrt{a})^2$ soit objet d'un arrêt pédagogique pour éliminer des fautes futures, et pour la perception et la signification de chaque écriture. Il faudra ne pas oublier le rôle de la calculatrice et son importance.

## Partie 2: Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

Dans cette leçon, l'utilisation de la calculatrice est très sollicitée.

• **Traitement:**

| **Activité 1 :** Racine carrée d'un nombre réel positif | |
|---|---|
| Objectif | Utiliser le théorème de Pythagore et la racine carrée d'un nombre pour résoudre une situation problème. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | • Utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle $ABD$ en $A$.<br>• $BD^2 = AB^2 + AD^2$, donc : $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{5,33}\,m$ et puisque $\sqrt{5,33} > 2,3$ alors Karim ne peut pas placer son placard. |
| **Activité 2 :** Équation $x^2 = a$ où $a$ est un nombre positif | |
| Objectif | Connaître les propriétés des racines carrées (opérations) |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) Compléter le tableau.<br>2) Conjecturer les résultats. |
| **Activité 3 :** Racines carrées et opérations | |
| Objectif | Résoudre une équation de la forme $x^2 = a$ où $a$ est un réel positif. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | • Utiliser l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$<br>• Résoudre l'équation produit nul $(x-a)(x+a) = 0$<br>• Déduire que l'équation $x^2 = a^2$ où $a \neq 0$ admet deux solutions $a$ et $-a$. |
| **Activité 4 :** Expression conjuguée | |
| Objectif | Connaître l'expression de $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ (où $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ ) et l'utiliser pour éliminer la racine carrée d'un dénominateur. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) On a : $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$<br>donc : $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \dfrac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$<br>2) a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1} = \dfrac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1$<br>b) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$ |

PDF Compressor Free Version

## Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

PDF Compressor Free Version

**Exercice 1:**

a) $\sqrt{5^2} = 5$

b) $\sqrt{(-3)^2} = 3$

c) $\sqrt{\left(\frac{14}{3}\right)^2} = \frac{14}{3}$

d) $\left(\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2 = \frac{2}{7}$

e) $\left(\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}\right)^2 = (1+\sqrt{2})^2$

**Exercice 2:**

a) $\sqrt{0,0001} = \sqrt{(0,01)^2} = 0,01$

b) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

c) $\sqrt{\frac{-16}{-25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$

d) $\sqrt{\frac{169}{49}} = \sqrt{\left(\frac{13}{7}\right)^2} = \frac{13}{7}$

e) $\sqrt{\frac{50}{32}} = \sqrt{\frac{25\times 2}{16\times 2}} = \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2} = \frac{5}{4}$

f) $\sqrt{\frac{1}{0,04}} = \sqrt{\frac{100}{4}} = \sqrt{25} = 5$

**Exercice 3:**

a) $-\sqrt{25} = -\sqrt{(5)^2} = -5$

b) $\sqrt{\frac{-32}{-2}} = \sqrt{16} = 4$

c) $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49} = 7$

d) $\sqrt{(-4)\times(-9)} = \sqrt{36} = 6$

e) $-\sqrt{(-4)^2} = -\sqrt{16} = -4$

**Exercice 4:**

$A = 9$ $\quad$ $B = -13$

$C = 16$ $\quad$ $D = -86$

**Exercice 5:**

a) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

b) $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

c) $\sqrt{6\times 3} = 3\sqrt{2}$

d) $\sqrt{4\times 5} = 2\sqrt{5}$

e) $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

f) $\sqrt{8\times 9} = 6\sqrt{2}$

**Exercice 6:**

a) $\sqrt{24\times 6} = 12$

b) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{16}\times\sqrt{2}}{\sqrt{9}\times\sqrt{2}} = \frac{4}{3}$

c) $\frac{1}{\sqrt{2}}\times\sqrt{8} = \frac{1}{\sqrt{2}}\times 2\sqrt{2} = 2$

d) $\sqrt{\frac{128}{98}} = \sqrt{\frac{64}{49}} = \frac{8}{7}$

**Exercice 7:**

a) $A = 29\sqrt{2}$

b) $B = 2\sqrt{2}$

c) $C = 0$

**Exercice 8:**

a) $A = \sqrt{3}$ $\quad$ b) $B = 0$

c) $C = 4\sqrt{3}$

**Exercice 9:**

a) $A = 5 + 2\sqrt{5}$

b) $B = 23 - 3\sqrt{5}$

c) $C = -4 + \sqrt{5}$

**Exercice 10:**

a) $x = 15$ ou $x = -15$

c) $x = \sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$

b) $x = 4$ ou $x = -4$

d) $x = 2$ ou $x = -2$

**Exercice 12:**

$A = \frac{1+\sqrt{7}}{6}$ $\quad$ $C = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$B = \frac{\sqrt{6}}{2}$ $\quad$ $D = \frac{-7\sqrt{10}}{10}$

**Exercice 13:**

$x = 2\sqrt{2}$

$z = 7\sqrt{2}$

$y = 2\sqrt{5}$

$t = 5\sqrt{2}$

PDF Compressor Free Version

**Exercice 14:**

$X = 0 \;\; ; \;\; Y = -52\sqrt{5}$

**Exercice 15:**

$x = 10 \;\; ; \;\; y = 4 \;\; ; \;\; z = 5 \;\; ; \;\; t = 10$

**Exercice 16:**

$a = 100$ $\qquad$ $b = 20$

$c = 0,3$ $\qquad$ $d = 3 \times 10^6$

$e = 5 \times 10^{-2}$ $\qquad$ $f = -3$

## J'intègre :

**Exercice 17:**

$A = 45\sqrt{2}$ $\qquad$ $B = 9\sqrt{7}$

$C = 0$ $\qquad$ $D = 4\sqrt{11}$

**Exercice 19:**

$A = 1 + \sqrt{3}$

$B = 3 + 2\sqrt{2}$

$C = \dfrac{11\sqrt{7} + 3\sqrt{3}}{4}$

$D = -3 + 3\sqrt{5}$

**Exercice 20:**

$A = 46\sqrt{5}$ $\qquad$ $B = 54\sqrt{2}$

$C = 3$

**Exercice 22:**

$$\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}(\sqrt{2}+\sqrt{7}) + 5\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{7})}{(\sqrt{2}-\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{7})}$$

$$= \frac{5\sqrt{14} + 35 + 10 - 5\sqrt{14}}{-5} = \frac{45}{-5} = -9$$

**Exercice 23:**

a) $5x^2 + 1 = 4x^2 + 17$ signifie que :

$x^2 = 16$

signifie que : $x = 4$ ou $x = -4$

b) $x^2 + 2 - 4(x^2 + 2) = x^2 - 10$ signifie que : $4x^2 = 4$

signifie que : $x^2 = 1$

Donc : $x = 1$ ou $x = -1$

**Exercice 24:**

1) $(\sqrt{147} + \sqrt{3})^2 = 147 + 2\sqrt{147} \times \sqrt{3} + 3$

$= 150 + 2\sqrt{441}$

$= 150 + 2 \times 21$

$= 150 + 42 = 192$

Donc : $\sqrt{147} + \sqrt{3} = \sqrt{192}$

2) $\sqrt{147} - \sqrt{3} = \sqrt{n}$ signifie que :

$(\sqrt{147} - \sqrt{3})^2 = (\sqrt{n})^2$

$147 - 2\sqrt{441} + 3 = n$

Donc : $n = 150 - 42 = 108$

**Exercice 33:**

a) $A = 3\sqrt{80} = \sqrt{9 \times 80} = \sqrt{9 \times 16 \times 5}$

$= \sqrt{16} \times \sqrt{45} = 4\sqrt{45} = B$

b) $A = 7\sqrt{108} = \sqrt{49 \times 108} = \sqrt{49 \times 36 \times 3}$

$= \sqrt{36} \times \sqrt{49 \times 3} = 6\sqrt{147} = B$

**Exercice 34:**

a) $A = 45\sqrt{2}$ $\qquad$ c) $C = 1$

b) $B = -\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ $\qquad$ d) $D = 0$

**Exercice 35:**

1) On a :

$$\frac{2\sqrt{3}-3}{2\sqrt{3}+3} + \frac{2\sqrt{3}+3}{2\sqrt{3}-3} = \frac{(2\sqrt{3}-3)^2 + (2\sqrt{3}+3)^2}{(2\sqrt{3}+3)(2\sqrt{3}-3)}$$

$$= \frac{2 \times (12+9)}{12-9} = \frac{42}{3} = 14$$

2) Montrer que :

$$\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2}} + 2 = \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$$

revient à montrer que :

$$\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2}} = \sqrt{4+2\sqrt{2}}-2$$

PDF Compressor Free Version

Aussi revient à montrer que :

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{4+2\sqrt{2}}-2\right)=2$$

On a :

$$\begin{aligned}\sqrt{4+2\sqrt{2}}-2 &= \sqrt{2(2+\sqrt{2})}-2\\ &= \sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}-\sqrt{2}^2\\ &= \sqrt{2}\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}-\sqrt{2}\right)\end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned}&\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{4+2\sqrt{2}}-2\right)\\ &= \left(\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2}\right)\sqrt{2}\times\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}-\sqrt{2}\right)\\ &= \sqrt{2}(2+\sqrt{2}-2)=2\end{aligned}$$

**Exercice 36:**

1) $$\begin{aligned}(\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3}) &= (\sqrt{5}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2\\ &= 7+2\sqrt{10}-3\\ &= 4+2\sqrt{10}=2(2+\sqrt{10})\end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{3}} &= \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3})}\\ &= \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2(2+\sqrt{10})}\\ &= \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3})(2-\sqrt{10})}{2(2+\sqrt{10})(2-\sqrt{10})}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{2\sqrt{5}+2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-\sqrt{50}-\sqrt{20}-\sqrt{30}}{2(4-10)}\\ &= \frac{2\sqrt{5}+2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-5\sqrt{2}-2\sqrt{5}-\sqrt{30}}{-12}\\ &= \frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{30}}{-12}\\ &= \frac{\sqrt{30}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{12}\end{aligned}$$

**Exercice 37:**

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)^2=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2=2+\frac{1}{2}-2=\frac{1}{2}$$

**Exercice 38:**

1) $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 36 - 9 = 27$

Donc : $AH = 3\sqrt{3}$

2) $\mathcal{A} = \dfrac{AH \times BC}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}\times 6}{2} = 9\sqrt{3}$

3) $\mathcal{A} = 5,2$

**Exercice 39:**

On a : $\begin{cases} B = \pi r^2 \\ 3B = \pi R^2 \end{cases}$ donc : $\begin{cases} 3B = 3\pi r^2 \\ 3B = \pi R^2 \end{cases}$

C'est-à-dire : $R^2 = 3r^2 = (\sqrt{3}\,r)^2$

Donc : $R = \sqrt{3}\,r$ c'est-à-dire on multiplie $r$ par $\sqrt{3}$.

**Exercice 40:**

a) $$\begin{aligned}(20,121)^2 &= (20121\times 10^{-3})^2\\ &= (20121)^2\times(10^{-3})^2\\ &= 40485641\times 10^{-6}\\ &= 404,854641\end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned}(2012100)^2 &= (20121\times 10^{2})^2\\ &= (20121)^2\times(10^{2})^2\\ &= 404854641\times 10^{4}\\ &= 4048546410000\end{aligned}$$

c) $\sqrt{404854641} = \sqrt{(20121)^2} = 20121$

d) $$\begin{aligned}\sqrt{404,854641} &= \sqrt{404854641\times 10^{-6}}\\ &= \sqrt{(20121)^2\times 10^{-6}}\\ &= \sqrt{(20121\times 10^{-3})^2}\\ &= 20121\times 10^{-3} = 20,121\end{aligned}$$

**Exercice 41:**

PDF Compressor Free Version

$$\frac{\sqrt{a}}{a}+\frac{\sqrt{b}}{b}=\frac{\sqrt{a}}{(\sqrt{a})^2}+\frac{\sqrt{b}}{(\sqrt{b})^2}=\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}$$

$$=\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{ab}}+\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{ab}}$$

**Exercice 42:**

1) $(b\sqrt{a}-a\sqrt{b})(\sqrt{b}+\sqrt{a})$

$= b\sqrt{ab}+ab-ab-a\sqrt{ab}$

$= b\sqrt{ab}-a\sqrt{ab}=\sqrt{ab}\,(b-a)$

2) $\dfrac{b\sqrt{a}-a\sqrt{b}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}=\dfrac{(b\sqrt{a}-a\sqrt{b})(\sqrt{b}+\sqrt{a})}{(\sqrt{b}-\sqrt{a})(\sqrt{b}+\sqrt{a})}$

$=\dfrac{\sqrt{ab}(b-a)}{b-a}=\sqrt{ab}$

**Exercice 43:**

1) $\dfrac{\sqrt{1+(2n-1)\sqrt{1+4n(n+1)}}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{1+(2n-1)\sqrt{1+4n^2+4n}}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{1+(2n-1)\sqrt{(2n+1)^2}}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{1+(2n-1)(2n+1)}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{1+4n^2-1}}{2}=\dfrac{\sqrt{4n^2}}{2}=\dfrac{2n}{2}=n$

2) On prend : $2n-1=2019$ donc :

$n=\dfrac{2020}{2}=1010$

Donc :

$\sqrt{1+2019\sqrt{1+4040\times 1011}}=1010$

# 2 Chapitre IDENTITÉS REMARQUABLES ET PUISSANCES

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Maîtriser les téchniques de calcul;<br>• Utiliser les propriétés des puissances pour simplifier des expressions algébriques et littérales;<br>• Utiliser les identités remarquables dans les deux sens;<br>• Utiliser les identités remarquables dans les développements, réduction et factrorisation;<br>• Utiliser les identités remarquables dans différentes situations numériques et géométriques. |
| **Pré-requis** | • Racine carrée d'un nombre réel positif;<br>• Opérations et parenthèses (priorité des opérations);<br>• Développement, factorisation et simplification;<br>• Somme, produit et quotient des nombres rationnels;<br>• Les opérations sur les puissances rationnelles;<br>• Puissances de 10;<br>• Écriture scientifique. |
| **Contenu** | • Puissances;<br>• Développement- Réduction;<br>•Factorisation;<br>• Identités remarquables |
| **Prolongement** | • Dans d'autres chapitres de ce niveau :<br>- Résolution des équations.<br>- Résolution des inéquations.<br>- Résolution des systèmes.<br>• Au lycée :<br>- Polynôme<br>- Suites géométriques<br>- fonctions exponentielles<br>- Nombres complexes<br>• Dans d'autres disciplines:<br>- En physique (surtout écriture scientifique et puissances de 10) |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciel. |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PÉS-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Puissances;<br>• **Activité 2:** Puissances;<br>• **Activité 3:** Développement- Factorisation;<br>• **Activité 4:** Identités remarquables;<br>• **Activité 5:** L'identité remarquable : $a^2 - b^2$ |
| | **Cours**<br>• Puissances;<br>• Développement- Réduction;<br>• Factorisation;<br>• Identités remarquables. |
| | **Pour comprendre**<br>• Puissances;<br>• Puissances et écriture scientifique;<br>• Développement;<br>• Factorisation;<br>• Développer et factoriser à l'aide des identités remarquables. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

PDF Compressor Free Version

**• Côté historique et/ou culturel :**

En mathématiques, on appelle identités remarquables ou égalités remarquables certaines égalités qui s'appliquent à des nombres, ou plus généralement à des variables polynômiales. Elles servent en général à accélérer les calculs, à simplifier certaines écritures, à factoriser ou à développer des expressions.

La plupart de ces identités remarquables ont tout d'abord été démontrées à l'aide de consédirations géométiques, puis ont été généralisées à des puissances supérieures par des calculs algébriques.

**• Côté pédagogique :**

L'objectif de ce chapitre est d'entretenir et d'approfondir les pré-requis des élèves sur les identités remarquables et de les renforcer en manipulant les racines carrées.

On consolide les connaissances des élèves sur le calcul littéral et sur l'utilisation du développement et la factorisation. Exploiter les identités remarquables dans les deux sens est une chose qui n'est pas facile, le professeur doit faire de ce chapitre un arrêt-bilan pour que les élèves maîtrisent les techniques de factorisation et de développement, afin de résoudre plus tard les équations et les inéquations aisément, et pour minimiser les difficultés.

## Partie 2: Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

**• Traitement:**

| **Activité 1 :** Puissances | |
|---|---|
| Objectif | Situation problème |
| Type de travail | Travail individuel |
| Solution proposée | L'épaisseur est : $0,1 \times 2^{20}$ |
| **Activité 2 :** Puissances | |
| Objectif | Rappeler les propriétés et opérations sur les puissances-Puissances de 10. |
| Type de travail | Travail individuel |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Solution proposée | 1) $A = 2^{5+3} = 2^8$ ; $B = (2^4)^5 = 2^{20}$ ; $C = (2^3)^3 \times (2^2)^{32} = 2^{9+64} = 2^{73}$<br>2) $D = \dfrac{(2^2)^3 \times (3^2)^3}{3^5 \times 2^4} = 2^{6-4} \times 3^{6-5} = 2^2 \times 3$<br>$E = \dfrac{(-2^2) \times (2 \times 3)^{-4}}{(3^2)^{-5} \times (-2^3)^{-3}} \times \dfrac{1}{2^4} = \dfrac{-2^2 \times 3^{-4} \times 2^{-4}}{-2^{-9} \times 3^{-10}} = 2^7 \times 3^6$<br>3) $F = 10^3 \times 10^{-7} \times 10^2 = 10^{3-7+2} = 10^{-2}$<br>$G = \dfrac{10^{-4} \times (10^3)^7 \times 10^{-2}}{5^3 \times 2^3 \times 10^{-3}} = \dfrac{10^{-4+21-2}}{(5 \times 2)^3 \times 10^{-3}} = \dfrac{10^{15}}{10^3 \times 10^{-3}} = 10^{15}$ |
| **Activité 3 :** Développement - Factorisation | |
| Objectif | Rappeler le développement et la factorisation et les appliquer sur des nombres réels. |
| Type de travail | Travail individuel |
| Solution proposée | 1) • $K(a+b) = Ka + Kb$<br>• $(a+b)K = aK + bK = Ka + Kb$<br>2) $(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d)$<br>$= ac + ad + bc + bd$ |
| **Activité 4 :** Identités remarquables | |
| Objectif | Démontrer, à l'aide des considérations géométriques, les identités remarquables $(a+b)^2$ et $(a-b)^2$. |
| Type de travail | Travail individuel ou collectif. |
| Solution proposée | 1) a) $\mathscr{A}_{ABC} = (a+b)^2$<br>b) $\mathscr{A}_{AEFG} = a^2$ ; $\mathscr{A}_{EDIF} = ab$ ; $\mathscr{A}_{GFHB} = ab$ ; $\mathscr{A}_{FICH} = b^2$<br>2) $\mathscr{A}_{ABCD} = \mathscr{A}_{AEFG} + \mathscr{A}_{GFHB} + \mathscr{A}_{FICH} + \mathscr{A}_{EDIF}$ $\alpha$<br>Donc : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$<br>3) $(a-b)^2 = (a+(-b))^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ |
| **Activité 5 :** Identités remarquables | |
| Objectif | Démontrer, à l'aide des considérations géométriques l'identité remarquable $a^2 - b^2$ |
| Type de travail | Travail individuel ou collectif. |
| Solution proposée | 1) $\mathscr{A}_{KBFE} = b(a-b) = ba - b^2$ ; $\mathscr{A}_{HFCD} = a(a-b) = a^2 - ab$<br>2) $\mathscr{A}_{HKBD} = (a+b)(a-b)$<br>3) $\mathscr{A}_{HKBD} = \mathscr{A}_{KBFE} + \mathscr{A}_{HFCD}$, donc :<br>$(a+b)(a-b) = ab - b^2 + a^2 - ab = a^2 - b^2$ |

## Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

PDF Compressor Free Version

**Exercice 1:**

$A = -16$ ; $B = 16$ ; $C = -22$ ;

$D = (8,4 + 1,2 + 0,4) + (-3,7 - 2,3)$
$= 10 - 6 = 4$

**Exercice 2:**

$A = (4 \times (-5))7 \times 10 = (-20 \times 7) \times 10$
$= -1400$

$C = -6 \times (2) - 9 = -12 - 9 = -21$

$D = 3 - 21 - 7 \times (5 - 12)$
$= -18 - 7 \times (-7) = 31$

$E = 1 - 5 \times 1 + 9 \times (-1)^2 = 1 - 5 + 9 = 5$

**Exercice 3:**

$A = \frac{5}{12}$ ; $B = -\frac{35}{8}$ ;

$C = 1 - \left(\frac{-1}{12}\right) = \frac{13}{12}$ ; $D = \frac{47}{12}$ ;

$E = \frac{113}{315}$

**Exercice 4:**

$A = 0$ ;

$B = \frac{a^2}{abc} - \frac{b^2}{abc} + \frac{b^2 - a^2}{abc} = 0$ ;

$C = \frac{1}{2}$ :

$D = \frac{ab - a^2c}{c(c - ab)} \times \frac{c}{ab - a^2b} = \frac{1}{c - ab}$

**Exercice 5:**

$A = -11a^2 - 3$ ; $B = \frac{5}{2}t - 3z - \frac{7}{2}$

$C = -ab^2 + 3a^2b - 3a^2$ ;

$D = n^3 - 3nt$

$E = -\frac{x}{y} + 3 \times \frac{y}{x} - \frac{x}{y} + 1 + 5 \times \frac{x}{y} - 3 \times \frac{y}{x}$
$= \frac{3x}{y} + 1$

**Exercice 6:**

$A = -9$ ; $B = 1$ ; $C = 1$

$D = 3 \times \frac{2}{3} = 2$ ; $E = -8 - 4 + 12 = 0$

**Exercice 7:**

$A$ : Négatif $B$ : Positif

$C$ : Négatif $D$ : Positif

$E$ : Négatif (car il contient 21 facteurs négatifs)

**Exercice 13:**

$g = 9,80665\ m.s^{-2}$

$F = 9,648456.10^4 C.mol^{-1}$

$N_A = 6,022045.10^{-23} mol^{-1}$

$u = 1,660565.10^{-27} Kg$

$C = 2,99792458 \times 10^8\ m.s^{-1}$

$R = 8,31441\ J.K^{-1}.mol^{-1}$

**Exercice 24:**

$A = 3x(3x - 2) - 2(3x - 2) = (3x - 2)^2$

$B = x(x + 1) - 7x(1 + x) = -6x(x + 1)$

$C = 2x(1 - 2x) + x^2(1 - 2x)$
$= x(2 + x)(1 - 2x)$

**Exercice 32:**

$A = (x + 1)^2 - 3x(1 + x)$
$= (x + 1)(1 - 2x)$

$B = (3x - 2) - 5(3x - 2)^2$
$= (3x - 2)(11 - 15x)$

$C = 3(2x - 1)^2 - 4(2x - 1)$
$= (2x - 1)(6x - 7)$

$D = (2x - 3)(2x + 3) + 5(2x - 3)^2$
$= 12(2x - 3)(x - 1)$

**Exercice 35:**

$A = a^8 \times b^8 \times c$ ; $B = 8a^{-4}b^{-19}$

$C = a^{23} \times b^6$ ; $D = 2\pi^{11}$

$E = 2^{11} \times 7^{9} \times 10^{-32}$

PDF Compressor Free Version

**Exercice 42:**

$A = (4x + 1 - \sqrt{5})(4x + 1 + \sqrt{5})$

$B = \left(\frac{x}{2} - \frac{\sqrt{3}}{5}\right)\left(\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{5}\right)$

$C = (2x - \sqrt{3})^2$

$D = (4x + 2\sqrt{3})^2$

**Exercice 45:**

a) $(\sqrt{3})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3} + 2^2 = (\sqrt{3} - 2)^2$

b) $(\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2$

c) $3^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{2} + 2 = (3 - \sqrt{2})^2$

**Exercice 53:**

1) $\mathscr{A}_{DEFG} = (5x - 1)^2 = 25x^2 - 10x + 1$

2) $\mathscr{A}_{Colorie} = \mathscr{A}_{ABCD} - \mathscr{A}_{DEFG}$

$= (5x + 3)^2 - (5x - 1)^2$

$= 4(10x + 2) = 40x + 8$

**Exercice 54:**

• $EH = 4 - (2 + x) = 2 - x$

$\mathscr{A}_{Partie\ Coloriee} = \mathscr{A}_{AHIJ} - \mathscr{A}_{AEFG}$

$= (2 - x)^2 - 2^2 = x^2 - 4x$

**Exercice 60:**

1) $\mathscr{A}_{Colorie} = 4x^2 + (20 - 2x)^2$

$= 8x^2 - 80x + 400$

2) $\mathscr{A}_{Blanche} = \mathscr{A}_{ABCD} - \mathscr{A}_{Coloriee}$

$= 400 - (8x^2 - 80x + 400)$

$= -8x^2 + 80x$

**Exercice 61:**

$\mathscr{A}_{Partie\ Colorie} = \mathscr{A}_{Grand\ disque} - (\mathscr{A}_{D_1} + \mathscr{A}_{D_2})$

$= \pi\left(\frac{3(x+1)}{2}\right)^2 - \left(\pi(x+1)^2 + \pi\left(\frac{x+1}{2}\right)^2\right)$

$= \pi x^2 + 2\pi x + \pi$

**Exercice 62:**

1) Dans le triangle $AHC$, rectangle $C$,

$AC^2 = h^2 + HC^2$

donc : $h^2 = 4 - (x - 1)^2$

$= 3 - x^2 + 2x$

• Dans le triangle $ABH$, rectangle en $H$,

on a: (d'après le théorème de Pythagore):

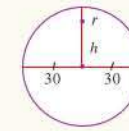
$AB^2 = AH^2 + BH^2$

Donc :

$h^2 = 9 - (x + 1)^2 = -x^2 - 2x + 8$

2) $-x^2 - 2x + 8 = 3 - x^2 + 2x$ signifie que : $4x = 5$ donc : $x = \frac{5}{4}$

**Exercice 63:**



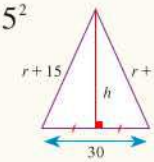

$\begin{cases} h + r = 30 \\ h = 30 - r \end{cases}$

$15^2 + h^2 = (r + 15)^2$

$(r + 15)^2 - (30 - r)^2 = 15^2$

$36r - 675 = 225$

$r = 25cm$




**Exercice 64:**

$\mathscr{A}_{Piece} = 3x(2x + 5) - \left(2 \times x^2 + 4 \times \frac{x^2}{2}\right)$

$= 6x^2 + 15x - 4x^2$

$= 2x^2 + 15x$

**Exercice 65:**

$\mathscr{A} = (2x - 1)^2 + \left[(2x - 1)^2 - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2\right]$

$= 2(2x - 1)^2 - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

$= 7x^2 - 7x + \frac{7}{4}$

**Exercice 67:**

$\mathscr{A}_{IJKL} = \mathscr{A}_{ABCD} - 2\mathscr{A}_{AIL} - 2\mathscr{A}_{IBJ}$

$= 32 - 2\left(\frac{x(4 - x)}{2}\right) - 2\left(\frac{(8 - x)x}{2}\right)$

$= 32 - x(4 - x) - x(8 - x)$

$= 2x^2 - 12x + 32$

# 3 Chapitre ORDRE ET OPÉRATIONS

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Savoir comparer deux nombres réels, en utilisant une méthode adéquate.<br>• Comparer deux expressions en utilisant les propriétés de l'ordre et des opérations.<br>• Déterminer des valeurs approchées.<br>• Résoudre des problèmes en utilisant l'ordre et les opérations. |
| **Pré-requis** | • Ordre et opérations sur les nombres rationnels;<br>• Racines carrées;<br>• Identités remarquables;<br>• Puissance;<br>• Encadrement et valeurs approchées. |
| **Contenu** | • Comparaison de deux nombres réels;<br>• Ordre et opérations ;<br>• Ordre et inverse- ordre et carré- ordre et racine carrée;<br>• Encadrement |
| **Prolongement** | • Théorème de Pythagore;<br>• Trigonométrie;<br>• Angles au centre et angles inscrits;<br>• Triangles isométriques et triangles semblables;<br>• Inéquations;<br>• Fonctions linéaires et fonctions affines;<br>• Statistiques;<br>• Géométrie dans l'espace;<br>• Activité algébriques et géométriques;<br>• Encadrement des expressions numériques et littérales;<br>• Autres disciplines; exemple en physique-chimie comparaison des quantités. |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciel. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Plan de la leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Comparaison de deux nombres;<br>• **Activité 2:** Comparaison de deux nombres;<br>• **Activité 3:** Ordre et opérations;<br>• **Activité 4:** Ordre et multiplication- Ordre et inverse;<br>• **Activité 5:** Ordre et carré- Ordre et racine carrée. |
| | **Cours**<br>• Comparaison de deux nombres réels;<br>• Ordre et opérations;<br>- Ordre et addition- ordre et soustraction :<br>- Ordre et multiplication :<br>• Ordre et inverse- ordre et carré- ordre et racine carrée;<br>- Ordre et inverse :<br>- Ordre et carré :<br>- Ordre et racine carrée :<br>• Encadrement. |
| | **Pour comprendre**<br>• Comparaison de deux nombres réels;<br>• Ordre et opérations;<br>• Ordre et Carré; Ordre et racine carrée;<br>• Valeurs approchées et encadrement. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

PDF Compressor Free Version

### • Côté historique et/ ou culturel

Une relation d'ordre dans un ensemble est une relation biniaire dans cet ensemble qui permet de comparer ses éléments entre eux de manière cohérante.

Un ensemble muni d'une relation d'ordre est un ensemble ordonné.

Vue, l'importance de cette notion, la revue «A journal on the theory of ordered sets and its Application» est une revue scientifique, dont le thème est la relation d'ordre et ses applications, publiée par Springer. Science + Business Media, elle a été crée en 1984 par le professeur de mathématiques de l'université de calgary Ivan Rival, et cette revue est classée parmi les premières revues mathématiques.

### • Côté pédagogique

L'objectif de ce chapitre est la maîtrise des propriétés de l'ordre et ses relations avec les opérations sur les nombres réels, ainsi ce chapitre est une occasion qui permet aux élèves d'encadrer les résultats obtenus, en résolvant des problèmes algébriques et/ ou géométriques, aussi il est important de ne pas exagèrer d'encadrer des résultats sans objectifs.

Il ne faut pas oublier que la notion d'ordre et opérations est omniprésente dans les calculs et la résolution des problèmes aussi.

Il est important de signaler que la multiplication et la division des membres d'une inégalité par un nombre strictement négatif, necessite plus d'attention.

## Partie 2: Gestion des activités

PDF Compressor Free Version

- **Déroulement :**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- **Traitement:**

| **Activité 1 :** Comparaison de deux nombres | |
|---|---|
| Objectif | Situation-problème |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | La hauteur $h$ du triangle $ABC$ issue de $A$ est la même pour les deux triangles $ABI$ et $ACI$<br>donc: $\mathcal{A}_{ABI} = \frac{BI \times h}{2}$ et $\mathcal{A}_{ACI} = \frac{CI \times h}{2}$<br>puisque $BI = CI$ car alors $\mathcal{A}_{ABI} = \mathcal{A}_{ACI}$ |
| **Activité 2 :** Comparaison de deux nombres | |
| Objectif | Comparer deux nombres |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) $10^{-3} < 0,1$ ; $x - y > 0$ b) $\frac{16}{7} > \frac{15}{7}$ ; $x - y > 0$<br>c) $\frac{10^3}{9} > \frac{10^3}{11}$ ; $x - y > 0$ d) $\sqrt{5} > \sqrt{5} - 1$ ; $x - y > 0$<br>2) a) $x > y$ b) $x < y$<br>c) $x < y$ d) $x > y$ |
| **Activité 3 :** Ordre et opérations | |
| Objectif | Montrer les propriétés de l'ordre et opérations |
| Type de Travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) $a + c \leq b + c$, en utilisant la différence<br>2) $a - c \leq b - c$, en utilisant la différence. |
| **Activité 4 :** Ordre et multiplication - Ordre et inverse | |
| Objectif | Montrer les propriétés de l'ordre et la multiplication- et l'ordre et l'inverse |
| Type de travail | Individuel |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Solution proposée | 1) On a : $ac - bc = c(a-b)$<br>• Si $a \leq b$ alors : $a - b \leq 0$ ;<br>d'où : $c(a-b) \leq 0$ dans le cas où $c > 0$<br>et $c(a-b) \geq 0$ dans le cas où $c < 0$<br>• Si $a \geq b$ alors : $a - b \geq 0$ ;<br>d'où : $c(a-b) \geq 0$ dans le cas où $c > 0$<br>et $c(a-b) \leq 0$ dans le cas où $c < 0$<br>2) Soit $a$ et $b$ deux nombres strictement positifs tels que : $a < b$ ;<br>on montre que : $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ on pourra étudier le signe de $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$. |
| **Activité 5 :** Ordre et carré - Ordre et racine carrée. | |
| Objectif | Ordre et carré- Ordre et racine carrée |
| Type de travail | Individuel ou par petits groupes |
| Solution proposée | 1) $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ ; comme $a$ et $b$ sont positifs alors $a^2 - b^2$ et $a - b$ ont le même signe.<br>2) $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ; comme $\sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$ alors : $a - b$ et $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ ont le même signe.<br>3) $a < b$ signe que $a - b < 0$ ; d'où : $a^2 - b^2 < 0$ ; ainsi : $a^2 < b^2$ d'après la question précédente. |

## Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

PDF Compressor Free Version

**Exercice 1:**

Comparons $a$ et $b$:

1) On a : $a = -2$ et $b = \sqrt{0,01}$

$a$ est négatif et $b$ est positif.

Donc : $a < b$

2) On a : $a > 0$ et $b < 0$

Donc : $b < a$

3) On a : $a < 0$ et $b > 0$

Donc : $a < b$

4) On a : $a > 0$ et $b < 0$

Donc : $a > b$

**Exercice 2:**

Comparons $a$ et $b$:

1) On a : $a = \frac{215}{325}$ donc : $a < 1$

$(215 < 325)$

et $b = \frac{147}{5}$ donc : $b > 1$

$(147 > 5)$

D'où : $a < b$

2) On a : $a = 1$ et $b = \sqrt{7}$

Donc : $a < b$

3) On a : $a = \frac{145}{27}$ et $b = \frac{145}{28}$

et puis que : $27 < 28$

Donc : $a > b$

4) On a : $a = \frac{215}{13}$ et $b = \frac{102}{13}$

et comme : $102 < 215$

Donc : $a > b$

**Exercice 3:**

1) Dans le cas où $a = 2\sqrt{3}$ et $b = 3\sqrt{2}$

Méthode 1:

on étudie le signe de $a - b$

$$a - b = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = \frac{-6}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}$$

Puisque : $\frac{-6}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} < 0$; alors :

$a < b$

Méthode 2:

$$a = 2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$b = 3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18}$$

Puisque $12 < 18$; alors : $\sqrt{12} < \sqrt{18}$ (si vous avez fait la propriété 5)

d'où : $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$

Méthode 3:

$a^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$ et $b^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$

Puisque $12 < 18$

Alors : $a^2 < b^2$ ($a$ et $b$ sont positifs).

D'où : $a < b$ (si vous avez fait la propriété 4)

2) $4\sqrt{7} > 3\sqrt{8}$

3) $1 - \sqrt{3} < 2 - \sqrt{3}$

4) $\frac{\pi}{\sqrt{2}} > \frac{\pi - 1}{\sqrt{2}}$

**Exercice 6:**

Soit $A < 0$

Comparons $a$ et $b$:

1) $a = \frac{2}{3} - A$ et $b = \frac{3}{4} - A$

On a : $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$

Donc : $\frac{2}{3} - A < \frac{3}{4} - A$

D'où : $a < b$

2) $a = \frac{5}{3}A - \sqrt{2}$ et $b = \frac{7A}{2} - \sqrt{2}$

PDF Compressor Free Version

On a : $\frac{5}{3} < \frac{7}{2}$ signifie que : $\frac{5}{3}A > \frac{7}{2}A$

signifie que :

$\frac{5}{3}A - \sqrt{2} > \frac{7}{2}A - \sqrt{2}$

Donc : $a > b$

3) $a = \frac{A}{-2}$ et $b = \frac{A}{-3}$

On a : $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

signifie que : $\frac{1}{-3} > \frac{1}{-2}$

Donc : $\frac{A}{-3} < \frac{A}{-2}$

C'est-à-dire : $b < a$

**Exercice 7:**

a) $4s < 4t$

b) $\frac{s}{2} \leq \frac{t}{2}$

c) $-\sqrt{5}s \geq -\sqrt{5}t$

d) $\frac{s}{\sqrt{7}} \leq \frac{t}{\sqrt{7}}$

**Exercice 8:**

a) $\sqrt{7}x < \sqrt{7}y$

b) $\frac{x}{\sqrt{8}} < \frac{y}{\sqrt{8}}$

c) $1 - \sqrt{3}x > 1 - \sqrt{3}y$

d) $\frac{-2x}{\sqrt{2}} + 1 > \frac{-2y}{\sqrt{2}} + 1$

**Exercice 10:**

a) Ecriture scientifique des nombres $A$, $B$ et $C$ :

$A = 0,0002453 = 2,453 \times 10^{-4}$

$B = 2700058 = 2,700058 \times 10^{6}$

$C = 0,01895 = 1,895 \times 10^{-2}$

**Exercice 11:**

$a$ et $b$ deux réels tels que : $a < -3$ et $b > 3$

- $a + 3$ :

On a : $a < -3$ signifie que :

$a + 3 < -3 + 3$

Donc : $a + 3 < 0$

- $a - 5$ :

On a : $a < -3$ signifie que :

$a - 5 < -3 - 5$

Donc : $a - 5 < -8$

- $2b$ :

On a : $b > 3$ donc : $2b > 6$

- $\frac{b}{\sqrt{3}}$ :

On a : $b > 3$ donc : $\frac{b}{\sqrt{3}} > \frac{3}{\sqrt{3}}$

C'est-à-dire : $\frac{b}{\sqrt{3}} > \sqrt{3}$

**Exercice 14:**

$\frac{a}{a+1} < 1 < \frac{a+3}{a+1}$

**Exercice 15:**

si $\begin{cases} -2 \leq x \leq -1 \\ 2 \leq y \leq 3 \end{cases}$

alors : $6 \leq 2x + 5y \leq 13$ et

$36 \leq (2x + 5y)^2 \leq 169$

**Exercice 16:**

a) si $x \geq y$ alors : $x + 2 > y + 2$

et

b) si $x \geq y$ alors : $\sqrt{2}x + 3 \geq \sqrt{2}y + 3$

**Exercice 17:**

On a : $1 \leq a \leq \sqrt{5}$ et $-3 \leq b \leq -1$

a) $-2 \leq a + b \leq \sqrt{5} - 1$

$2 \leq a - b \leq 3 + \sqrt{5}$

$5 \leq 3a - 2b \leq 6 + 3\sqrt{5}$

b) $1 \leq a^2 \leq 5$ ; $1 \leq b^2 \leq 9$

$6 \leq a^2 - 3b^2 + 2 \leq 16$

PDF Compressor Free Version

**Exercice 19:**

Il faut avoir $0 < \frac{a\sqrt{2}}{2} < 2\sqrt{2}$ ce qui signifie que : $0 < a < 4$

**Exercice 20:**

1) $E - F = (x-2-(x-1))(x-2+(x-1))$

$= (x-2-x+1)(x-2+x-1)$

$= -1(2x-3)$

$= 3-2x$

Puisque : $x \geq 2$ ; alors : $2x \geq 4$

d'où : $-2x \leq -4$

$-2x+3 \leq -1$

et puisque : $-1 < 0$

alors : $E - F < 0$

d'où : $E < F$

Autre méthode :

$E - F = (x-2)^2 - (x-1)^2$

$= (x^2 - 4x + 4) - (x^2 - 2x + 1)$

$= 3 - 2x$

et on obtient le même résultat que la méthode précédente.

**Exercice 21:**

1) On a : $x - 2 \leq \frac{1}{3}$

Montrons que : $x - 1 \leq \frac{4}{3}$

On a : $x - 2 \leq \frac{1}{3}$ donc :

$x - 2 + 1 \leq \frac{1}{3} + 1$

D'où : $x - 1 \leq \frac{4}{3}$

2) On a : $a \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$

Montrons que : $3a - \sqrt{3} - 1 \geq -2$

On a : $a \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$ signifie que : $3a \geq \frac{3\sqrt{3}}{3}$

signifie que :

$3a - \sqrt{3} \geq \sqrt{3} - \sqrt{3}$

signifie que :

$3a - \sqrt{3} \geq 0$

signifie que :

$3a - \sqrt{3} - 1 \geq -1$ et $-1 \geq -2$

Donc : $3a - \sqrt{3} - 1 \geq -2$

3) On a : $a \leq b$

Montrons que : $a \leq \frac{a+b}{2} \leq b$

On a : $a \leq b$ donc : $a + b \leq 2b$

D'où : $\frac{a+b}{2} \leq \frac{2b}{2}$

C'est-à-dire : $\frac{a+b}{2} \leq b$

et on a : $a \leq b$ on a : $a + a \leq a + b$

Donc : $2a \leq a + b$

D'où : $a \leq \frac{a+b}{2}$

Ainsi : $a \leq \frac{a+b}{2} \leq b$

**Exercice 25:**

On a : $x = \sqrt{5} - 2$ et $y = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

1) • On a : $(\sqrt{5})^2 = 5$ et $(2)^2 = 4$

Donc : $(\sqrt{5})^2 > (2)^2$

D'où : $\sqrt{5} > 2$

C'est-à-dire : $\sqrt{5} - 2 > 0$

• On a : $y > 0$ car $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} \geq 0$

2) Comparons $x$ et $y$ :

On a : $x^2 = (\sqrt{5} - 2)^2$

$= (\sqrt{5})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{5} + (2)^2$

$= 9 - 4\sqrt{5}$

et $y^2 = (9 - 4\sqrt{5})^2 = 9 - 4\sqrt{5}$

Donc : $x^2 = y^2$ d'où : $x = y$

PDF Compressor Free Version

**Exercice 27:**

$a$ et $b$ sont des réels strictement positifs.

1) On a : $2\sqrt{ab} > 0$

d'où : $a + b + 2\sqrt{a}\sqrt{b} > a + b$

ainsi : $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > a + b$

d'où : $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$

(les nombres sont strictement positifs).

**Autre méthode :**

Pour comparer deux nombres positifs on peut comparer leurs carrés.

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 - (\sqrt{a+b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab} - (a+b)$$
$$= 2\sqrt{ab}$$

Puisque : $2\sqrt{ab} > 0$ alors :

$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$

d'où : $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$

2) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{ab}$

$$= \frac{(a-b)^2}{ab}$$

$a > 0$ ; $b > 0$ ; donc : $\frac{(a-b)^2}{ab} \geq 0$

Ainsi : $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 \geq 0$

**Autre méthode:**

On sait que : $\left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2 \geq 0$

signifie que : $\frac{a}{b} - 2\sqrt{\frac{a}{b}}\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{b}{a} \geq 0$

c'est-à-dire : $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2\sqrt{\frac{a}{b}.\frac{b}{a}} \geq 0$

Ainsi : $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 \geq 0$

**Exercice 29:**

1) Soit $-x > 0$ ; on a :

$$x + \frac{1}{x} - 2 = \frac{x^2 + 1 - 2x}{x} = \frac{(x-1)^2}{x}$$

Puisque : $(x-1)^2 \geq 0$ et $x > 0$, alors $\frac{(x-1)^2}{x} \geq 0$ ; d'où : $x + \frac{1}{x} \geq 2$

**Méthode 2:**

On sait que : $(x-1)^2 \geq 0$

d'où : $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

donc : $x^2 + 1 \geq 2x$

ainsi : $\frac{x^2+1}{x} \geq \frac{2x}{x}$ $(x > 0)$

d'où : $x + \frac{1}{x} \geq 2$

**Méthode 3:**

On a : $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 \geq 0$

D'où : $x - 2\sqrt{x}.\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \geq 0$

Ainsi : $x + \frac{1}{x} \geq 2$

$$(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1$$
$$= 2 + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$$

$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ ; d'où : $2 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 4$

ainsi : $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$

b) On montre que :

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2}$$

c) En utilisant la question précédente; on a : $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

$\frac{a+b}{2}$ est la moyenne arithmétique de $a$ et $b$.

$\sqrt{ab}$ est la moyenne quadratique des réels positifs $a$ et $b$.

**Exercice 31:**

PDF Compressor Free Version

1) Si $0 \leq x \leq 1$

On a : $0 \leq \sqrt{x} \leq 1$; $\sqrt{x} \times \sqrt{x} \leq 1 \times \sqrt{x}$

Ainsi : $0 \leq x \leq \sqrt{x} \leq 1$ (1)

de même : $x \leq 1$

donc : $x \times x \leq x \times 1$

d'où : $0 \leq x^2 \leq x$ (2)

ainsi : $x^2 \times x \leq x \times x \quad (x \geq 0)$

d'où : $0 \leq x^3 \leq x^2$ (3)

d'après (1); (2) et (3)

si $0 \leq x \leq 1$ alors :

$0 \leq x^3 \leq x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$

**Exercice 33:**

1) On a : $-2 < \dfrac{3a-11}{a-2} < 2$

signifie que :

$-2-3 < \dfrac{3a-11}{a-2} - 3 < 2-3$

signifie que : $-5 < \dfrac{-5}{a-2} < -1$

signifie que : $1 < \dfrac{5}{a-2} < 5$

signifie que : $\dfrac{1}{5} < \dfrac{a-2}{5} < 1$

signifie que : $1 < a-2 < 5$

signifie que : $3 < a < 7$

2) On a : $-2 < \dfrac{2b-3}{b+1} - 5 < 2$

signifie que : $-2+5 < \dfrac{2b-3}{b+1} < 2+5$

signifie que : $3 < \dfrac{2b-3}{b+1} < 7$

signifie que :

$3-2 < \dfrac{2b-3}{b+1} - 2 < 7-2$

signifie que : $1 < \dfrac{-5}{b+1} < 5$

signifie que : $-5 < \dfrac{5}{b+1} < -1$

signifie que : $-1 < \dfrac{b+1}{5} < -\dfrac{1}{5}$

signifie que : $-5 < b+1 < -1$

signifie que : $-6 < b < -2$

**Exercice 37:**

Soit $a$ et $b$ deux réels tels que :

$-\dfrac{1}{2} < b < a$

1) Etudions le signe de $2a+1$ et $2b+1$.

On a : $b > -\dfrac{1}{2}$ signifie que : $2b > -1$

signifie que :

$2b+1 > 0$

On a : $a > -\dfrac{1}{2}$ signifie que : $2a > -1$

signifie que :

$2a+1 > 0$

2) a) $\dfrac{2a+1}{2b+1} - 1 = \dfrac{2a-2b}{2b+1}$

$= \dfrac{2(a-b)}{2b+1}$

On a : $b-a$ donc : $a-b > 0$ et

$2b+1 > 0$

Donc : $\dfrac{2a+1}{2b+1} - 1 > 0$

D'où : $\dfrac{2a+1}{2b+1} > 1$

b) On a : $\dfrac{2b+1}{2b+1}$ est l'inverse de $\dfrac{2a+1}{2b+1}$.

Puisque : $\dfrac{2a+1}{2b+1} > 1$ alors : $\dfrac{2b+1}{2a+1} < 1$

D'où : $\dfrac{2b+1}{2a+1} < 1 < \dfrac{2a+1}{2b+1}$

**Exercice 41:**

Soit $x > 0$ et $y < 0$

On a : $A = \dfrac{9x-4y}{3x-2y}$

Montrons que : $2 < A < 3$

On a : $A-2=\frac{9x-4y}{3x-2y}-2$

PDF Compressor Free Version

$$=\frac{9x-4y-6x+4y}{3x-2y}$$

$$=\frac{3x}{3x-2y}$$

On a : $3x>0$ et $-2y>0$

Donc : $3x-2y>0$ et $3x>0$

D'où : $\frac{3x}{3x-2y}>0$

C'est-à-dire : $A-2>0$

Ainsi : $A>2$

• On a : $3-A=3-\frac{9x-4y}{3x-2y}$

$$=\frac{9x-6y-9x+4y}{3x-2y}$$

$$=\frac{-2y}{3x-2y}>0$$

car $-2y>0$ et $3x-2y>0$

Donc : $A<3$

D'où : $2<A<3$

**Exercice 42:**

Soit $x$ un réel tel que : $\frac{1}{2}<x<1$

On pose : $A=\frac{x}{x+2}$

Montrons que : $\frac{1}{5}<A<\frac{1}{3}$

On a : $A-\frac{1}{5}=\frac{x}{x+2}-\frac{1}{5}$

$$=\frac{5x-x-2}{5(x+2)}$$

$$=\frac{4x-2}{5(x+2)}$$

$$=\frac{x\left(x-\frac{1}{2}\right)}{5(x+2)}>0$$

car $x>\frac{1}{2}$

Donc : $\frac{1}{5}<A$ et $\frac{1}{3}-A=\frac{1}{3}-\frac{x}{x+2}$

$$=\frac{x+2-3x}{3(x+2)}$$

$$=\frac{-2x+2}{3(x+2)}$$

$$=\frac{+2(1-x)}{3(x+2)}>0$$

car $\frac{1}{2}<x<1$

Donc : $A<\frac{1}{3}$

D'où : $\frac{1}{5}<A<\frac{1}{3}$

**Exercice 46:**

1) On a : $2\sqrt{2}\leq 2x+y\leq 4$ et

$\sqrt{2}\leq x-y\leq 2$

Donc : $2\sqrt{2}+\sqrt{2}\leq 2x+y+x-y\leq 6$

signifie que : $3\sqrt{2}\leq 3x\leq 6$

signifie que : $\frac{3\sqrt{2}}{3}\leq\frac{3x}{3}\leq\frac{6}{3}$

Donc : $\sqrt{2}\leq x\leq 2$

2) On a : $\sqrt{2}\leq x-y\leq 2$ et

$\sqrt{2}\leq x\leq 2$

Donc : $-2\leq -x+y\leq -\sqrt{2}$ et

$\sqrt{2}\leq x\leq 2$

Donc : $\sqrt{2}-2\leq y\leq 2-\sqrt{2}$

3) Encadrons : $\frac{x}{y+2+\sqrt{2}}$

On a : $\sqrt{2}-2\leq y\leq 2-\sqrt{2}$

signifie que : $2\sqrt{2}\leq y+2+\sqrt{2}\leq 4$

signifie que : $\frac{1}{4}\leq\frac{1}{y+2+\sqrt{2}}\leq\frac{1}{2\sqrt{2}}$

et on a : $\sqrt{2}\leq x\leq 2$

Donc : $\frac{\sqrt{2}}{4}\leq\frac{x}{y+2+\sqrt{2}}\leq\frac{1}{\sqrt{2}}$

C'est-à-dire : $\frac{\sqrt{2}}{4}\leq\frac{x}{y+2+\sqrt{2}}\leq\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Exercice 47:**

PDF Compressor Free Version

1) On a : $\frac{1}{3} \leq \frac{2z+1}{3} \leq 1$

signifie que : $1 \leq 2z+1 \leq 3$

signifie que : $0 \leq 2z \leq 2$

Donc : $0 \leq z \leq 1$

2) On a : $\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ -3 \leq y \leq -1 \end{cases}$

signifie que : $\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ -6 \leq 2y \leq -2 \end{cases}$

signifie que : $\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 2 \leq -2y \leq 6 \end{cases}$

Donc : $2 \leq x-2y \leq 14$

3) On a : $\begin{cases} 1 \leq t+3 \leq 4 \\ 1 \leq y+4 \leq 3 \\ 1 \leq x+1 \leq 9 \end{cases}$

Donc : $1 \leq (t+3)(y+4)(x+1) \leq 108$

D'où :

$1 \leq \sqrt{(t+3)(y+4)(x+1)} \leq 108$

C'est-à-dire :

$1 \leq \sqrt{(t+3)(y+4)(x+1)} \leq 6\sqrt{3}$

**Exercice 55:**

1) • Comparons les nombres $3\sqrt{5}$ et $4\sqrt{3}$ :

On a : $(3\sqrt{5})^2 = 45$ et $(4\sqrt{3})^2 = 48$

Donc : $3\sqrt{5} < 4\sqrt{3}$

• Déduction :

On a : $3\sqrt{5} < 4\sqrt{3}$

signifie que : $-3\sqrt{5} > -4\sqrt{3}$

Donc : $7-3\sqrt{5} > 7-4\sqrt{3}$

2) a) • Encadrons $a+b$ :

On a : $\begin{cases} 2 \leq a \leq 3 \\ -1 \leq b \leq -1 \end{cases}$

Donc : $-2 \leq a+b \leq 2$

• Encadrons $2a-b$ :

On a : $\begin{cases} 2 \leq a \leq 3 \\ -4 \leq b \leq -1 \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} 4 \leq 2a \leq 6 \\ 1 \leq -b \leq 4 \end{cases}$

D'où : $5 \leq 2a-b \leq 10$

• Encadrons $ab$ :

On a : $\begin{cases} 2 \leq a \leq 3 \\ -4 \leq b \leq -1 \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} 2 \leq a \leq 3 \\ 1 \leq -b \leq 4 \end{cases}$

D'où : $2 \leq -ab \leq 12$

Ainsi : $-12 \leq ab \leq -2$

b) On a : $5 \leq \frac{-3c+1}{2} \leq 8$

signifie que : $10 \leq -3c+1 \leq 16$

signifie que : $9 \leq -3c \leq 15$

signifie que : $-15 \leq 3c \leq -9$

Donc : $-5 \leq c \leq -3$

**Exercice 56:**

Soit $x$ un réel tel que : $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

1) a) Encadrons $-2x-1$ et $4x^2$ :

• On a : $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ donc :

$-2 \leq -2x \leq -1$

D'où : $-3 \leq -2x-1 \leq -2$

• On a : $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ donc : $\frac{1}{4} \leq x^2 \leq 1$

D'où : $1 \leq 4x^2 \leq 4$

b) Encadrons $E$ :

On a : $\begin{cases} 1 \leq 4x^2 \leq 4 \\ -3 \leq -2x-1 \leq -2 \end{cases}$

Donc : $1-3 \leq 4x^2-2x-1 \leq 4-2$

D'où : $-2 \leq E \leq 2$

PDF Compressor Free Version

2) a) On a :

$$\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}=(2x^2)-2(2x)\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$$
$$=4x^2-2x+\frac{1}{4}-\frac{5}{4}$$
$$=4x^2-2x-1=E$$

b) Déduction :

On a : $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

signifie que : $1 \leq 2x \leq 2$

signifie que : $\frac{1}{2} \leq 2x-\frac{1}{2} \leq \frac{3}{2}$

signifie que : $\frac{1}{4} \leq \left(2x-\frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4}$

signifie que :

$$\frac{1}{4}-\frac{5}{4} \leq \left(2x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4} \leq \frac{9}{4}-\frac{5}{4}$$

Donc : $-1 \leq E \leq 1$

**Exercice 58:**

Soit $x$ un réel tel que : $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

1) Encadrons $\frac{1}{2x+3}$ :

On a : $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ signifie que :

$-1 \leq 2x \leq 2$

signifie que :

$2 \leq 2x+3 \leq 5$

Donc : $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{2x+3} \leq \frac{1}{2}$

2) On pose : $A = 4x^2+20x+16$

a) • Encadrons $4(x+2)^2$ :

On a : $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

Donc : $\frac{3}{2} \leq x+2 \leq 3$

D'où : $\frac{9}{4} \leq (x+2)^2 \leq 9$

Ainsi : $9 \leq 4(x+2)^2 \leq 36$

• Encadrons $4x$ :

On a : $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

Donc : $-2 \leq 4x \leq 4$

• Déduction :

On a : $A = 4x^2+16x+16+4x$
$= 4(x^2+4x+4)+4x$
$= 4(x+2)^2+4x$

Donc : $7 \leq A \leq 40$

c) • Vérification :

$$4(x+1)(x+4)=4(x^2+4x+x+4)$$
$$=4(x^2+5x+4)$$
$$=4x^2+20x+16=A$$

• Déduction :

On a : $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

Donc : $\frac{1}{2} \leq x+1 \leq 2$ et

$\frac{7}{2} \leq x+4 \leq 5$

D'où : $7 \leq 4(x+1)(x+4) \leq 40$

Ainsi : $A > 0$

4 Chapitre

# THÉORÈME DE THALÈS

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Connaître le théorème de Thalès direct;<br>• Connaître le théorème réciproque de Thalès;<br>• Savoir utiliser le théorème de Thalès et sa réciproque pour résoudre des problèmes. |
| **Pré-requis** | • Théorème de Thalès direct;<br>• Proportionnalité; équations (quelques types);<br>• Les droites remarquables dans un triangle. |
| **Contenu** | • Théorème de Thalès;<br>• Réciproque du théorème de Thalès. |
| **Prolongement** | • Trigonométrie (au lycée);<br>• Triangles isométriques et triangles semblables;<br>• Équations;<br>• Vecteurs et translation;<br>• Système de deux équations à deux inconnues;<br>• Équation de droite;<br>• Fonctions linéaires et fonctions affines;<br>• Géométrie dans l'espace;<br>• Homothétie (au lycée);<br>• Optique en physique;<br>• Activités numériques et /ou géométriques. |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Matériel de géométrie;<br>• Compas; Equerre; Règle;<br>• logiciel (par exemple Geo Gebra...) |

PDF Compressor Free Version

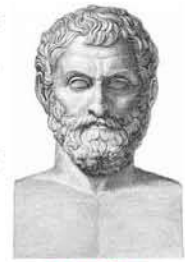
| | |
|---|---|
| Plan de la leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Théorème de Thalès<br>• **Activité 2:** Réciproque du Théorème de Thalès |
| | **Cours**<br>• Théorème de Thalès;<br>• Réciproque du théorème de Thalès. |
| | **Pour comprendre**<br>• Appliquer le théorème de Thalès;<br>• Prouver que deux droites ne sont pas parallèles;<br>• Appliquer le théorème réciproque de Thalès. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

**• Côté historique et/ou culturel :**

Thalès de Milet né aux alentours de-625 à Milet en Turquie a vécu pendant 78 ans.

A l'origine il était marchand, il devint mathématicien, physicien et philosophe. Il est l'un des premiers à introduire le raisonnement logique et déductif en géométrie, on lui doit la démonstration de la propriété: tout angle inscrit dans un demi-cercle est droit. En physique il découvrit que l'ambre une fois frotté est capable d'attirer les corps légers.


Thalès

Thalès séjourne longuement en Egypte d'où il aurait rapporté sa science de la géométrie.

On prête à Thalès d'avoir mesuré la hauteur de la grande pyramide d'Egypte et d'avoir prédit l'éclipse solaire de-585.

• **Côté pédagogique :**

PDF Compressor Free Version

Ce chapitre représente un prolongement logique et naturel de ce que l'élève a étudié dans les niveaux antérieurs à savoir :

- La droite des milieux dans un triangle
- La proportionnalité
- Le partage d'un segment donné en segments de même longueur.
- Le théorème de Thalès appliqué dans un triangle sur des situations ne faisant intervenir que les nombres rationnels.

Dans ce chapitre, le théorème de Thalès sera traité uniquement dans un triangle tout en faisant intervenir toutes les situations possibles comme :

- La droite parallèle au côté $(BC)$ dans le triangle $ABC$ qui coupe les segments $[AB]$ et $[AC]$.
- La droite parallèle au côté $(BC)$ dans le triangle $ABC$ qui coupe les demi-droites $[AB)$ et $[AC)$ à l'extérieur du triangle.

Pour la réciproque du théorème de Thalès, on propose un raisonnement déductif pour la démonstration.

On souligne que les applications du théorème de Thalès ainsi que sa réciproque sont diversifiées et on cite parmi d'autres :

- Calcul des longueurs
- Prouver le parallélisme de deux droites
- Prouver l'alignement de points
- Calcul de la quatrième proportionnelle
- Prouver des relations sur des longueurs.

## Partie 2: Gestion des activités

• **Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

• **Traitement:**

PDF Compressor Free Version

| **Activité 1 :** Théorème de Thalès | |
|---|---|
| Objectif | Utiliser le théorème de Thalès (vu en 2AC) dans une situation-problème. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 3) Le quadrilatère $MNHO$ est un parallélogramme (car les diagonales $[MH]$ et $[NO]$ ont le même milieu $C$ ).<br>4) Utiliser le théorème de Thalès dans le triangle $CAF$ où $(MN) \mathbin{/\!/} (AF)$<br>on obtient $\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CF} = \frac{MN}{AF}$ (1)<br>b) Remplacer dans l'égalité (1) les distances $CM$ , $CN$ et $MN$ respectivement par $CH$ , $CO$ et $OH$ .<br>On obtient $\frac{CH}{CA} = \frac{CO}{CF} = \frac{OH}{AF}$ (2)<br>5) Puisque $CA = 1,4$ , $CH = 08$ et $OH = 1,7$ , alors de (2) on déduit que $\frac{0,8}{1,4} = \frac{1,7}{AF}$ , d'où $AF = \frac{17 \times 14}{8} = 2,97\text{m}$ |
| **Activité 2 :** Réciproque du Théorème de Thalès | |
| Objectif | Démontrer le théorème réciproque de Thalès. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) Utiliser le théorème de Thalès dans le triangle $ABC$ où $(BC) \mathbin{/\!/} (MF)$<br>on obtient $\frac{AM}{AB} = \frac{AF}{AC}$<br>b) Puisque $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$<br>alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{AF}{BC}$<br>d'où $AF = AN$<br>et puisque $F \in [AC]$ et $N \in [AC]$ , alors $N = F$<br>2) On a : $(BC) \mathbin{/\!/} (MF)$ et puisque $N = F$ alors $(BC) \mathbin{/\!/} (MN)$ |

PDF Compressor Free Version

**Exercice 21:**

1) • Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle $ABC$ : $(MN)//(BC)$

$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ donc : $\frac{10}{15}=\frac{12}{AC}$

D'où : $AC=\frac{12\times 15}{10}=18$

• Appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle $AMD$ :

$AM^2=AD^2+DM^2$

donc :

$DM^2=AM^2-AD^2=100-64=36$

D'où : $MD=6$

2) $\frac{AM}{AB}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$ et $\frac{AD}{AN}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$

Donc : $\frac{AM}{AB}=\frac{AD}{AN}$

3) a) Appliquer la réciproque du théorème de Thalès.

b) $\begin{cases}(MD)//(BN)\\(MD)//(AN)\end{cases}$

donc : $(BN)\perp(AN)$

D'où : $N$ est le projeté orthogonal de $B$ sur $(AC)$.

**Exercice 22:**

1) Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle $MEF$, on a : $(AC)//(EF)$

$\frac{MA}{ME}=\frac{MC}{MF}=\frac{AC}{EF}$ donc :

$\frac{55}{ME}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$

C'est-à-dire : $ME=110$

2) $AB=ME-(AM+BE)=110-(55+6)=49$

**Exercice 24:**

1) Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle $AIC$, on a : $\frac{AF}{AI}=\frac{AE}{AC}$

2) Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle $ABE$, on a : $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AE}$

3) $\frac{AF}{AI}=\frac{AE}{AC}$ signifie que : $\frac{AF}{AE}=\frac{AI}{AC}$

et on a : $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AE}$ et $AB=AC$

donc : $\frac{AF}{AE}=\frac{AJ}{AE}$ d'où : $AF=AJ$

C'est-à-dire le triangle $AFJ$ est isocèle.

**Exercice 25:**

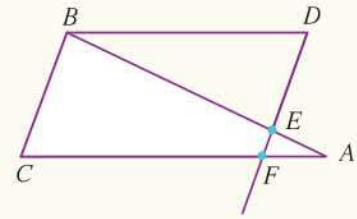
1)

2) a) Pour comparer $\frac{BE}{BC}$ et $\frac{BM}{BD}$, utiliser le théorème de Thalès dans le triangle $BCD$ avec $(ME)//(BC)$.

b) Pour comparer $\frac{BM}{BM}$ et $\frac{BF}{BA}$, utiliser le théorème de Thalès dans le triangle $ABD$ avec $(MF)//(AD)$.

3) On conclut que : $\frac{BE}{BC}=\frac{BF}{BA}$ puis on applique la réciproque du théorème de Thalès.

**Exercice 26:**




2) a)

b) Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle $ABC$ avec $(EF)//(BC)$

$\frac{EF}{BC}=\frac{AF}{AC}=\frac{AE}{AB}$ donc : $\frac{AF}{8}=\frac{1,5}{6}$

C'est-à-dire : $AF=\frac{8\times 1,5}{6}=2$

et on a : $\frac{EF}{4}=\frac{2}{8}$ c'est-à-dire : $EF=1$

c) Appliquer la réciproque du théorème de Thalès :

On a : $\frac{EF}{ED} = \frac{1}{3}$

PDF Compressor Free Version

et $\frac{EA}{EB} = \frac{1,5}{6-1,5} = \frac{1,5}{4,5} = \frac{1}{3}$

Donc : $\frac{EF}{ED} = \frac{EA}{EB}$, par suite :

$(BD)//(AF)$

d) Appliquer le théorème de Thalès :

$\frac{EA}{EB} = \frac{AF}{BD}$ donc : $\frac{1,5}{4,5} = \frac{1}{BD}$

C'est-à-dire : $BD = \frac{4,5}{1,5} = 3$

**Exercice 28:**

1) Appliquer le théorème de Thalès :

$\frac{IA}{IC} = \frac{IB}{ID} = \frac{AB}{CD}$

On a: $\frac{IA}{IC} = \frac{3}{5}$

Donc : $\frac{IB}{ID} = \frac{3}{5}$ c'est-à-dire : $\frac{2}{ID} = \frac{3}{5}$

donc : $ID = \frac{10}{3}$

et on a : $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{5}$ c'est-à-dire : $\frac{4}{CD} = \frac{3}{5}$

donc : $CD = \frac{20}{3}$

2) On a : $AF = 4$ et $AI = 3$ donc : $IF = 1$

et $BE = \frac{8}{3}$ et $BI = 2$ donc : $IE = \frac{2}{3}$

Donc : $\frac{IE}{IB} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{3}$ et $\frac{IF}{IA} = \frac{1}{3}$

D'où : $\frac{IE}{IB} = \frac{IF}{IA}$ par suite : $(EF)//(AB)$

D'après la réciproque du théorème de Thalès.

b) On a: $\frac{IE}{IB} = \frac{IF}{IA} = \frac{EF}{AB} = \frac{1}{3}$

Donc : $EF = \frac{1}{3} \times AB = \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3}$

**Exercice 38:**

Appliquer le théorème de Thalès au triangle $ABC$ avec : $(AC)//(DH)$ d'après la figure.

On a : $\frac{BD}{Bc} = \frac{BH}{BA} = \frac{DH}{AC} = \frac{150}{200} = \frac{3}{4}$

Donc :

$BD = \frac{3}{4} \times BC = \frac{3}{4} \times 1200 = 900m$

**Exercice 39:**

- $[AB]$ est un diamètre dans le cercle $(\mathscr{C}_1)$ et $D \in (\mathscr{C}_1)$

donc: $ABD$ est un triangle rectangle en $D$.

D'où : $(AD) \perp (DE)$

- De même dans le cercle $(\mathscr{C}_2)$, on a : $(CE) \perp (DE)$

Donc : $(Ad)//(CE)$

- Appliquer le théorème de Thalès :

$\frac{BC}{BA} = \frac{CE}{AD}$ donc :

$CE = \frac{BC}{BA} \times AD = \frac{3,5 \times 2,5}{4,5} = 1,94$

**Exercice 40:**

- Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle $ACF$ pour calculer $AC$

on a : $(BE)//(CF)$

$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF}$ donc :

$AC = \frac{AB \times AF}{AE} = \frac{2,5 \times 5}{3} = \frac{25}{6}$

Puis : Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle $AFD$ pour calculer $AD$

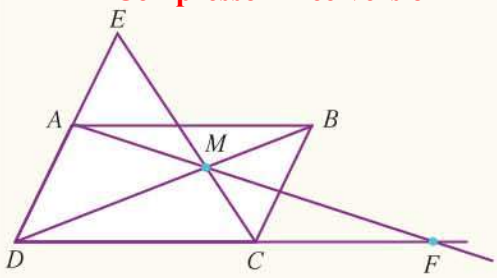
on a : $(CE)//(DF)$

$\frac{AC}{AD} = \frac{AE}{AF}$ donc :

$AD = \frac{AC \times AF}{AE} = \frac{125}{18} \simeq 6,94$

**Exercice 41:**

PDF Compressor Free Version




1) • On a : $(AB)//(DF)$ donc en appliquant le théorème de Thalès,

on a : $\frac{MA}{MF} = \frac{MB}{MD}$ (1)

• On a : $(BC)//(DE)$ donc en appliquant le théorème de Thalès,

on a : $\frac{MB}{MD} = \frac{MC}{ME}$ (2)

2) De (1) et (2), on a : $\frac{MA}{MF} = \frac{MC}{ME}$

et appliquer la réciproque du théorème de Thalès.

**Exercice 42:**

1) $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{5}$ et $\frac{AM}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{5}} = \frac{1}{5}$

Donc : $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$

Puis appliquer la réciproque du théorème de Thalès pour prouver que : $(MN)//(BC)$

2) Appliquer le théorème de Thalès:

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{5}$

donc : $MN = \frac{BC}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

3) • Pour les triangles $AMN$ et $ABC$, appliquer le théorème de Pythagore.

• Pour le triangle $BNC$, tout d'abord, on calcule $BN$ en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle $BMN$.

On a :

$BN^2 = BM^2 + MN^2 = \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 4$

donc : $BN = 2$

• Dans le triangle $BNC$, on a :

$BC^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20$

et $NB^2 + NC^2 = 4 + 16 = 20$

c) On a : $\frac{MI}{MC} = \frac{IJ}{AC}$

$\frac{MI}{IC - MI} = \frac{2,4}{4} = \frac{3}{5}$

$5MI = 3IC - 3MI$

$8MI = 3IC$

$MI = \frac{3 \times IC}{8} = \frac{15}{8}$

**Exercice 45:**

1) Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle $BDC$ avec : $(MK)//(DC)$

2) Dans le triangle $DAB$, on a : $(HM)//(AB)$

En appliquant le théorème de Thalès, on a :

$\frac{DH}{DA} = \frac{DM}{DB}$

C'est-à-dire : $-\frac{DH}{DA} = -\frac{DM}{DB}$

C'est-à-dire : $1 - \frac{DH}{DA} = 1 - \frac{DM}{DB}$

C'est-à-dire : $\frac{DA - DH}{DA} = \frac{DB - DM}{DB}$

Donc : $\frac{AH}{DA} = \frac{BM}{BD}$

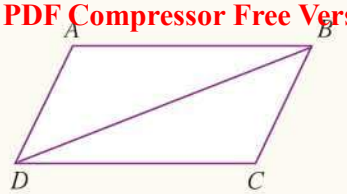
3) Des deux questions précédentes, on déduit que :

$\frac{BK}{BC} = \frac{AH}{AD}$ c'est-à-dire : $\frac{BK}{6} = \frac{2}{5}$

Donc : $BK = \frac{2}{5} \times 6 = \frac{12}{5} = 2,4$

**Exercice 43:**

PDF Compressor Free Version




**Exercice 44:**

1) On a : $\frac{BJ}{BC} = \frac{5,1}{8,5} = \frac{3}{5}$

et $\frac{BI}{BA} = \frac{4,5}{7,5} = \frac{3}{5}$

Puis appliquer la réciproque du théorème de Thalès dans le triangle $ABC$ pour prouver que : $(IJ)//(AC)$

2) a) $\frac{IJ}{AC} = \frac{3}{5}$ donc :

$IJ = \frac{3}{5} \times AC = \frac{3}{5} \times 4 = \frac{12}{5} = 2,4$

b) On a : $(IJ)//(AC)$ et $(AC) \perp (AI)$

Donc : $(IJ) \perp (AI)$

D'où le triangle $IJB$ est rectangle en $I$.

c) D'après le théorème de Pythagore :

$AJ^2 = IA^2 + IJ^2 = 9 + 5,56 = 14,76$

Donc : $AJ = \sqrt{14,76}$

3) a) Utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle $AIC$ :

$IC^2 = AI^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25$ donc :

$IC = 5$

b) Appliquer le théorème de Thalès :

$\frac{MI}{MC} = \frac{MJ}{MA} = \frac{IJ}{AC}$

**Exercice 46:**

1) $(AB)//(CI)$ et $(BC)$ et $(AI)$ se coupent. En appliquant le théorème de Thalès : $\frac{EA}{EI} = \frac{EB}{EC}$

2) Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle $BCD$ avec : $(EF)//(BD)$

$\frac{CE}{CB} = \frac{CF}{CD}$ donc : $-\frac{CE}{CB} = -\frac{CF}{CD}$

C'est-à-dire : $1 - \frac{CE}{CB} = 1 - \frac{CF}{CD}$

C'est-à-dire : $\frac{CB - CE}{CB} = \frac{CD - CF}{CD}$

Donc : $\frac{EB}{CB} = \frac{DF}{DC}$

3) On a : $(CJ)//(AD)$ et $(AJ)$ et $(CD)$ se coupent en $F$.

Appliquer le théorème de Thalès :

$\frac{FJ}{FA} = \frac{FC}{FD}$

C'est-à-dire : $1 + \frac{FJ}{FA} = 1 + \frac{CF}{FD}$

C'est-à-dire : $\frac{FA + FJ}{FA} = \frac{FD + CF}{FD}$

Donc : $\frac{AJ}{AF} = \frac{DC}{DF}$

C'est-à-dire : $\frac{AF}{AJ} = \frac{DF}{DC}$

4) considérer le triangle $AFI$ et appliquer la réciproque du théorème de Thalès.

Sachant que : $\frac{AF}{AJ} = \frac{AE}{AI}$ (d'après 1)2)3))

5 Chapitre

# THÉORÈME DE PYTHAGORE

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Réactiver les savoirs relatifs au théorème de Pythagore;<br>• Construire des liens entre le domaine géométrique et le domaine arithmétique;<br>• Utiliser le théorème de Phytagore et sa réciproque pour résoudre des problèmes numériques et/ou géométriques. |
| **Pré-requis** | • Triangle rectangle;<br>• Droites remarquables dans le triangle rectangle;<br>• Cercle et cercle inscrit dans un triangle;<br>• Perpendicularisme;<br>• Angles;<br>• Théorème direct de phytagore;<br>• Cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle;<br>• Théorème de Thalès direct et réciproque. |
| **Contenu** | • Théorème de Pythagore;<br>• Réciproque du théorème de Pythagore. |
| **Prolongement** | • Trigonométrie;<br>• Équations et Inéquations;<br>• Repère dans le plan (distance entre deux points);<br>• Géométrie dans l'espace;<br>• Activités numériques et/ou géométriques;<br>• Autres matières, surtout la physique. |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Plan de la leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Théorème de Pythagore<br>• **Activité 2:** Théorème de Pythagore<br>• **Activité 3:** Réciproque du théorème de Pythagore |
| | **Cours**<br>• Théorème de Pythagore;<br>• Réciproque du théorème de Pythagore. |
| | **Pour comprendre**<br>• Utiliser le théorème de Pythagore;<br>• Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore;<br>• Utiliser le théorème de pythagore.. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

**• Côté pédagogique**

Le triangle rectangle est très important dans la géométrie, et on détecte plusieurs propriétés qui sont relevées dans un triangle rectangle comme Pythagore et les rapports trigonométriques

Le cercle circonscrit au triangle rectangle, il est souvent utilisé pour résoudre des problèmes géométriques

L'élève a déjà étudié le théorème de Pythagore direct en classe de la deuxième année.

Dans ce chapitre, on compléte l'étude de ce théorème en proposant sa réciproque.

Pour la démonstration de la réciproque, on a privilégié la méthode qui utilise la symétrie axiale, une notion étudiée par l'élève plusieurs fois auparavant.

On souligne l'importance du théorème de Pythagore dans :

- Le calcul des longueurs
- La démonstration de prouver l'orthogonalité de deux droites
- Le calcul trigonométrique
- Quelques relations métriques.

PDF Compressor Free Version

**• Erreurs et éléments d'analyse**

• Parfois l'élève applique le théorème de pythagore alors que le triangle n'est pas rectangle, c'est une erreur très fréquente;

• Par ailleurs, l'élève applique ce qu'on appelle en didactique «théorème élève» «Le carré de la longueur du côté que l'on cherche est égal à la somme des carrés des longueurs des autres côtés».

## Partie 2: Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos, est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

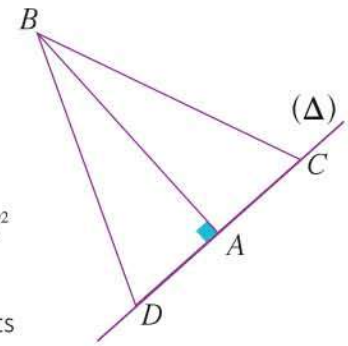
**• Traitement:**

| **Activité 1 :** Théorème de Pythagore | |
|---|---|
| Objectif | Utiliser le théorème de Pythagore dans une situation-problème. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | Soit $M$ le projeté orthogonal du point $B$ sur $(AC)$ et $K$ le projeté orthogonal du point $D$ sur $(AC)$.<br>1) Appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle $ABH$ en $H$.<br>$AB^2 = AH^2 + HB^2 = 16 + 9 = 25$ d'où $AB = 5km$<br>2) a) $L = AB + BC + CD + DE$<br>$BC^2 = HC^2 + HB^2 = 2^2 + 3^2 = 13$ donc : $BC = \sqrt{13}\,km$<br>$CD^2 = CK^2 + KD^2 = 2^2 + 1^2 = 5$ donc : $CD = \sqrt{5}\,km$<br>$ED = 3km$.<br>Donc : $L = 5 + \sqrt{13} + \sqrt{5} + 3 = (8 + \sqrt{13} + \sqrt{5})km$<br>b) $L \simeq 13,84km$ |

| **Activité 2 :** Théorème de Pythagore | |
|---|---|
| Objectif | Démontrer le théorème de Pythagore. |
| Type de travail | Travail collectif dirigé par le professeur. |
| Solution proposée | 1) On a : $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{a \times b}{2}$ ; $\mathcal{A}_{ADE} = \frac{a \times b}{2}$ et $\mathcal{A}_{ABE} = \frac{c^2}{2}$<br>2) $\mathcal{A}_{BCDE} = \frac{(DE + BC) \times CD}{2} = \frac{(a+b)(a+b)}{2} = \frac{(a+b)^2}{2}$<br>3) $\mathcal{A}_{BCDE} = \mathcal{A}_{ABC} + \mathcal{A}_{ADE} + \mathcal{A}_{ABE}$<br>Donc : $\frac{(a+b)^2}{2} = \frac{ab}{2} + \frac{ab}{2} + \frac{c^2}{2}$<br>4) On a : $\frac{(a+b)^2}{2} = \frac{2ab + c^2}{2}$<br>donc : $a^2 + b^2 + 2ab = 2ab + c^2$<br>D'où : $a^2 + b^2 = c^2$ |

PDF Compressor Free Version

| **Activité 3 :** Réciproque du théorème de Pythagore | |
|---|---|
| Objectif | Démontrer la réciproque du théorème de Pythagore. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) et 2) Construction au tableau.<br>3) Puisque $ABD$ est un triangle rectangle en $A$ alors $AD^2 + AB^2 = BD^2$<br>Puis déduire que : $BD = BC$<br>(vient du fait que $AB^2 + AC^2 = BC^2$ et $AD = AC$)<br>4) a) On a : $B$ et $A$ sont équidistants des points $D$ et $C$ ; donc : $(AB)$ est la médiatrice du segment $[DC]$.<br>b) du 3)a) En déduit que : $(AB) \perp (AC)$ d'où $ABC$ est un triangle rectangle en $A$. |



PDF Compressor Free Version

**Exercice 1:**

$ABC$ est un triangle rectangle en $B$.

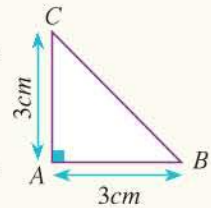
D'après le théorème de Pythagore on a :

$BA^2 + BC^2 = AC^2$

C'est-à-dire : $AC^2 = 64 + 36 = 100$

donc : $AC = \sqrt{100} = 10$

**Exercice 5:**




$ABC$ est un triangle rectangle isocèle en $A$.

1) Construction

2) D'après le théorème de Pythagore.

On a : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

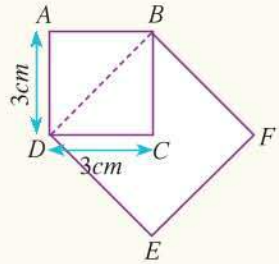
C'est-à-dire : $9 + 9 = BC^2$ donc :

$BC = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

3) L'aire du triangle $ABC$ est :

$\mathcal{A} = \dfrac{AB \times AC}{2} = \dfrac{9}{2} cm^2$

**Exercice 9:**




1) Le triangle $ABD$ est isocèle rectangle en $A$.

D'après le théorème de Pythagore :

On a :

$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 18$

Donc : $BD = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

2) Construisons un carré dont l'aire est égale à $18cm^2$.

D'après la question 1), il suffit de construire un carré de côté $3\sqrt{2}\,cm$ (voir figure).

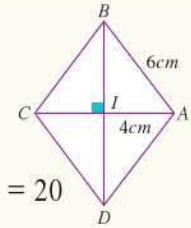
**Exercice 11:**

On prend : $AC = 8cm$

$ABCD$ est un losange donc :

$(AC) \perp (BD)$

D'où : $AIB$ est un triangle rectangle en $I$, d'après le théorème de Pythagore,




on a : $AB^2 = IA^2 + IB^2$

Donc :

$IB^2 = AB^2 - IA^2 = 36 - 16 = 20$

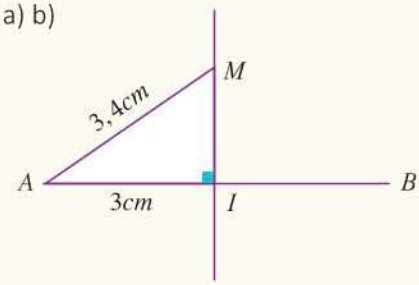
C'est-à-dire :

$IB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ et par suite :

$BD = 2 \times IB = 4\sqrt{5}$

**Exercice 12:**

1) a) b)




2) • $BM = AM = 3,4cm$ car $M$ appartient à la médiatrice du segment $[AB]$.

• Le triangle $AIM$ est rectangle en $I$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AM^2 = IA^2 + IM^2$ donc :

$IM^2 = AM^2 - AI^2 = 2,56$

D'où : $IM = \sqrt{2,56} = 1,6cm$

**Exercice 14:**

• Calculons tout d'abord $AH$ :

$ABCD$ est un parallélogramme donc :

$BC = AD = 5cm$

$DH = DC - HC = AB - HC = 3cm$

Le triangle $ADH$ est rectangle en $H$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AD^2 = AH^2 + DH^2$

Donc :

$AH^2 = AD^2 - DH^2 = 25 - 9 = 16$

D'où : $AH = \sqrt{16} = 4cm$

Par suite, l'aire du parallélogramme $ABCD$ est : $\mathcal{A} = AD \times DC = 4 \times 7 = 28cm^2$

PDF Compressor Free Version

**Exercice 17:**

• Calculons tout d'abord la hauteur $AH$ du triangle $ABC$.

On a : $ABH$ est un triangle rectangle en $H$, d'après le théorème de Pythagore, on a : $AB^2 = BH^2 + AH^2$

Donc : $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 144 - 36$
$= 108$

D'où : $AH = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}\,cm$

Par suite l'aire du triangle $ABC$ est :

$$\mathcal{A} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{6\sqrt{3} \times 14}{2} = 42\sqrt{3}\,cm^2$$

**Exercice 18:**

D'après la figure, les deux triangles $ABC$ et $CDE$ sont rectangles respectivement en $A$ et $E$, donc d'après le théorème de Pythagore, on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ et $CD^2 = EC^2 + ED^2$

C'est-à-dire : $BC^2 = (400)^2 + (300)^2$ et $ED^2 = CD^2 - EC^2 = (1450)^2 - (1000)^2$

Donc : $BC^2 = 250000$

et $ED^2 = 1102500$

D'où: $BC = 500km$ et $ED = 1050km$

Par suite, le trajet parcouru est : $AB + BC + CD + DE = 3300km$

**Exercice 21:**

Soit $H$ le projeté orthogonal de $A$ sur $(DC)$.

On a : $AH = BC = 4cm$ et le triangle $AHD$ est rectangle en $H$, donc d'après le théorème de Pythagore,

on a : $AD^2 = AH^2 + HD^2$

Puisque : $HD = AD - CH$

et $CH = AB$

Alors : $HD = 3cm$

D'où : $AD^2 = 16 + 9 = 25$ par suite : $AD = 5cm$

**Exercice 24:**

1) Le triangle $ADE$ est rectangle en $E$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AD^2 = AE^2 + DE^2 = 36 + 64 = 100$

Donc : $AD = \sqrt{100} = 10cm$

2) Calculons $CD$ :

Le triangle $BCD$ est rectangle en $C$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$BD^2 = BC^2 + CD^2$ donc :

$CD^2 = BD^2 - BC^2$

C'est-à-dire : $CD^2 = 25 - 9 = 16$

D'où : $CD = 4cm$ et par suite :

$AC = AD - CD = 6cm$

Le triangle $ABC$ est rectangle en $C$ donc d'après le théorème de Pythagore :

$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 36 + 9 = 45$

Donc : $AB = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

3) $\mathcal{A}_{ABDE} = \mathcal{A}_{ABD} + \mathcal{A}_{ADE} = \frac{BC \times AD}{2} + \frac{AE \times ED}{2}$

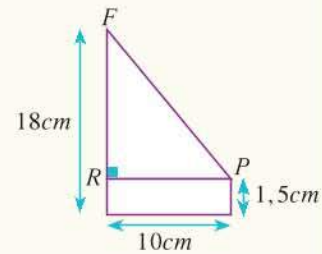
$= \frac{3 \times 10}{2} + \frac{6 \times 8}{2}$

$= 15 + 24 = 39cm^2$

**Exercice 25:**

1) $RF = 18 - 1,5 = 16,5$

2) Le triangle $PFR$ est rectangle en $R$, d'après le théorème de Pythagore,




on a :

$PF^2 = RP^2 + RF^2 = (10)^2 + (16,5)^2 = 372,25$

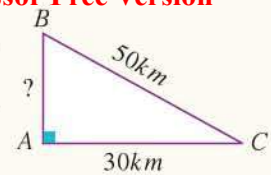
Donc : $PF \simeq 19,29m$

On a : $PF < 25$ donc l'échelle est assez

longue pour atteindre la fenêtre $F$.

PDF Compressor Free Version

**Exercice 26:**




Le triangle $ABC$ est rectangle en $A$.

D'après le théorème de Pythagore, on a : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

donc :

$AB^2 = BC^2 - AC^2 = (50)^2 - (30)^2$

C'est-à-dire : $AB^2 = 1600$

D'où : $AB = 40km$

**Exercice 28:**

1) • Le triangle $MBC$ est rectangle en $B$, d'après le théorème de Pythagore :

$MC^2 = BM^2 + BC^2$

C'est-à-dire :

$BM^2 = MC^2 - BC^2 = (20)^2 - (12)^2 = 256$

Donc : $BM = \sqrt{256} = 16cm$

D'où :

$AM = AB - BM = 25 - 16 = 9cm$

• Le triangle $AMD$ est rectangle en $A$, d'après le théorème de Pythagore :

$DM^2 = AM^2 + AD^2 = 81 + 144 = 225$

Donc : $DM = \sqrt{225} = 15cm$

2) On a : $DC^2 = (25)^2 = 625$ et $MD^2 + MC^2 = 225 + 400 = 625$

Donc : $MD^2 + MC^2 = DC^2$

D'où : le triangle $DMC$ est rectangle en $M$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

**Exercice 29:**

• Le triangle $ADC$ est rectangle en $A$, d'après le théorème de Pythagore, on a : $CD^2 = AD^2 + AC^2$

donc :

$AC^2 = CD^2 - AD^2 = 256 - 121 = 135$

D'où : $AC = \sqrt{135} = 3\sqrt{15}$

• Le triangle $ABC$ est rectangle en $A$, d'après le théorème de Pythagore, on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

donc :

$AB^2 = BC^2 - AC^2 = 576 - 135 = 441$

D'où : $AB = \sqrt{441} = 21cm$

Par suite : $DB = 10cm$

Ainsi : le périmètre du triangle $BCD$ est : $BC + BD + CD = 16 + 24 + 10 = 50cm$

**Exercice 31:**

1) Le triangle $AGD$ est rectangle en $A$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$GD^2 = AG^2 + AD^2 = 4 + 25 = 29$

D'où : $GD = \sqrt{29}$

2) • Soit $H$ le point d'intersection de $(GF)$ et $(DC)$.

Ainsi le triangle $FHC$ est rectangle en $H$. et on a : $FH = 7$ et $CH = 7$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$FC^2 = FH^2 + CH^2 = 49 + 49 = 98$

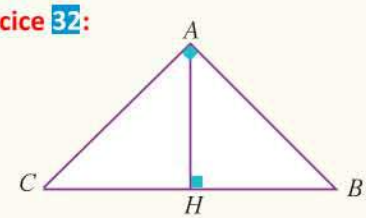
Donc : $FC = 7\sqrt{2}$

3) On a : $GE = 2\sqrt{2}$ (à vérifier)

Donc : $GE^2 + GD^2 = 8 + 29 = 37$ et $ED^2 = 49$

C'est-à-dire : $GE^2 + GD^2 \neq ED^2$ d'où d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle $GED$ n'est pas rectangle en $G$ et par suite les droites $(GE)$ et $(GD)$ ne sont pas perpendiculaires.

**Exercice 32:**



1) Calculons l'aire du triangle $ABC$ de deux façons :

PDF Compressor Free Version

$\mathcal{A} = \dfrac{AB \times AC}{2}$ et $\mathcal{A} = \dfrac{AH \times BC}{2}$

Donc : $\dfrac{AB \times AC}{2} = \dfrac{AH \times BC}{2}$

D'où : $AB \times AC = AH \times BC$

2) Calculons $BC$ :

Le triangle $ABC$ est rectangle en $A$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 24 + 40 = 64$

Donc : $BC = \sqrt{64} = 8$

3) • Calculons $AH$ :

On a : $AB \times AC = AH \times BC$

Donc :

$AH = \dfrac{AB \times AC}{BC} = \dfrac{2\sqrt{6} \times 2\sqrt{10}}{8} = \dfrac{\sqrt{60}}{2} = \sqrt{15}$

• Calculons $CH$ et $BH$ :

Le triangle $ACH$ est rectangle en $H$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AC^2 = CH^2 + AH^2$

C'est-à-dire :

$CH^2 = AC^2 - AH^2 = 40 - 15 = 25$

Donc : $CH = \sqrt{25} = 5$

et par suite :

$BH = BC - CH = 8 - 5 = 3$

**Exercice 33:**

1) Calculons $DE$ :

Le triangle $ADE$ est rectangle en $A$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$DE^2 = AD^2 + AE^2 = 1 + 16 = 17$

Donc : $DE = \sqrt{17}$

2) Calculons $DF$ :

Soit $H$ le point d'intersection des deux droites $(AD)$ et $(GF)$.

On a : $(AH) \perp (FH)$, c'est-à-dire le triangle $FHD$ est rectangle en $H$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$DF^2 = DH^2 + FH^2 = (2)^2 + (4)^2 = 20$

Donc : $DF = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

**Exercice 34:**

Dans la figure, les triangles $ABE$, $CEF$ et $DGH$ sont rectangles respectivement en $B$, $C$ et $D$.

D'après le théorème de Pythagore dans les trois rectangles on a:

1) $AE^2 = AB^2 + BE^2$

$AE^2 = 18 + (3 - \sqrt{3})^2$

$AE^2 = 18 + 12 - 6\sqrt{3}$

$AE^2 = 30 - 6\sqrt{3}$

Donc : $AE = \sqrt{30 - 6\sqrt{3}}$

2) $FE^2 = EC^2 + CF^2$

$FE^2 = (3 - (3 - \sqrt{3}))^2 + 1^2$

$FE^2 = (\sqrt{3})^2 + 1$

$FE^2 = 4$

Donc : $FE = \sqrt{4} = 2$

3) $GH^2 = DG^2 + DH^2$

$GH^2 = (2\sqrt{2})^2 + (3 - 2)^2$

$GH^2 = 8 + 1$

$GH^2 = 9$

Donc : $GH = \sqrt{9} = 3$

D'où le périmètre de $AEFGH$ est :

$AE + EF + FG + GH + HA = \sqrt{30 - 6\sqrt{3}} + 2 + (3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 1) + 3 + 2$

$= \sqrt{30 - 6\sqrt{3}} + \sqrt{2} + 6$

**Exercice 36:**

• Le carré $ABED$ a pour aire $36cm^2$ donc $AB = 6cm$

Le carré $BCGF$ a pour aire $100cm^2$ donc $BC = 10cm$

• Le triangle $ABC$ est rectangle en $A$,

d'après le théorème de Pythagore, on a :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc :

PDF Compressor Free Version

$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 64$

d'où : $AC = \sqrt{64} = 8cm$ et par suite : $CD = 14cm$

• Le triangle $CDE$ est rectangle en $D$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$EC^2 = DE^2 + DC^2 = 36 + 196 = 232$

Donc : $CE = \sqrt{232} = 2\sqrt{58}\,cm$

**Exercice 37:**

Pour que l'étagère soit horizontale, il faut que le triangle $ADC$ soit rectangle en $A$.

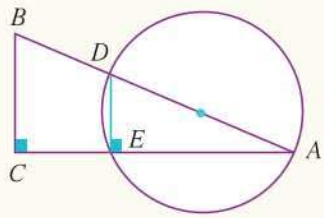
On a : $AC = 24cm$ ; $CD = 30cm$ et $AD = AB - BD = 18cm$

On a : $AD^2 + AC^2 = 324 + 576 = 900$ et $CD^2 = 900$

donc : $CD^2 = AD^2 + AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle $ADC$ est rectangle en $A$, d'où l'étagère est horizontale.

**Exercice 41:**

1)




2) On a : $AB^2 = (10,4)^2 = 108,16$ et $CB^2 + CA^2 = 16 + (9,6)^2 = 108,16$

Donc : $AB^2 = CB^2 + CA^2$, d'où d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle $ABC$ est rectangle en $C$.

3) Puisque $[AD]$ est un diamètre du cercle $(\mathscr{C})$ et le point $E$ appartient au cercle $(\mathscr{C})$ alors le triangle $ADE$ est rectangle en $E$.

4) On a : $(DE) \perp (AC)$ et $(BC) \perp (AC)$ donc : $(DE)//(BC)$

5) Dans le triangle $ABC$, on a : $(DE)//(BC)$, d'après le théorème de Thalès :

$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$ c'est-à-dire : $\frac{AE}{9,6} = \frac{7,8}{10,4}$

Donc : $AE = \frac{7,8 \times 9,6}{10,4} = 7,2cm$

**Exercice 43:**

1) - Soit $H$ le projeté orthogonal de $E$ sur $(BC)$.

Le triangle $CEH$ est rectangle en $H$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$CE^2 = CH^2 + HE^2$

Donc :

$CH^2 = CE^2 - HE^2 = (13)^2 - (5)^2 = 144$

D'où : $CH = \sqrt{144} = 12$

Par suite on a :

$BC = BH + HC = 7 + 12 = 19$

- Le triangle $ABC$ est rectangle en $B$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (7)^2 + (19)^2 = 410$

Donc : $AC = \sqrt{410}$

**Exercice 45:**

1) • Calculons $AE$ :

Le triangle $ABE$ est rectangle en $E$, d'après le théorème de Pythagore :

$AB^2 = AE^2 + BE^2$

Donc :

$AE^2 = AB^2 - BE^2 = (10,4)^2 - (9,6)^2 = 16$

D'où : $AE = \sqrt{16} = 4cm$

PDF Compressor Free Version

• Calculons $AF$ :

On a :

$AF = AE + EF = 4 + 7,2 = 11,2cm$

2) a) $\mathcal{A}_{ABF} = \dfrac{BE \times AF}{2} = \dfrac{9,6 \times 11,2}{2}$

$= 53,76cm^2$

b) $(FH)$ est la hauteur du triangle $ABF$ issue de $F$ où $H$ est le projeté orthogonal de $F$ sur $(AB)$.

Puisque $(DA) \perp (AB)$ et $(FH) \perp (AB)$ et $(DF)//(AB)$

alors : $AHFD$ est un rectangle d'où : $AD = FH$

et on a : $\mathcal{A}_{ABF} = \dfrac{FH \times AB}{2} = 53,76$

Donc :

$FH = \dfrac{53,76 \times 2}{AB} = \dfrac{53,76 \times 2}{10,4} = 10,33$

D'où : $AD = 10,3$

c) On a : $AD = 10,3$ et $AB = 10,4$, donc : $AB \neq AD$

D'où : $ABCD$ n'est pas un carré.

3) Calculons $CF$ :

• Le triangle $ADF$ est rectangle en $D$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AF^2 = AD^2 + DF^2$

Donc :

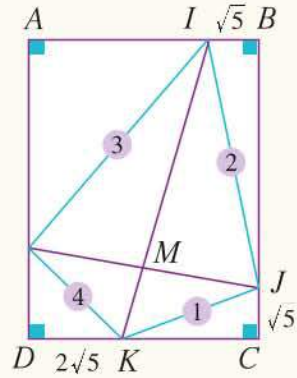
$DF^2 = AF^2 - AD^2 = (11,2)^2 - (10,3)^2 = 19,35$

D'où : $DF = \sqrt{19,35} = 4,39cm$

Par suite :

$CF = DC - DF = 10,4 - 4,39 = 6,01cm$

**Exercice 46:**




**Partie 1:**

- Calculons $KJ$ :

$KJ^2 = JM^2 + MK^2 = 225 + 100 = 325$

Donc : $KJ = \sqrt{325} = 5\sqrt{13}$

- Calculons $KC$ :

$KJ^2 = KC^2 + JC^2$ donc :

$KC^2 = KJ^2 - JC^2 = 325 - 5 = 320$

D'où : $KC = 8\sqrt{5}$

Par suite: $\mathcal{A}_{(1)} = \dfrac{JC \times KC}{2} + \dfrac{MK \times MJ}{2}$

$= \dfrac{\sqrt{5} \times 8\sqrt{5}}{2} + \dfrac{10 \times 15}{2}$

$= 20 + 75 = 95cm^2$

**Partie 2:**

- Calculons $IJ$ :

$IJ^2 = IM^2 + MJ^2 = (20)^2 + (15)^2 = 625$

Donc : $IJ = \sqrt{625} = 25m$

- Calculons $BJ$ :

$IJ^2 = BI^2 + BJ^2$ donc :

$BJ^2 = IJ^2 - BI^2 = 625 - 5 = 620$

D'où : $BJ = 2\sqrt{155}$

Par suite: $\mathcal{A}_{(2)} = \dfrac{IM \times MJ}{2} + \dfrac{IB \times BJ}{2}$

$= \dfrac{20 \times 15}{2} + \dfrac{2\sqrt{155} \times \sqrt{5}}{2}$

$= (150 + 5\sqrt{31})m^2$

De même pour calculer l'aire de la partie (3) et de la partie (2).

6 Chapitre

# TRIGONOMÉTRIE

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Connaître et utiliser les relations entre le cosinus, le sinus et la tangente, d'un angle aigu et les longueurs des côtés d'un triangle rectangle;<br>• Utiliser la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées des rapports trigonométriques d'un angle aigu et réciproquement;<br>• Reconnaître et utiliser des relations entre les lignes trigonométriques;<br>• Utiliser la trigonométrie pour résoudre des problèmes. |
| **Pré-requis** | • Cosinus dans un triangle rectangle;<br>• Triangle rectangle;<br>• Racines carrées<br>• Techniques de calcul sur les réels. |
| **Contenu** | • Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu;<br>• Relations entre les lignes trigonométriques de deux angles complémentaires. |
| **Prolongement** | • Dans d'autres chapitres de ce niveau :<br>• équation de droite (le coefficient directeur = tangente d'un angle)<br>• Au lycée :<br>- Trigonométrie<br>- Fonctions trigonométriques<br>- Produit scalaire<br>- Produit vectoriel<br>- Nombres complexes<br>• Dans d'autres disciplines :<br>- En physique |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Plan de la leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Sinus et tangente d'un angle aigu<br>• **Activité 2:** Relations entre les lignes trigonométriques. |
| | **Cours**<br>• Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu;<br>• Relations entre les lignes trigonométriques de deux angles complémentaires. |
| | **Pour comprendre**<br>• Calculer $\cos$, $\sin$ et $\tan$ d'un angle aigu;<br>• Relations entre les lignes trigonométriques;<br>• Lignes trigonométriques des angles complémentaires. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

**• Côté historique et/ou culturel :**

La contribution arabe

Des avancées scientifiques s'accomplissent cependant en Orient et au moyen-Orient chez les arabes et les indiens jusqu'au XIIIème siècle.

Les arabes traduisent les œuvres grecques, développent de nouvelles méthodes de calculs d'aires et de volumes et font progresser la trigonométrie. Ils étudient de nombreux problèmes de construction.

Abu Arrayhan Muhammad ibn Ahmed al Biruni (973;1048)

Citons notamment Muhammad al Biruni, Muhammad Abu'l-Wafa (940;998) ainsi que les frères Banu Musa (vers 800).

**• Côté pédagogique :**

L'élève a pris connaissance au niveau précédent du cosinus d'un angle aigu dans un

triangle rectangle.

Cette leçon est une étape pour parvenir à considérer le cosinus d'un angle, une notion qui dépend seulement de la mesure de l'angle géométrique et non pas du triangle grâce à l'utilisation du théorème de Thalès.

PDF Compressor Free Version

Dans ce sens, on va élargir le calcul trigonométrique par le calcul du sinus (sin) et de la tangente (tan) d'un angle aigu et les investir dans :

- Le calcul des longueurs
- Le calcul des éléments d'un triangle : côté- hauteur...
- Le calcul des mesures des angles.

En revanche l'utilisation de la calculatrice est très sollicitée dans le calcul des lignes trigonométriques.

Le calcul trigonométrique joue un rôle très important dans la géométrie dans l'espace et sert à calculer les longueurs et les mesures d'angles dans un plan de l'espace.

## Partie 2: Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

**• Traitement:**

| Activité 1 : Sinus et tangente d'un angle aigu | |
|---|---|
| Objectif | Définir sinus et tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle |
| Type de travail | Travail individuel |
| Solution proposée | 1) $\frac{EF}{GH} = \frac{AF}{AH}$ d'après le théorème de Thalès.<br>(Déduction immédiate)<br>2) a) $\frac{HG}{BC} = \frac{AH}{AC}$ (Procéder comme dans la question 1))<br>b) Par transitivité 1) et 2) a) |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| | 3) a) Dans le triangle rectangle $ABC$, $[AB]$ représente le côté adjacent à l'angle $\widehat{A}$, le côté $[BC]$ représente le côté opposé à l'angle $\widehat{A}$.<br>b) • Dans le triangle $AGH$ ; $[AH]$ est l'hypoténuse; $[HG]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{A}$.<br>• Dans $AEF$, $[AF]$ est l'hypoténuse; $[EF]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{A}$.<br>4) • $\frac{AE}{AG} = \frac{EF}{GH}$ donc: $\frac{EF}{AE} = \frac{GH}{AG}$<br>• $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ donc: $\frac{BC}{AB} = \frac{EF}{AE}$<br>D'où: $\frac{EF}{AE} = \frac{HG}{AG} = \frac{BC}{AB}$ |
| **Activité 2 :** Relations entre les lignes trigonométriques | |
| Objectif | Retrouver les relations entre les lignes trigonométriques |
| Type de travail | Travail individuel (Peut se faire aussi en groupe) |
| Solution proposée | 1) $\cos\widehat{B} = \frac{AB}{BC}$, comme $AB > 0$; $BC > 0$ et $AB < BC$<br>alors $\cos\widehat{B} > 0$ et $\cos\widehat{B} < 1$<br>(même remarques pour $\sin\widehat{B}$ )<br>2) Appliquer le théorème de pythagore pour obtenir :<br>$AB^2 + AC^2 = BC^2$ puis tout diviser par $BC^2$<br>(car $BC \neq 0$) et obtenir $\left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = 1$<br>soit $\cos^2(\widehat{B}) + \sin^2(\widehat{B}) = 1$<br>3) $\frac{\sin\widehat{B}}{\cos\widehat{B}} = \frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}} = \frac{AC}{AB} = \tan\widehat{B}$<br>4) $\left.\begin{array}{l}\bullet \cos\widehat{B} = \frac{AB}{BC} \\ \bullet \sin\widehat{C} = \frac{AB}{BC}\end{array}\right\}$ donc $\cos\widehat{B} = \sin\widehat{C}$<br>• $\tan\widehat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\frac{AB}{AC}} = \frac{1}{\tan\widehat{C}}$ |

PDF Compressor Free Version

**Exercice 1:**

- Pour le triangle rectangle $ABC$, l'hypoténuse est $[BC]$;
- Pour l'angle $\widehat{B}$ :

$$\begin{cases} \text{Le côté opposé est } [AC] \\ \text{Le côté adjacent est } [AB] \end{cases}$$

- Pour l'angle $\widehat{C}$ :

$$\begin{cases} \text{Le côté apposé est } [AB] \\ \text{Le côté adjacent est } [AC] \end{cases}$$

**Exercice 2:**

1) Les triangles rectangles de la figure sont :

- $ABC$ rectangle en $C$
- $AHC$ rectangle en $H$
- $BHC$ rectangle en $H$

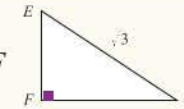
2)

- $[AC]$ est l'hypoténuse du triangle $ACH$
- $[AH]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{C}$ dans le triangle $ACH$ rectangle en $H$
- $[HC]$ est le côté adjacent à l'angle $B\widehat{C}H$ dans le triangle $BCH$ rectangle en $H$
- $[AB]$ est l'hypoténuse du triangle $ABC$
- $[BC]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{A}$ dans le triangle $ABC$ rectangle en $C$
- $[HC]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{B}$ dans le triangle $BHC$ rectangle en $H$

(on peut dire aussi côté opposé à l'angle $\widehat{A}$ dans le triangle $ACH$ rectangle en $H$)

c'est aussi le côté adjacent à l'angle $\widehat{C}$ dans le triangle $AHC$ (ou $BHC$) rectangle en $H$

**Exercice 5:**




$EFG$ est rectangle en $F$

1) $\cos(E\widehat{G}F) = \dfrac{GF}{EG}$

Donc :

$GF = EG \times \cos(E\widehat{G}F) = \sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2) • $\sin(G\widehat{E}F) = \dfrac{FG}{EG} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$

• $\sin(G\widehat{E}F) = \cos(E\widehat{G}F) = \dfrac{1}{2}$

3) • En utilisant le théorème de pythagore,

$EF^2 = EG^2 - GF^2 = 3 - \dfrac{3}{4} = \dfrac{9}{4}$ donc $EF = \dfrac{3}{2}$

• $\tan(G\widehat{E}F) = \dfrac{GF}{EF} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

**Exercice 6:**

1) a) • $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ donc :

$\cos^2 x = 1 - \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$

D'où : $\cos x = \dfrac{1}{2}$ (car $\cos x > 0$)

• $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

b) $x = 60°$

2) a)

• $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \dfrac{4}{9} = \dfrac{5}{9}$

Donc : $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ (car $\sin\alpha > 0$)

• $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

b) $\alpha \simeq 48°$ au degré près

3) a) $1 + \tan^2\theta = 1 + \dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \dfrac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\cos^2\theta}$

$= \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

b) $\theta \simeq 76°$ au degré près

PDF Compressor Free Version

**Exercice 12:**

1) • $\cos\widehat{B} = \frac{AB}{BC}$ donc :

$AB = BC \times \cos\widehat{B} = 10 \times \cos 65° \simeq 4,2$

• $\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BC}$ donc :

$AC = BC \cdot \sin\widehat{B} = 10 \times \sin 65° \simeq 9,1$

2) • $\tan\widehat{C} = \frac{AB}{BC}$ donc :

$AB = BC \times \tan\widehat{C} = 4 \times \tan 80° \simeq 22,7$

• $\cos\widehat{C} = \frac{BC}{AC}$

donc : $AC = \frac{BC}{\cos\widehat{C}} = \frac{4}{\cos 80°} \simeq 23$

3) • $\sin\widehat{A} = \frac{BC}{AB}$

donc: $AB = \frac{BC}{\sin\widehat{A}} = \frac{6}{\sin 75°} \simeq 6,2$

• $\tan\widehat{A} = \frac{BC}{AC}$

donc : $AC = \frac{BC}{\tan\widehat{A}} = \frac{6}{\tan 75°} \simeq 1,6$

**Exercice 15:**

1) $\mathcal{A} = \frac{AB \times CH}{2}$

Dans le triangle $ACH$ rectangle en $H$,

$\sin\widehat{A} = \frac{CH}{AC}$,

donc: $CH = AC \times \sin\widehat{A} = b \times \sin\widehat{A}$

D'où:

$\mathcal{A} = \frac{c \times b \times \sin\widehat{A}}{2} = \frac{1}{2} c \times b \times \sin\widehat{A}$

2) $\mathcal{A} = \frac{AB \times CH}{2}$

Dans le triangle $BCH$ rectangle en $H$,

$\sin\widehat{B} = \frac{CH}{CB}$

donc: $CH = CB \times \sin\widehat{B} = a \times \sin\widehat{B}$

D'où :

$\mathcal{A} = \frac{c \times a \times \sin\widehat{B}}{2} = \frac{1}{2} a \times c \times \sin\widehat{B}$

3) $\frac{1}{2} c \times b \times \sin\widehat{A} = \frac{1}{2} \times a \times c \times \sin\widehat{B}$

Donc: $\sin\widehat{A} = \frac{a \times c \times \sin\widehat{B}}{c \times b} = \frac{a \times \sin\widehat{B}}{b}$

D'où : $\frac{\sin\widehat{A}}{a} = \frac{\sin\widehat{B}}{b}$

**Exercice 17:**

• $A = \cos^2\alpha + 2\cos\alpha \cdot \sin\alpha + \sin^2\alpha - 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha + 3 = 4$

• $B = 2\sin^2\alpha + 2 \times \cos^2\alpha - 7 = -5$

• $C = \frac{\cos^2\alpha - (1 - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha)}{\cos\alpha \cdot (1 + \sin\alpha)}$

$= \frac{\cos^2\alpha - (1 - \sin^2\alpha)}{\cos\alpha(1 + \sin\alpha)} = 0$

• $D = \sin^2\alpha \times \cos^2\alpha + \cos^4\alpha - \cos^2\alpha$

$= \cos^2\alpha(\sin^2\alpha - 1) + \cos^4\alpha$

$= \cos^2\alpha(-\cos^2\alpha) + \cos^4\alpha$

$= -\cos^4\alpha + \cos^4\alpha = 0$

• $E = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha \times \tan^2\alpha$

(car $\frac{1}{1 + \tan^2\alpha} = \cos^2\alpha$)

$= \sin^2\alpha - \cos^2\alpha \times \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$

$= \sin^2\alpha - \sin^2\alpha = 0$

**Exercice 18:**

1) $\frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{1 + \tan^2 x} \times \tan^2 x$

$= \cos^2 x \times \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \sin^2 x$

2) • $\cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x - \sin^2 x)\left(\underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_{=1}\right)$

$= \cos^2 x - \sin^2 x$

$= \cos^2 x - (1 - \cos^2 x)$

$= 2\cos^2 x - 1$

• $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$= (1 - \sin^2 x) - \sin^2 x$

$= 1 - 2\sin^2 x$

D'où le résultat

3) $(1 + \cos x) \times (1 - \cos x) = 1 - \cos^2 x$

$= \sin^2 x$

$= \sin x \times \sin x$

Donc : $1 - \cos x = \sin x \times \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

D'où : $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

4) $(1+\sin x)(1-\sin x) = 1-\sin^2 x$

PDF Compressor Free Version

$= \cos^2 x$

$= \cos x \times \cos x$

Donc : $1-\sin x = \cos x \times \dfrac{\cos x}{1+\sin x}$

D'où : $\dfrac{1-\sin x}{\cos x} = \dfrac{\cos x}{1+\sin x}$

5) $\dfrac{1}{1+\sin x} + \dfrac{1}{1-\sin x} = \dfrac{(1-\sin x)+(1+\sin x)}{(1+\sin x)(1-\sin x)}$

$= \dfrac{2}{1-\sin^2 x}$

$= \dfrac{2}{\cos^2 x}$

$= 2(1+\tan^2 x)$

6) $\dfrac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \dfrac{(\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x)}{\cos^2 x - \sin^2 x} = 1$

**Exercice 19:**

1) Dans le triangle $ABC$ rectangle en $A$, on a :

- $\sin(\widehat{ACB}) = \dfrac{AB}{BC}$

donc: $AB = BC \times \sin(\widehat{ACB})$

$AB = 10 \times \sin(36°) \simeq 6$

- $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (d'après le théorème de pythagore)

Donc:

$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 100 - 36 = 64$

D'où : $AC = \sqrt{64} = 8$

2) Dans le triangle $ACD$, rectangle en $D$, on a : $\sin(\widehat{CAD}) = \dfrac{CD}{AC}$

donc : $CD = AC \times \sin(\widehat{CAD})$

$CD = 8 \times \sin(30°) = 4$

- $\cos(\widehat{CAD}) = \dfrac{AD}{AC}$

donc: $AD = AC \times \cos(\widehat{CAD})$

$AD = 8 \times \cos(30°) = 8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

3) Dans le triangle $ACH$ rectangle en $H$

$\sin(\widehat{C}) = \dfrac{AH}{AC}$

donc: $AH = AC \times \sin(36°) = 8 \times 0,6 = 4,8$

b) Dans le triangle $AHB$, rectangle en $H$,

$\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{BH}{AB}$

donc: $BH = AB \times \cos(\widehat{ABC})$

$BH = 6 \times \sin(30°) = 3$

**Exercice 23:**

1) a) Il s'agit de calculer $AM$

Dans le triangle $AMP$ rectangle en $M$,

On a : $\tan(\widehat{MPA}) = \dfrac{AM}{MP}$

Donc : $AM = MP \times \tan(\widehat{MPA})$

$= 5 \times 0,04$

$= 0,2km$

$= 200m$

b) Il s'agit de calculer $AP$

D'après le théorème de pythagore,

On a : $AP^2 = AM^2 + MP^2$

$= 0,2^2 + 5^2 = 25,04$

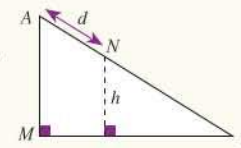
Donc: $AP = \sqrt{25,04} \simeq 5,004km$

$AP \simeq 5004m$

2) a) En $20s$, l'avion parcourt une distance

$d = t \times v = 20 \times \dfrac{150}{3600} = \dfrac{5}{6} \simeq 0,83km$

Pour calculer $h$ on peut utiliser le théorème de Thalès



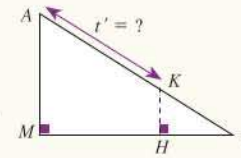

$\dfrac{h}{AM} = \dfrac{PN}{PA}$

$h = \dfrac{AM \times PN}{PA} \simeq \dfrac{0,2 \times (5,004 - 0,83)}{5,004}$

$\simeq 0,168km$

$h \simeq 166,8m$

b) Il s'agit de calculer le temps mis par l'avion pour aller de $A$ à $K$




D'après le théorème de Thalès,

$\frac{PK}{PA} = \frac{KH}{AM}$

PDF Compressor Free Version

$\frac{AP - AK}{AP} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$

$1 - \frac{AK}{AP} = \frac{1}{2}$ donc $\frac{AK}{AP} = \frac{1}{2}$

$AK = \frac{1}{2}AP \simeq 2502m$

$t' = \frac{d'}{v}$ avec : $d' = AK = 2,502km$

$v = 150km/h$

Donc : $t' = 0,01668h = 1,0008\,\text{min}$

$t' \simeq 1\,\text{min}$

**Exercice 25:**

Il s'agit de calculer : $h = SC + CP$

• Le triangle $SCP$ est rectangle en $P$, donc :

$\tan\widehat{S} = \frac{CP}{SP}$ d'où $CP = SP \times \tan\widehat{S}$

$CP = 4,5 \times \tan(25°) \simeq 2,098m$

$\cos\widehat{S} = \frac{SP}{SC}$ donc $SC = \frac{SP}{\cos(\widehat{S})}$

$SC = \frac{4,5}{\cos(25°)} \simeq 4,965$

D'où la hauteur de cet arbre avant la tempête est $h = 2,098 + 4,965 = 7,063m$

**Exercice 26:**

1) $\left.\begin{array}{l} \mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} \\ \mathcal{A}_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} \end{array}\right\}$

donc : $AB \times AC = BC \times AH$

2) a) • Dans le triangle $ABC$ rectangle en $A$, on a : $A\widehat{C}B = 90 - A\widehat{B}C$

• Dans le triangle $ABH$ rectangle en $H$, on a : $B\widehat{A}H = 90 - A\widehat{B}C$

Donc : $A\widehat{C}B = B\widehat{A}H$

b) $\left.\begin{array}{l} \tan(A\widehat{C}B) = \frac{AH}{CH} \\ \tan(B\widehat{A}H) = \frac{BH}{AH} \\ A\widehat{C}B = B\widehat{A}H \end{array}\right\}$

Donc : $\frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH}$

D'où : $AH^2 = CH \times BH$

**Exercice 27:**

1) $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$= 1 - \left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$

Or $\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{6+2-4\sqrt{3}}{16} = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$

Donc : $\sin x = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{8-4\sqrt{3}}{4}$

$= 2 - \sqrt{3}$

**Exercice 31:**

1) Le triangle $ABN$ est rectangle en $N$ (car il est inscrit dans le cercle de diamètre $[AB]$) donc $\tan(N\widehat{B}A) = \frac{AN}{BN}$

D'où :

$AN = BN \times \tan(N\widehat{B}A) = 4 \times \tan(50°) \simeq 4,77$

2) • $\cos(N\widehat{B}A) = \frac{BN}{AB}$

donc: $AB = \frac{BN}{\cos(N\widehat{B}A)} = 6,22cm$

• En utilisant le théorème de Pythagore,

$AB^2 = AN^2 + BN^2 \simeq (4,77)^2 + 4^2 \simeq 38,75$

D'où : $AB = \sqrt{38,75} \simeq 6,22cm$

3) $P_{BNAM} = BN + NA + AM + MB$

Pour calculer $MB$, considérer le triangle rectangle $AMB$ rectangle en $M$ :

$MB^2 = AB^2 - AM^2 = 2,688$

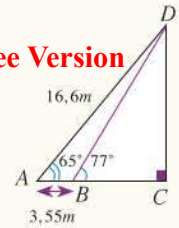
D'où : $MB = \sqrt{2,688} \simeq 1,64cm$

$P_{BNAM} = 4 + 4,77 + 6 + 1,64 = 16,41cm$

**Exercice 38:**

PDF Compressor Free Version

Calculons $BC$




Dans le triangle $ADC$ rectangle en $C$,

on a : $\cos\widehat{A} = \dfrac{AC}{AD}$,

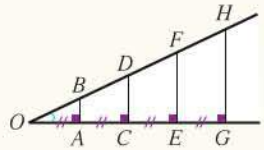
donc :

$AD = 16,6 \times \cos(65°) \simeq 7,015m$

$BC = AC - AB = 3,455m$

**Exercice 40:**

a) Dans le triangle $OAB$ rectangle en $A$, on a :




$\tan\widehat{O} = \dfrac{AB}{OA}$,

donc :

$AB = OA \times \tan\widehat{O} = 50 \times \tan(50°) \simeq 4,37m$

De même :

$CD = 100 \times \tan(50°) \simeq 8,75m$

On peut aussi utiliser le théorème de Thalès pour calculer $CD$ ; $EF$ et $GH$

On a: $\dfrac{EF}{AB} = \dfrac{OE}{OA}$

donc: $EF \simeq \dfrac{4,37 \times 150}{50} \simeq 13,11m$

On a: $HG \simeq \dfrac{4,37 \times 200}{50} \simeq 17,48m$

En utilisant la tangente on obtient plus de précision :

$EF = 150 \times \tan(50°) \simeq 13,12m$

$HG = 200 \times \tan(50°) \simeq 17,50m$

b) Dans le triangle $OGH$ rectangle en $H$,

on a: $\cos\widehat{O} = \dfrac{OG}{OH}$

donc: $OH = \dfrac{200}{\cos(50°)} \simeq 200,76m$

**Exercice 41:**

1) a) • $BD^2 = 205$

• $AD^2 + AB^2 = 36 + 13^2 = 205$

Donc $BD^2 = AD^2 + AB^2$, donc d'après la réciproque du théorème de pythagore le triangle $ABD$ est rectangle en $A$

b) Dans le triangle $ADE$ rectangle en $A$, on a, d'après le théorème de pythagore,

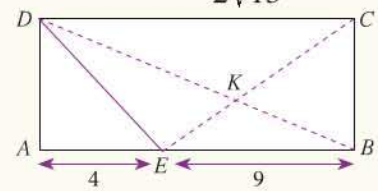
$DE^2 = AD^2 + AE^2 = 52$

Donc : $DE = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

c) Dans le triangle $ADE$ rectangle en $A$, on a :

$\sin(A\widehat{E}D) = \dfrac{AD}{DE} = \dfrac{6}{2\sqrt{13}} = \dfrac{3\sqrt{13}}{13}$

2) a)




b) Dans le triangle $CBE$ rectangle en $B$, on a d'après le théorème de pythagore :

$CE^2 = EB^2 + BC^2 = 117$

Donc : $CE = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$

c) $DC$ est le côté le plus long du triangle $CDE$, $DC^2 = 13^2 = 169$

et $DE^2 + EC^2 = 52 + 117 = 169$

Donc $DC^2 = DE^2 + EC^2$ et par suite, d'après la réciproque du théorème de pythagore, le triangle $CDE$ est rectangle en $E$.

d) $\tan(E\widehat{C}D) = \dfrac{DE}{CE} = \dfrac{2\sqrt{13}}{3\sqrt{13}} = \dfrac{2}{3}$

$\left.\tan(A\widehat{D}E) = \dfrac{AE}{AD} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}\right\}$ donc :

$\tan(E\widehat{C}D) = \tan(A\widehat{D}E)$

3) a) Utiliser le théorème de Thalès dans $EBK$ et $DKC$ (configuration papillon)

$\dfrac{KC}{KE} = \dfrac{KD}{KB} = \dfrac{CD}{CB} = \dfrac{13}{9}$

b) $\dfrac{KC}{KE} = \dfrac{13}{9}$ donc: $\dfrac{EC - KE}{KE} = \dfrac{13}{9}$

d'où $\dfrac{EC}{KE} = \dfrac{13}{9} + 1 = \dfrac{22}{9}$

Donc : $KE = EC \times \dfrac{9}{22} = \dfrac{27\sqrt{3}}{22}$

7 Chapitre

# ANGLES AU CENTRE ET ANGLES INSCRITS

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

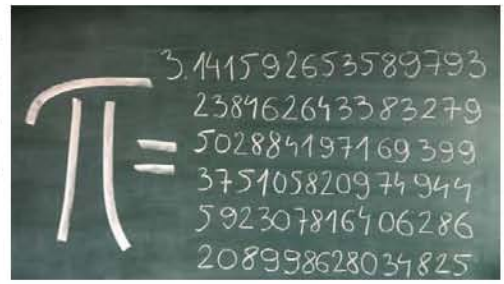
| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Reconnaître les angles au centre;<br>• Reconnaître les angles inscrits;<br>• Reconnaître les angles inscrits dans un cercle et les angles au centre qui interceptent le même arc;<br>• Déterminer la relation entre les angles inscrits et les angles au centre qui interceptent le même arc;<br>• Utiliser des angles au centre et inscrits dans la résolution des problèmes géométriques. |
| **Pré-requis** | • Cercle- Tangente à un cercle;<br>• Triangle rectangle;<br>• Deux droites parallèles et une sécante. |
| **Contenu** | • Angles inscrits et angles au centre;<br>• Relation entre angles inscrits et angle au centre associé;<br>• Retation entre angles inscrits interceptant le même arc. |
| **Prolongement** | • Trigonométrie; (lycée)<br>• Triangles isométriques et triangles semblables;<br>• Géométrie dans l'espace (agrandissement ; réduction);<br>• activités géométriques et algébriques;<br>• optique (en physique);<br>• Géographie. |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels;<br>• rapporteur. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Plan de la leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Angles inscrits- Angles au centre<br>• **Activité 2:** Relation entre les mesures de l'angle inscrit et de l'angle au centre associé |
| | **Cours**<br>• Angles inscrits- Angles au centre ;<br>• Relation entre angle inscrit et angle au centre associé;<br>• Relation entre angles inscrits interceptant le même arc. |
| | **Pour comprendre**<br>• Angles inscrits et angles au centre associés;<br>• Mesure des angles;<br>• Relation entre angles inscrits et angle au centre associé. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

PDF Compressor Free Version

**• Côté historique et / ou culturel:**




Pi est un nombre qui a fasciné tant de savants depuis l'antiquité. Si ce nombre remporte un tel succès c'est d'abord parce qu'il recèle des propriétés passionnantes mais surtout par sa nature qui en fait un nombre d'exception.

Pi est un nombre irrationnel (c'est à dire qu'il s'écrit avec un nombre infini de décimales sans suite logique).

Les premières sont:

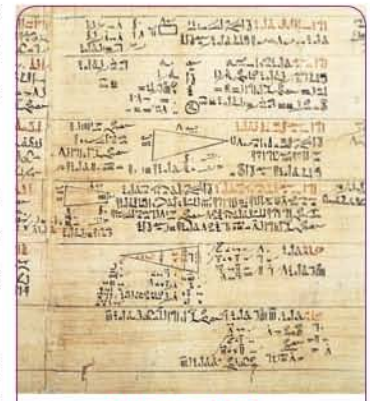
3,14159265358979323846264338279502884197169399375105 82.

Dans la pratique, on utilise 3,14 mais il est souvent aisé de retenir $\frac{22}{7}$ ou racine carrée de 10 pour valeur approchée de Pi.

Mais l'irrationalité de Pi est encore plus étonnante que celle de $\sqrt{2}$ par exemple , puisque pour ce dernier, on sait au moins qu'il est solution de l'équation $x^2 = 2$ (Quel nombre faut-il multiplier par lui-même pour trouver 2?). Alors que pour Pi, il n'existe pas une telle équation. Le mathématicien allemand Carl Louis Ferdinand von Lindemann (1852-1939) l'a démontré et qualifiera ce nombre de **transcendant**.

Les décimales de Pi ont été la proie des savants depuis près de 4000 ans. Une des plus anciennes approximations de Pi se trouve sur le célèbre papyrus Rhind copié le scribe Ahmes.

Citons de lui: "L'aire du cercle de diamètre 9 coudées est celle du carré de côté 8 coudées." Ce qui revient à prendre pour Pi la valeur (16/9) soit environ 3,16. Nous sommes en 1800 avant J.C.



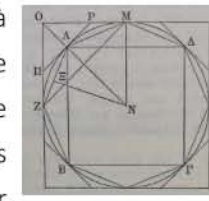
Papyrus rhind

Chez les babyloniens, on a retrouvé à Suse (Mésopotamie) des tablettes en écriture cunéiforme qui présentent des calculs d'aires du disque menant à prendre pour Pi la valeur $3 + 1/8 = 3,125$.

Cette approximation sera reprise en Inde dans les sulvasutras (livres de règles hindoues) entre 400 et 200 avant notre ère.

Au III$^{ème}$ siècle avant J.C dans son ouvrage "De la mesure du cercle", **Archimède de Syracuse** (-287;-212) commence par établir que le rapport de la surface d'un disque au carré de son rayon est égal au rapport de son périmètre à son diamètre.

PDF Compressor Free Version




Archimède s'inspire ensuite de la méthode d'exhaustion due à Eudoxe de Cnide (-408; 355) qui consiste à encadrer un cercle de rayon 1 par des polygones réguliers dont il sait calculer le périmètre de façon précise. Il applique cette méthode en prenant des polygones à 96 côtés et obtient une valeur approchée de la circonférence pour en déduire un encadrement de Pi: $3+\frac{10}{71}<\pi<3+\frac{1}{7}$

En Inde , le plus ancien document connu, le Siddhanta, datant de 380, nous donne comme approximation $3+177/1250=3,1416$ qui sera égalée au VI$^{\text{ème}}$ siècle par **Aryabhata l'Ancien** (476;550).

En chine, Liu Hui utilise , en 263 de notre ère, la méthode d'Archimède avec des polygones à 192 côtés puis 3072 côtés pour trouver une approximation de Pi au cent-millième.

Au V$^{\text{ème}}$ siècle, les calculs sont simplifiés grâce au système décimal. Tsu Chung Chih (430;501) trouve alors une approximation au millionièmes près (3,1414592) : la fraction 355/113 (facile à retenir en lisant de bas en haut: «11,33,55»).

Plus tard les arabes poussent plus loin encore les approximations de Pi. L'astronome et mathématicien Samarkand **Jemshid al Kashi (1380 ; 1429)** a ppliquér lui aussi la méthode d'Archimède pour calculer une valeur approchée à 14 décimales exactes.

En occident , il faut attendre le XVI$^{\text{ème}}$ siècle pour trouver les premières avancées sérieuses sur le sujet bien que **Claude Ptolèmée** (90? ; 160?) et **léonard de Pise dit Fibonacci (1180;1250)** aient proposé des approximations intéressantes de Pi.

**• Côté pédagogique :**

En deuxième année, l'élève a pris connaissance de l'angle plat qui intercepte un demi-cercle.

L'introduction des notions d'angle au centre et d'angles qui interceptent un arc sont considérées comme des notions nouvelles pour l'élève ce qui va élargir des connaissances sur les angles et leur mesure en relation avec le cercle et dans ce sens, on doit insister sur :

- La définition de l'angle au centre

- La définition de l'angle inscrit associée à un angle au centre en traitant toutes les situations possibles.

- L'exposition de la relation entre la mesure de l'angle au centre et un angle inscrit qui lui est associé.

- Le traitement de problèmes géométriques faisant intervenir les notions d'angles inscriptibles dans un cercle.

## Partie 2: Gestion des activités

PDF Compressor Free Version

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

**• Traitement:**

| **Activité 1 :** Angles inscrits - Angle au centre | |
|---|---|
| Objectif | Reconnaître les angles au centre et les angles inscrits |
| Type de travail | Collectif |
| Solution proposée | 1) Faire une figure.<br>a) • $\widehat{MAB}$ interprète l'arc $\overset{\frown}{AB}$ (en rouge).<br>• $\widehat{ABM}$ interprète l'arc $\overset{\frown}{AM}$ (en face du sommet $B$).<br>b) $\widehat{APB}$ et $\widehat{ANB}$ ne sont pas des angles inscrits car $P \notin (\mathscr{C})$ et $N \notin (\mathscr{C})$.<br>2) a) Placer un point sur le cercle $(\mathscr{C})$.<br>b) L'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ est $\widehat{AOB}$. |
| **Activité 2 :** Relation entre les mesures de l'angle inscrit et de l'angle au centre associé | |
| Objectifs | • Conjecturer (avec logiciel GéoGebra) puis montrer la relation entre un angle inscrit et l'angle au centre qui interceptent le même arc<br>• Conjecturer (avec logiciel GéoGebra puis montrer la relation entre les angles inscrits qui interceptent le même arc<br>• Conjecturer la relation $\widehat{AMB} = \widehat{APB}$<br>- Changer la position du point $A$ sur le grand arc $\overset{\frown}{AB}$ puis conjecturer. |

| | |
|---|---|
| Type de travail | • En groupe pour conjecturer les relations<br>• Individuellement pour montrer les relations |
| Solution proposée | 1) Utilisation du logiciel GeoGebra<br>• Pour conjecturer la relation $\widehat{AOB} = 2\widehat{AMB}$<br>- Changer la position du point $A$ et observer les mesures affichées sur l'écran (des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{AMB}$)<br>- Conjecturer<br>2) • **Activité du manuel** (figure 1)<br>a) $ADM$ est un triangle isocèle de sommet $O$ (donc $\widehat{AMO} = \widehat{OAM}$)<br>b) $\widehat{AMB} = \widehat{AMO}$ et $\widehat{AMO} + \widehat{OAM} + \widehat{AOM} = 180°$ donc $2\widehat{AMO} + \widehat{AOM} = 180°$<br>d'où $2\widehat{AMO} = 180 - \widehat{AOM}$<br>Ainsi $2\widehat{AMB} = 180 - \widehat{AOM}$ (1)<br>c) On a: $\widehat{AOM} + \widehat{AOB} = 180°$<br>donc $\widehat{AOB} = 180° - \widehat{AOM}$<br>* d'où $2\widehat{AMB} = \widehat{AOB}$<br>• **Activité du manuel** (figure 2)<br>a) D'après 1) c) on a: $\widehat{AON} = 2\widehat{AMN}$ et $\widehat{NOB} = 2\widehat{NMB}$<br>b) Par sommation on obtient $\widehat{AON} + \widehat{NOB} = 2(\widehat{AMN} + \widehat{NOMB})$<br>donc $\widehat{AOB} = 2\widehat{AMB}$<br>3) On a $\widehat{AOB} = 2\widehat{AMB}$ et de la même façon on a:<br>$\widehat{AOB} = 2\widehat{APB}$<br>d'où: $2\widehat{AMB} = 2\widehat{APB}$<br>par conséquent $\widehat{AMB} = \widehat{AOB}$ |

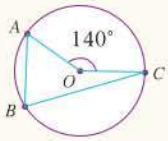
PDF Compressor Free Version

PDF Compressor Free Version

**Exercice 8:**

Il y a deux cas de figure

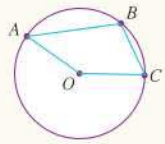
1ère cas




$\widehat{ABC}$ intercepte le petit $arc$ $\widehat{AC}$

$\widehat{ABC} = \frac{1}{2} \times 140 = 70°$

2ème cas




$\widehat{BAC}$ intercepte le grand arc $\widehat{AC}$

$\widehat{ABC} = \frac{1}{2}(360 - 140)$

$= 110°$

**Exercice 10:**

a) $\widehat{AMB} = 50°$

b) $\widehat{AMB} = 100°$

c) $\widehat{AMB} = \widehat{APB} = 50°$

d) $\widehat{AMB} = 90°$

**Exercice 11:**

a) $\frac{360}{3} = 120°$ b) $\frac{360}{4} = 90°$

c) $\frac{360}{5} = 72°$ d) $\frac{360}{6} = 60°$

**Exercice 13:**

a) $\widehat{AMC} = \widehat{ABC} = 60°$

b) $\widehat{BMC} = \widehat{BAC} = 60°$

c) $\widehat{AMB}$ intercepte le grand $arc$ $\widehat{AB}$

l'angle au centre qui lui est associé est $\widehat{AOB}$ (intercepte le grand $arc$ $\widehat{AB}$ )

donc $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\left(360 - \frac{360}{3}\right) = 120°$

2) $[MC)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{AMB}$

**Exercice 15:**

1) a) on a: $\widehat{KPM} = \widehat{KNM} = 70°$

b) Dans le triangle $PKM$

on a: $\widehat{K} + \widehat{P} + \widehat{M} = 180°$

et puisque $\widehat{K} = 80°$ et $\widehat{P} = 70°$

alors $\widehat{KMP} = 180 - (70 + 80) = 30°$

2) on a: $\widehat{RPM} = \frac{1}{2}\widehat{ROM} = 38°$

donc:

$\widehat{KPR} = \widehat{KPM} - \widehat{RPM} = 70 - 38 = 32°$

**Exercice 17:**

2) a) $ABC$ est un triangle isocèle

b) $\widehat{BAC} = 180 - 72 \times 2 = 36°$

2) a) $\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 36°$

b) $\widehat{BDH} = \widehat{BAH} = \frac{36}{2} = 18°$

($[AH)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ car $ABC$ est un triangle isocèle et $(AH) \perp (BC)$)

**Exercice 18:**

a) $\widehat{AMB} = 90°$ ($[AB]$ diamètre du cercle)

b) $\widehat{AMC} = \widehat{ABC} = 45°$

c) $\widehat{BMC} = \widehat{BMA} + \widehat{AMC} = 90 + 45 = 135$

**Méthode 2:**

PDF Compressor Free Version

- $\widehat{BMC}$ est un angle inscrit qui intercepte l'arc $\widehat{BC}$ contenant $A$

L'angle au centre associé est $\widehat{COB}$ (qui intercepte le grand $arc\ \widehat{BC}$ ) et puisque $\widehat{COB} = 90 + 90 + 90 = 270°$

alors $\widehat{BMC} = \frac{1}{2} \times 270 = 135°$

**Exercice 20:**

$\widehat{TBS} = \frac{1}{2}\widehat{TOS}$

et puisque $TOS$ est un triangle isocèle de sommet $O$, alors, $\widehat{TOS} = 180 - 2 \times 55 = 70°$

d'où $\widehat{TBS} = 35°$

**Exercice 21:**

1) $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = 25°$

2) $\widehat{BAC} = \frac{1}{2}\widehat{BOC} = 75°$

3) a) $\widehat{AOC} = 360 - (150 + 50) = 160°$

b) $\widehat{ABC} = \frac{1}{2}\widehat{AOC} = \frac{1}{2} \times 160 = 80°$

**Exercice 22:**

1) $BMD$ est un triangle rectangle en $D$.

Car $\widehat{BDM} = \frac{1}{2}\widehat{BOM} = \frac{1}{2} \times 180 = 90°$

2) a) $\widehat{BAD} = 180 - 2 \times 75 = 30°$

b) $\widehat{BAD}$

c) $\widehat{BMD} = \widehat{BAD} = 30°$

**Exercice 23:**

Méthode 1 :

- $\widehat{BOC} = 2\widehat{AOC} = 130°$
- $\widehat{AOC} = 2\widehat{ABC} = 140°$
- $\widehat{AOB} = 360 - (130 + 140) = 90$

Méthode 2 :

On a: $\widehat{BCA} = 180 - (65 + 70) = 45$

donc: $\widehat{BOA} = 2\widehat{BCA} = 90°$

**Exercice 24:**

1) $\widehat{AOB} = 180°$ $\widehat{ACB} = 90°$

2) $ABC$ est un triangle rectangle $C$

**Exercice 29:**

1) on a: $\widehat{CID} = \widehat{AIB} = 50°$

donc :

$\widehat{BDC} = \widehat{IDC} = 180 - (110 + 50) = 20°$

2) • $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 110°$

$\widehat{BAC} = \widehat{BDC} = 20°$

3) a) $\widehat{CKD} = \frac{1}{2}\widehat{COD}$ et puisque $\widehat{COD}$ est un triangle isocèle tel que $\widehat{ODC} = 20 + 40 + 60°$

alors $\widehat{COD}$ est un triangle équilatéral

donc: $\widehat{COD} = 60°$

par conséquent $\widehat{CKD} = 30°$

b) • $\widehat{CAD} = \widehat{CKD} = 30°$

# 8 Chapitre TRIANGLES ISOMÉTRIQUES ET TRIANGELES SEMBLABLES

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Reconnaître les triangles isométriques;<br>• Reconnaître les triangles semblables;<br>• Utiliser les cas des triangles isométriques et des triangles semblables pour résoudre des problèmes. |
| **Pré-requis** | • Triangles;<br>• Droites remarquables dans un triangle;<br>• Angles formés par deux droites parallèles et une sécante;<br>• Théorème de Thalès;<br>• Angles au centre et angles inscrits;<br>• Axe de symétrie- Centre de symétrie;<br>• Proportionnalité. |
| **Contenu** | • Triangles isométriques;<br>• Triangles semblables. |
| **Prolongement** | • Trigonométrie (lycée);<br>• Équations;<br>• Vecteurs et translation (homothétie au lycée);<br>• Repère dans le plan;<br>• Équation de droite;<br>• Fonctions linéaires et fonctions affines, représentations graphiques ;<br>• Géométrie dans l'espace;<br>• Optique (en physique) |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Plan de la leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Triangles isométriques<br>• **Activité 2:** Cas d'isométrie : un angle et deux côtés<br>• **Activité 3:** Cas d'isométrie : un côté et deux angles<br>• **Activité 4:** Triangles semblables<br>• **Activité 5:** 1$^{er}$ cas: Un angle et deux côtés proportionnels<br>• **Activité 6:** 2$^{ème}$ cas : Trois côtés proportionnels |
| | **Cours**<br>• Triangles isométriques;<br>• Triangles semblables. |
| | **Pour comprendre**<br>• Utiliser la propriété 1;<br>• Utiliser la propriété 2;<br>• Utiliser la propriété 3;<br>• Trois angles isométriques;<br>• Deux angles isométriques;<br>• Rapport des longueurs des côtés. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

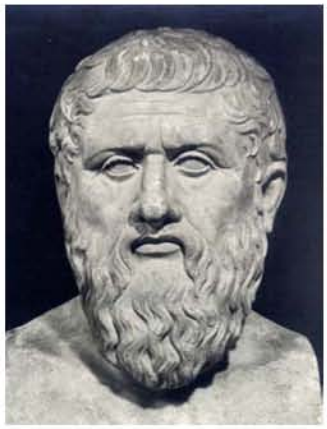
## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

PDF Compressor Free Version

**• Côté historique et / ou culturel:**

**Platon et la géométrie**

Philosophe et élève de Socrate, **Platon** (-427;-347) se consacre d'abord à la poésie, au théâtre et à la musique.



Son oeuvre «Les Dialogues» nous est parvenue intacte. Elle traite de nombreux thèmes philosophiques tels que le devoir, la vertu , la sagesse , la beauté, l'amour ...

Ses origines aristocrates semblent le vouer à une carrière politique. Son père serait descendant de Codrus, dernier roi d'Athènes. Platon est à l'origine des sciences politiques. Il élabore des concepts politiques nouveaux pour son temps.

En 399 avant J.C , Socrate est condamné pour des raisons qui restent aujourd'hui mystérieuses. Platon, bouleversé par sa mort, entame une longue série de voyages. Durant douze années, il traversera toute la Méditerranée d'Egypte en Sicile en passant par Mégare, Cyrène, Tarente ...

Eveillé aux mathématiques par Théodore de Cyrène (-470 ;-420) et influencé par la pensée pythagoricienne , Platon se consacre aux sciences et fonde à son retour à Athènes, dans les jardins d'Akadêmos , une école de philosophie et de sciences: «l'Académie» au fronton de laquelle on peut y lire:

«Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre»

**• Côté pédagogique :**

Ce chapitre est considéré comme un prolongement de plusieurs notions vues auparavant comme : la symétrie centrale, la symétrie axiale, agrandissement et réduction de figures (vue en primaire).

Pour institutionnaliser les notions de triangles isométriques et triangles semblables, on fait appel surtout aux manipulations par les élèves et aussi a des démonstrations très simples.

Dans ce chapitre, l'élève doit maîtriser :

- Les cas d'isométrie
- Le lien entre le théorème de Thalès et la similitude.
- Le lien entre la similitude et le cas de triangles non homothétiques.
- L'impact de la similitude sur les longueurs et les aires.
- Le lien entre la similitude et les relations métriques dans un triangle.

## Partie 2: Gestion des activités

PDF Compressor Free Version

• **Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

• **Traitement:**

| **Activité 1 :** Triangle isométriques | |
|---|---|
| Objectif | Reconnaître: les triangles isométriques-côtés homologues-angles homologues |
| Type de travail | Collectif après avoir fait la construction au tableau |
| Solution proposée | 1) Faire une figure<br>2) $S_o(A) = E$ et $S_o(B) = F$ donc $AB = EF$<br>$S_o(A) = E$ et $S_o(C) = G$ donc $AC = EG$<br>$S_o(B) = F$ et $S_o(C) = G$ donc $BC = FG$ |
| **Activité 2 :** Cas d'isométrie: Un angle et deux côtés | |
| Objectif | Montrer le cas d'isométrie (un angle et deux côtés) |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) On a: $\widehat{ABC} = \widehat{EFG}$ et $\widehat{EFG} = \widehat{E'CG'}$ (car les triangles $EFG$ et $E'CG'$ sont isométriques dont les angles $\widehat{EFG}$ et $\widehat{E'CG'}$ sont homologues<br>donc $\widehat{ABC} = \widehat{E'CG'}$<br>Les droites $(AB)$ et $(CE')$ définissent avec la sécante $(BC)$ deux angles correspondants de même mesure. ($\widehat{ABC}$ et $E'CG'$) donc elles sont parallèles.<br>on a: $(AB) // (CE')$ et $AB = CE'$<br>donc $ABCE'$ est un parallélogramme d'où $BC = AE'$<br>2) a) $C$ est le milieu de $[BG']$ car $CB = CG'$ et $C \in [BG']$<br>b) On a $BC = CG'$ et $BC = AE'$ donc $AE' = CG'$ et puisque $(AE) // (CG')$ (car $(BC) = (CG)$) alors $ACG'E'$ est un parallélogramme ; d'où $AC = E'G'$<br>3) On a: $AB = EF$ et $BC = FG$ et $AC = EG$ (car $AC = E'G'$ et $EG = E'G'$)<br>donc $ABC$ et $EFG$ sont deux triangles isométriques |

| **Activité 3 :** Cas d'isométrie : un côté et deux angles | |
|---|---|
| Objectif | Montrer le cas d'isométrie: un côté et deux angles |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) Même raisonnement que l'activité 2 (mais avec deux angles alternes- internes) et déduire que $AB = CE'$ et $AC = BE'$<br>2) $AB = CE'$ et $CE' = EF$ donc $AB = EF$ (1)<br>on a: $AC = BE'$ et $BE' = EG$ donc: $AC = EG$ (2)<br>$BC = FG$ (3)<br>de (1) , (2) et (3) on déduit que les triangles $ABC$ et $EFG$ sont isométriques |
| **Activité 4 :** Triangles semblables | |
| Objectif | Reconaîtres: deux triangles semblables-Angles homologues- côtés homologues |
| Type de travail | Collectif après avoir fait la construction |
| Solution proposée | 1) $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AMN}$ sont deux angles correspondants définis par deux droites parallèles et une sécante.<br>• De même pour les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ANM}$<br>donc $\widehat{ABC} = \widehat{AMN}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{ANM}$<br>2) On a: $AMN$ et $EFG$ sont deux triangles isométriques, donc $\widehat{A} = \widehat{E}$ ; $\widehat{M} = \widehat{F}$ et $\widehat{N} = \widehat{G}$ et puisque $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ et $\widehat{ANM} = \widehat{ACB}$, alors les angles du triangle $EFG$ sont de mêmes mesure que les angles du triangle $ABC$<br>3) Utiliser le théorème de Thalés dans le triangle $ABC$, puis remplacer respectivement $AM$ et $AN$ par $EF, EG$ et $FG$<br>4) Le triangle $AMN$ est aussi semblable au triangle $ABC$. |
| **Activité 5 :** 1er cas un angle et deux côtés proportionnels | |
| Objectif | Montrer le 1er cas : un angle deux côtés proportionnels. |
| Type de travail | Individuel |

PDF Compressor Free Version

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Solution proposée | 1) Faire une figure<br>2) Utiliser le théorème réciproque de Thalés<br>3) Deux côtés et un angle: $\widehat{A} = \widehat{A}$ , $EM = AB$ et $EN = AC$<br>4) Déduire que $\widehat{EFG} = \widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{EGF}$ , puis conclure que les triangles $ABC$ et $EFG$ sont semblables. |
| **Activité 6 : 2ème cas: Trois côtés proportionnels** | |
| Objectif | Montrer le 2ème cas: Trois côtés proportionnels |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | On traite cette activité de la même façon que l'activité 5 |

PDF Compressor Free Version

**Exercice 12:**

$ABC$ et $EFG$ sont deux triangles rectangles en $A$ et $E$

donc: $\widehat{BAC} = \widehat{FEG} = 90°$

Si $\widehat{ABC} = \widehat{EFG}$ alors $\widehat{ACB} = \widehat{EGF}$

(Car $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180°$

et $\widehat{EFG} + \widehat{EGF} + \widehat{EEG} = 180°$)

Donc les triangles $ABC$ et $EFG$ sont semblables.

**Exercice 13:**

On a: • $\frac{AC}{BC} = \frac{18}{15} = 1,2$

• $\frac{AB}{BD} = \frac{6}{5} = 1,2$

• $\frac{BC}{DC} = \frac{15}{12,5} = 1,2$

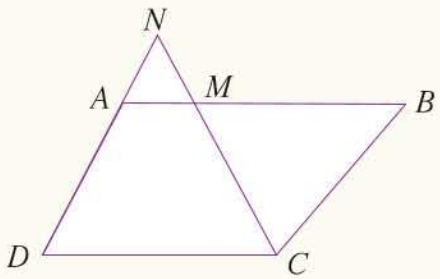
donc : $\frac{AC}{BC} = \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{CD}$

d'où les triangles $ABC$ et $BCD$ sont semblables:

| Côtés | $AB$ | $BC$ | $AC$ |
|---|---|---|---|
| Homologues | $BD$ | $DC$ | $BC$ |

$$\frac{\text{Le plus grand côté de } ABC}{\text{Le plus grand côté de } BCD} = \frac{\text{Le plus petit côté de } ABC}{\text{Le plus petit côté de } BCD}$$

**Exercice 16:**




1) $\widehat{NAM} = \widehat{NDC}$ (anglescorrespondants)

$\widehat{NMA} = \widehat{NCD}$ (angles correspondants)

$\widehat{ANM} = \widehat{DNC}$

donc les triangles $NAM$ et $NDC$ sont semblables.

2) Puisque les triangles $NAM$ et $NDC$ sont semblables et les côtés homologues aux côtés $MA$, $AN$ et $MN$ sont respectivement $DC$ ; $DN$ et $NC$

alors: $\frac{MN}{NC} = \frac{AM}{DC}$

d'où : $MN \times DC = AM \times CN$

3) Mêmes étapes que 1)

4) Mêmes étapes que 2)

**Exercice 19:**

• $EF = \sqrt{AE^2 + AF^2} = \sqrt{29}$

• $EC = \sqrt{BC^2 + EB^2} = \sqrt{29}$

donc le triangle $EFC$ est isocèle de sommet $E$

2) • $FC^2 = FD^2 + DC^2 = 3^2 + 7^2 = 58$

• $EC^2 + EF^2 = 29 + 29 = 58 = FC^2$

donc $EFC$ est un triangle rectangle en $E$

3) On a: $AF = BE$ ; $AE = BC$ et $EF = EC$

donc les triangles $AEF$ et $EBC$ sont isométriques.

4) • $AED$ est un triangle rectangle isocèle en $A$ .

et $EFC$ est un triangle rectangle isocèle en $E$ .

donc: $\widehat{DAE} = \widehat{FEC} = 90°$

et $\widehat{AED} = \widehat{EFC} = 45°$

et $\widehat{ADE} = \widehat{ECF} = 45°$

donc les triangles $AED$ et $EFC$ sont semblables

5) $\frac{ED}{FC} = \frac{AD}{EC}$

donc: $ED \times EC = AD \times FC$

PDF Compressor Free Version

**Exercice 20:**

1) $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même *arc* $\widehat{AC}$

donc $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{ABH}$

(car $H \in [BC]$)

2) $ADC$ est un triangle rectangle en $C$ (car $[AD]$ est un diamètre du cercle passant par $C$).

donc ( $\widehat{ACD} = \widehat{AHB} = 90°$

et $\widehat{ABH} = \widehat{ADC}$ ) et la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à $180°$, déduire que $ABH$ et $ADC$ sont semblables.

3) $\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AH} = \frac{CD}{BH}$

donc: $AD \times AH = AC \times AB$

**Exercice 21:**

1) Utiliser: $EA = EB$ et $FA = FB$

2) $[EF]$ est bissectrice de l'angle $\widehat{AEB}$ (car $AEB$ est un triangle isocèle de sommet $E$ et $(EF)$ est la médiatrice de la base $[AB]$

• De même pour l'angle $\widehat{AFB}$

3) $\widehat{APB} = \frac{1}{2}\widehat{AEB} = \widehat{AEF}$

et $\widehat{AQB} = \frac{1}{2}\widehat{AFB} = \widehat{AFE}$

4) On a: $\widehat{APQ} = \widehat{AEF}$ et $\widehat{AQP} = \widehat{AFE}$

et la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°

donc $APQ$ et $AEF$ sont deux triangles semblables.

5) $\frac{AF}{AQ} = \frac{AE}{AP} = \frac{EF}{PQ}$ et puisque $AE = r$ et $AF = r'$, alors:

$\frac{r'}{AQ} = \frac{r}{AP}$ d'où: $\frac{r}{r'} = \frac{AP}{AQ}$

**Exercice 22:**

1) a) Un côté et deux angles

b) Les côtés homologues sont isométriques.

2) a) Un côté et deux angles

b) Les côtés homologues sont isométriques.

3) $IJKL$ est un parallélogramme et on a: $(JL) \perp (IK)$, donc $IJKL$ est un losange

**Exercice 24:**

1) • $AHE$ est un triangle rectangle en $E$ tel que: $\widehat{HAE} = 30°$

donc: $\widehat{AHE} = 60°$

$\widehat{ADE} = \widehat{AHE}$ (deux angles inscrits qui interceptent le même arc)

2) On a $\widehat{BAC} = \widehat{DAE}$ (1)

et $\widehat{ACB} = \widehat{ACH} = 60°$ (2)

$\widehat{ABC} = \widehat{ABH} = 45°$ (3)

(car $ABH$ est un triangle rectangle isocèle de sommet $H$)

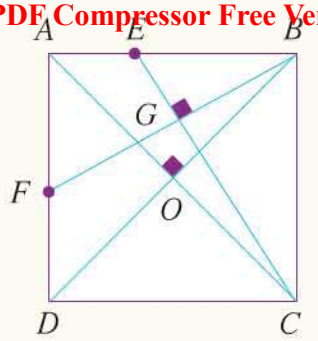
$\widehat{AED} = 180 - (45 + 30 + 60) = 45°$ (4)

de (1), (2), (3) et (4), on déduit que $BAC$ et $EAD$ sont deux triangles semblables.

**Exercice 25:**

PDF Compressor Free Version

1)




2) a) Dans le triangle rectangle $BCG$ en $G$ on a: $\widehat{BCG}+\widehat{CBG}=90°$ (1)

Le triangle $EBC$ est rectangle en $B$

et on a: $\widehat{CBG}+\widehat{EBG}=\widehat{EBC}=90°$ (2)

de (1) et (2) on déduit que $\widehat{EBG}=\widehat{BCG}$

et puisque $E\in[CG)$

alors: $\widehat{EBG}=\widehat{BCG}$

b) On a: $\widehat{EBG}=\widehat{BCE}$

$\widehat{BGE}=\widehat{EBC}=90°$

donc les triangles $EBG$ et $BCE$ sont semblables (reste à montrer que $\widehat{BEC}=\widehat{CBG}$)

3) On a: $BC=BA$ (1)

$\widehat{EBC}=\widehat{BAF}=90°$ (2)

$\widehat{ECB}=\widehat{EBG}=\widehat{ABF}$ (3)

de (1) , (2) et (3) on déduit que les triangles $ABF$ et $EBC$ sont isométriques

d'où $EB=AF$ (côtés homologues)

4) $OB=OA$ (1) $EB=AF$ (2)

$\widehat{OBE}=\widehat{OAF}=45°$ (3)

de (1) , (2) et (3) on déduit le résultat

5) On a: $OBE$ et $OAF$ sont deux triangles isométriques

donc $OE=OF$ (côtés homologues)

Le triangle $OEF$ est isocèle de sommet $O$

et on a: $\widehat{BOE}=\widehat{AOF}$ (1)

et puisque $\widehat{BOE}+\widehat{AOE}=90°$ (2) (car $(OB)\perp(OA)$)

alors : $\widehat{AOE}+\widehat{AOF}=90°$

C'est à dire : $\widehat{EOF}=90°$

donc le triangle $EOF$ est rectangle en $O$.

9 Chapitre

# ÉQUATIONS

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Reconnaître et résoudre une équation du premier degré à une inconnue, en utilisant des techniques de calcul numérique;<br>• Résoudre des équations qui se ramènent à des équations du premier degré à une inconnue;<br>• Acquérir une méthodologie de mathématisation des situations et résoudre des problèmes en utilisant les équations.. |
| **Pré-requis** | •Développement et factorisation.<br>•Identités remarquables.<br>• Résolution de l'équation $ax+b=0$ où $a$ et $b$ sont des nombres rationnels.<br>• Racines carrées.<br>• Puissances.<br>• Opérations sur les réels. |
| **Contenu** | • Équation du premier degré à une inconnue;<br>• Résolution d'une équation du premier degré;<br>• Équation de la forme $(ax+b)(cx+d)=0$ «Équation produit nul»<br>• Mise en équation d'un problème |
| **Prolongement** | • Inéquations;<br>• Système de deux équations à deux inconnues;<br>• Repère dans le plan;<br>• Équation réduite d'une droite;<br>• Fonctions linéaires et fonctions affines;<br>• Statistiques;<br>• Géométrie dans l'espace;<br>• Activités algébriques et géométriques ;<br>• Encadrement;<br>• Utiliser les équations dans d'autres disciplines (PC- SVT). |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Materiel géométrique ;<br>• logiciels. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Plan de la leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Mise en équation d'un problème<br>• **Activité 2:** Mise en équation d'un problème<br>• **Activité 3:** Équation produit nul |
| | **Cours**<br>• Équation du premier degré à une inconnue.<br>• Résolution d'une équation du premier degré.<br>• Équation de la forme $(ax+b)(cx+d)=0$ «Équation produit nul».<br>• Mise en équation d'un problème. «Équation produit nul» |
| | **Pour comprendre**<br>• Résolution d'une équation du premier degré;<br>• Équation «produit nul»;<br>• Mise en équation d'un problème. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

PDF Compressor Free Version

## • Côté historique et / ou culturel

Al Khwarizmi

Abu Djafar Muhammad ibn Musa al Khwarizmi- Bagdad- Perse (780;850)

Astronome né à Khwarizem (Ouzbékistan) dont on pourrait trouver quelques ressemblances avec le méchant Jaffar du film Aladdin de Walt Disney!

Al Khwarizmi et les frères Banu Musa (IXème siècle) sont des disciplines du calife al Mamum dans la Maison de la Sagesse (Bayt al Hikma) à Bagdad, une sorte d'école regroupant savants et philosophes. Leurs tâches consistant à traduire des manuscrits scientifiques grecs et indiens pour étudier la numération, l'algèbre, la géométrie ou l'astronomie.

Son ouvrage Kitâb al-jabr wa al-muqâbala, «Le livre du rajout et de l'équilibre» qui sera traduit en latin au XIIème siècle sous le titre d'Algebra présente sa méthode de résolution des équations (muadala).

## • Côté pédagogique

Ce chapitre vise à compléter tout ce qui a été fait sur la notion d'équation durant les deux dernières années.

La nouveauté est la possibilité de résoudre des équations contenant des nombres réels (non rationnels) ou des équations qui admettent pour solutions des nombres réels (non rationnels). De plus, dans ce chapitre, l'élève va résoudre pour la première fois l'équation produit « $(ax+b)(cx+d)=0$ »

Ensuite, la rigueur mathématique est prédominante et elle se manifeste en particulier dans le modèle de résolution d'un problème :

1) Choix de l'inconnue
2) Mise en équation
3) Résolution de l'équation
4) Retour au problème posé pour vérifier et interpréter

## Partie 2: Gestion des activités

PDF Compressor Free Version

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, snon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

**• Traitement:**

| **Activité 1 :** Mise en équation d'un problème | |
|---|---|
| Objectif | Mise en équation d'un problème et le résoudre. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) • L'âge de Hicham est : $4x$<br>• L'âge de Meriècm est : $-x-8$<br>• La somme des âges est : $x+4x+x-8$<br>b) L'équation est : $6x-8=82$<br>c) $x=15$. Imrane à 15 ans et Hicham a 60ans<br>2) a) $y+(y+8)+4(y+8)=82$ c'est-à-dire : $6y+40=82$<br>b) $y=7$ l'âge du père est : $4(7+8)=60ans$ |
| **Activité 2 :** Mise en équation d'un problème | |
| Objectif | Calculer le rayon d'un cercle inscrit à un triangle rectangle |
| Type de travail | En groupes de 5 ou 6 si possible : Utilisation de GéoGebra |
| Solution proposée | • $ABI$ , $ACI$ et $BIC$ sont trois triangles de hauteurs respectives $IH$ , $IG$ et $IK$ tel que: $IJ=IK=IH=r$<br>• Les aires de ces triangles sont $\frac{3\times r}{2}$ , $\frac{4\times r}{2}$ et $\frac{5\times r}{2}$<br>• L'aire du triangle $ABC$ est $\frac{5}{2}r+\frac{3}{2}r+2r=\frac{3\times 4}{2}$<br>donc $6r=6$ et d'où $r=1$ |

| **Activité 3 :** Équation produit nul | |
|---|---|
| Objectif | Reconnaître une équation produit nul et la résoudre. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) $A = 0$ ; $B \neq 0$ et $c = 0$<br>2) a) $x = 0$ ; b) $x = 3$ ; c) $x = -2$ ou $x = 3$ ; d) $x = 0$ ou $x = \sqrt{2}$<br>3) a) $x = -2$ ; $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$<br>b) Les solutions sont :-2 et $\frac{\sqrt{3}}{2}$<br>4) L'équation est : $a^2 = 8a$<br>Donc : $a(a-8) = 0$, d'où : $a = 8$ (car $a \neq 0$) |

PDF Compressor Free Version

PDF Compressor Free Version

**Exercice 3:**

a) $y = -\frac{7}{3}$

b) $y = \frac{3}{5}$

c) $3y = 1 - \frac{5}{2} = -\frac{3}{2}$ ; donc: $y = -\frac{1}{2}$

d) $-\frac{1}{5}y = -\frac{3}{2}$ donc: $y = \frac{15}{2}$

**Exercice 6:**

b) L'équation b) s'écrit :

$(\sqrt{2} - 2)x = -2$

donc $x = \frac{-2}{\sqrt{2} - 2} = \frac{-2(\sqrt{2} + 2)}{-2}$

d'où: La solution est $\sqrt{2} + 2$

c) L'équation s'écrit:

$2 - 2x = 3\sqrt{2} - 2x$

c'est à dire $0x = 3\sqrt{2} - 2$

L'équation n'admet pas de solution

**Exercice 7:** L'équation (d) s'écrit:

$3\sqrt{2} - \sqrt{2}\,t + 3t - 3\sqrt{2} = 3t - \sqrt{3}$

c'est à dire : $-\sqrt{2}\,t = -\sqrt{3}$

donc: $t = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

**Exercice 8:**

b) L'équation s'écrit: $0z = \sqrt{3}$

donc (b) n'admet pas de solution

(c) L'équation s'écrit

$(z - 2)(\sqrt{2} - 1) = 0$

donc: $z = 2$

ou bien: $\sqrt{2}\,z - z = 2\sqrt{2} - 2$

c'est à dire: $z(\sqrt{2} - 1) = 2(\sqrt{2} - 1)$

d'où $z = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} = 2$

**Exercice 11:**

a) $4y^2 - 3y = 0$ signifie que

$y(4y - 3) = 0$

donc: $y = 0$ ou $y = \frac{3}{4}$

L'équation (c) s'écrit:

$(y - \sqrt{2})(y - 1 - 1) = 0$

donc $y = \sqrt{2}$ ou $y = 2$

**Exercice 13:** Pour les équations (a) ; (b) et (c) on utilise l'identité remarquable

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

(d) L'équation s'écrit $\sqrt{3}\,z(z - \sqrt{3}) = 0$

donc $z = 0$ ou $z = \sqrt{3}$

**Exercice 15:** Une équation qui répond à la question est: $5x + 7 = 52$

**Exercice 16:** Un équation qui répond à la question est $7x + 12 = 10x$

**Exercice 18:** C'est l'équation (a)

**Exercice 21:** $x^2 + 9 = 25$

C'est-à-dire: $x^2 = 16$

donc: $x = 4$ ou $x = -4$

**Exercice 22:** $2y - 80 = -(y + 20)$

$y = 40$

**Exercice 23:** $\frac{3}{4}x + \frac{2}{5}x = 46$

c'est à dire: $\frac{23}{20}x = 46$

donc: $x = 40$

**Exercice 26:** $\frac{1}{3}a+\frac{1}{5}a=\frac{16}{45}$

PDF Compressor Free Version

$\frac{8a}{15}=\frac{16}{45}$ donc: $a=\frac{2}{3}$

**Exercice 27:**

L'équation (c) s'écrit:

$$\frac{8x-6-10x-5}{10}=\frac{10x-10+x-3}{10}$$

$x=\frac{2}{13}$

L'équation (d) s'écrit:

$2(4x-3)-3(x+3)=5x-12-3$

C'est-à-dire: $0x=0$

Tous les nombres réels sont solution de l'équation (d).

**Exercice 28:**

L'équation (a) S'écrit:

$(x+4)(x-7)=0$

**Exercice 29:** L'équation c) s'écrit:

$(3x-2)(3x+2)+2(3x-2)(5x+1)=0$

c'est à dire:

$(3x-2)(3x+2+10x+2)=0$

$x=\frac{2}{3}$ ou $x=-\frac{4}{13}$

L'équation d) s'écrit:

$(3x+1)(2x+1)-(2x+1)(2x+1)=0$

c'est-à-dire:

$x(2x+1)=0$ $x=0$ ou $x=-\frac{1}{2}$

**Exercice 34:**

Une équation qui traduit le problème est:

$(x+7)+20+x+20=81$

L'âge de Nadia est $x=17$ ans

L'âge de Hicham est $17+7=24$ ans

**Exercice 35:**

Équation: $3(x+15)=81$

Âge de Fatima est: 12

**Exercice 36:**

Équation: $\left(\frac{x}{\frac{3}{4}}\right)-x\times\frac{3}{7}=95$

$x=105$

**Exercice 37:**

Équation: $9+x=\frac{45+x}{3}$

$x=9$

Dans 9ans, l'âge de la fille sera le tiers de l'âge de la mère

**Exercice 38:**

- Le prix d'un classeur est $x$, le prix d'un manuel de mathématiques est $6x$
- L'équation $6x+3x=135$

- Le prix d'un classeur est $\frac{135}{9}=15dh$

- Le prix d'un manuel de mathématiques est $6\times15=90dh$

**Exercice 41:** Si $x$ est le part de la deuxième personne, alors une équation qui traduit le problème est:

$(x-100)+x+\frac{2}{5}((x-100)+x)=3080$

- La valeur de $x$ après résolution est:

$x=1150$

- La part de la 1ère personne est 1050 dh
- La part de la 2ème personne est 1150 dh
- La part de la 3ème personne est 880 dh

**Exercice 42:** Si $x$ est l'âge du petit frère, alors l'équation est:

$2x + x + 3(2x + x) = 72$

$x = 6$ PDF Compressor Free Version

- L'âge du petit frère est 6 ans

- L'âge de l'aîné est 12 ans

- L'âge de la mère est 54 ans

**Exercice 43:** • L'équation est:

$$\frac{1}{4}x + \frac{3}{7}x + 900 = x$$

• $x = 2800$

La somme d'argent qu'avait Taha est 2800 dh

**Exercice 44**: 1) $x = 8$ 2) $x = 5$

**Exercice 45:**

Si $x$ est le prix du réfrigérateur,

alors:- La première tranche est: $\frac{1}{4}x$

- La deuxième tranche est:

$$\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{4}x\right) = \frac{3}{8}x$$

Le montant versé est alors

$$\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}x = \frac{5}{8}x$$

Le reste est $\frac{3}{8}x$

- La 3ème tranche est $\frac{1}{2} \times \frac{3}{8}x = \frac{3}{16}x$

L'équation est:

$$\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}x + \frac{3}{16}x + 660 = x$$

Le prix du réfrigérateur est 3520 Dh

**Exercice 46:**

L'aire de $ABCE$ est : $4(6 - x)$ en cm²

L'aire de $EFGH$ est $6 \times 6 = 36\ cm^2$

L'aire de la partie en bleu est:

$$36 - 4(6 - x) = 12 + 4x$$

- L'équation est:

$$12 + 4x = \frac{4}{5} \times 4(6 - x)$$

• $x = 1$

**Exercice 47:**

Équation: $3x = \frac{1}{4}(5 + x) \times 2$

$x = 1$

10 Chapitre

# INÉQUATIONS

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Comparer deux nombres-deux expressions en utilisant le signe de leur différence;<br>• Utiliser les propriétés de l'ordre et les opérations;<br>• Déterminer une valeur approchée; déterminer un encadrement;<br>• Mettre en inéquation et résoudre un problème conduisant à une inéquation. |
| **Pré-requis** | • Développement et factorisation.<br>• Identités remarquables;<br>• Ordre et opérations sur les réels;<br>• Équations;<br>• Racines carrées;<br>• Puissances;<br>• Inéquations sur les rationnels;<br>• Valeurs approchées- encadrement. |
| **Contenu** | •Inéquation du premier degré à une inconnue;<br>• Représentation des solutions d'une inéquation sur une droite graduée;<br>• Mise en inéquation d'un problème |
| **Prolongement** | • Équations et Inéquations du second degré et plus .....;<br>• Encadrement des expressions;<br>• Équation de droite;<br>• Fonctions linéaires et fonctions affines;<br>• Statistiques (optimisation);<br>• Géométrie dans l'espace;<br>• Comparaison des quantités (PC). |
| **Matériels didactiques** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Plan de la leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Mise en inéquation d'un problème<br>• **Activité 2:** Tester une inégalité<br>• **Activité 3:** Inéquation et géometrie |
| | **Cours**<br>• Inéquation du premier degré à une inconnue;<br>• Représentation des solutions d'une inéquation sur une droite graduée.<br>• Mise en inéquation d'un problème. |
| | **Pour comprendre**<br>• Résolution d'une inéquation - Représentation graphique;<br>• Mise en inéquation d'un problème. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3<br>• Exercice résolu 4 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'APPROFONDIS<br>• J'INTÈGRE |
| | **Maths et culture** |

PDF Compressor Free Version

- **Côté historique et / ou culturel**

Les signes de comparaison

Les signes mathématiques =, <, >, $\leq$, $\geq$ sont apparus principalement aux XVIe et XVIIe siècles. Avant, on utilisait surtout des mots : «est égal à», «est supérieur à», etc.

Le signe «=» a été introduit en 1557 par le mathématicien gallois Robert Recorde (env. 1510-1558).

Il choisit «une paire de parallèles ou lignes jumelles parce que rien n'est plus pareil que deux jumeaux».

Les signes «<» et «>» apparaissent pour la première fois en 1631 dans un ouvrage du mathématicien anglais Thomas Harriot (1560-1621).

Les signes « $\leq$ » et « $\geq$ » ont été utilisés en 1670 par le mathématicien anglais John Wallis (1616-1703) alors que le mathématicien français Pierre Bouguer (1698-1758) utilisait des signes semblables, $\leqq$ et $\geqq$, en 1734.

Les signes d'inégalité sont encore très peu utilisés dans la vie courante.

- **Côté pédagogique**

Ce chapitre vise à utiliser toutes les propriétés de l'ordre ainsi que les propriétés de l'ordre avec les opérations pour résoudre les inéquations du premier degré à une inconnue ou celles qui se ramènent à une inéquation du premier degré.

Le déroulement doit se faire de la même façon que celui des équations pour des considérations didactiques en particulier : Transposition - Remédiation et la méthode suivie.

## Partie 2: Gestion des activités

- **Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

• **Traitement:**

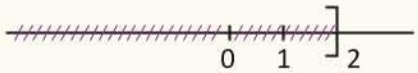
PDF Compressor Free Version

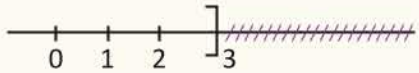
| **Activité 1 :** Mise en inéquation d'un problème | |
|---|---|
| Objectif | Mise en inéquation d'un problème |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | • Une inéquation traduisant le problème est : $54 - 0,07d \geq 5$<br>Donc : $d \leq 700km$ |
| **Activité 2 :** Tester une inégalité | |
| Objectif | Tester si une inégalité est vraie pour un nombre donné. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | Réponses : (b) ; (d) et (e) |
| **Activité 3 :** Inéquation et géométrie | |
| Objectif | Traduire les données d'un problème en une inéquation et interpréter les solutions d'une inéquation |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) Puisque $M \in [C,D]$ et $M \neq D$ et $M \neq C$<br>alors , $0 < DM < DC$ , c'est à dire $0 < x < 6$<br>2) • $\mathscr{A}_{ADM} = \frac{4 \times x}{2} = 2x$ • $\mathscr{A}_{BCM} = \frac{4(6-x)}{2} =$<br>3) a) on a: $\mathscr{A}_{ADM} \leq \frac{1}{2}\mathscr{A}_{BCM}$ signifie que $\frac{4 \times x}{2} \leq \frac{1}{2}\ \frac{4(6-x)}{2}$<br>b) On a: $\frac{4 \times x}{4} \leq \frac{1}{2} \times \frac{4(6-x)}{2}$ signifie que $x \leq 6 - x$<br>Les solutions de cette inéquation sont les nombres réels inférieurs ou égaux à 3.<br>c) Les valeurs possibles de $x$ sont les nombres réels $x$ tels que $0 < x \leq 3$ |

PDF Compressor Free Version

**Exercice 4:**

La solution est la partie hachurée sur la droite

a) 


b) 


**Exercice 7:**

a) Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres réels inférieurs ou égaux à-3

b) Les solutions sont tous les nombres réels supérieurs ou égaux à $\frac{1}{5}$

**Exercice 8:**

c) L'inéquation s'écrit $-14x \geqslant -42$

donc: $x \leq \frac{42}{14}$

Les solutions sont tous les nombres réels inférieurs ou égaux à 3

**Exercice 9:**

a) L'inéquation s'écrit:

$\frac{6x-2-3x}{4} \leq \frac{3x+5}{4}$

c'est- à-dire $0x \leq 7$

Tous les nombres réels sont solutions de l'inéquation

c) L'inéquation s'écrit :

$2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}x \leq \sqrt{2} - 1$

c'est-à-dire: $0x > \sqrt{2} - 1$

Et puisque $\sqrt{2} - 1 > 0$ et $0x = 0$

alors l'inéquation n'admet pas de solutions

**Exercice 11:**

d) l'inéquation s'écrit $\frac{3x+1}{2} \leq \frac{1}{4}$

donc $\frac{2(3x+1)}{4} \leq \frac{1}{4}$ c'est à dire:

$6x \leq -1$

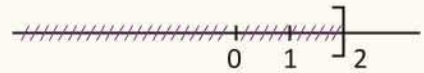
d'où: $x \leq \frac{-1}{6}$

**Exercice 13:**

a) l'inéquation s'écrit:

$2\sqrt{5}x + 10 \leq 2\sqrt{5}x - 4x + 18$

donc $x \leq 2$




b) L'inéquatin s'écrit:

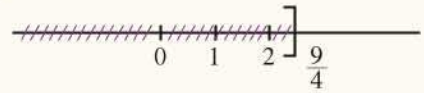
$-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}x \leq \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}x$

c'est à dire: $\frac{2\sqrt{3}}{3}x \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$

d'où: $x \leq \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$

Les solutions sont tous les nombres réels inferieurs ou égaux à $\frac{9}{4}$

$\frac{9}{4} = 2,25$




d) L'inéquation s'écrit:

$x\sqrt{2} - x\sqrt{2} \geqslant \sqrt{2} - 3$ c'est à dire : $0x \geqslant \sqrt{2} - 3$

et puisque $\sqrt{2} - 3 < 0$ et $0x = 0$

alors tous les nombres réels sont solutions de l'inéquation.

La représentation des solutions est la droite graduée.

**Exercice 16:**

Si $L$ est la longueur du rectangle alors

$L \geqslant 3$ et $(L+3) \times 2 < 15$

donc: $L \geqslant 3$ et $L < \frac{9}{2}$

d'où: $3 \leq L \leq 4,5$

**Exercice 18:**

PDF Compressor Free Version

Une inéquation répondant au problème est: $3x \leq \frac{1}{2}((6+x)\times 2)$

c'est à dire: $3x \leq 6+x$

donc: $x \leq 3$

Les valeurs possibles sont les nombres réels $x$ tels que $0 < x \leq 3$

**Exercice 19:**

• L'inéquation est $10x + 150 \leq 20x$

$x \geqslant 15$

donc à partir de 15 séances.

**Exercice 20:**

L'aire du trapèze $EBCD$ est:

$$\frac{(15+(15-x))\times 7}{2} = \frac{7(30-x)}{2}$$

• L'aire du triangle $AED$ est: $\frac{x\times 7}{2}$

• L'inéquation est $\frac{7(30-x)}{2} \geqslant \frac{9\times 7x}{2}$

c'est à dire : $30 - x \geqslant 9x$

d'où $x \leq 3$

Les valeurs possibles sont les nombres $x$ tels que: $0 < x \leq 3$

**Exercice 21:**

L'inéquation est:

$125 + 1,5x \leq 110 + 1,75x$

c'est à dire $0,25x \geqslant 15$

• A partir de 60km le deuxième tarif est plus avantageux.

**Exercice 22:**

• L'aire du triangle $ABS$ est

$14 \times \frac{16}{2} = 112$

• Aire du triangle $ADS = \frac{14\times x}{2} = 7x$

• L'inéquation est $7x \leq \frac{3}{4}\times 112$

d'où: $x \leq 12$

Les valeurs possibles sont les réels $x$ tels que: $0 < x \leq 12$

**Exercice 23:**

$$\mathscr{A}_{EBF} = \frac{2\times(10-x)}{2} = 10 - x$$

$$\mathscr{A}_{DCF} = \frac{10\times 8}{2} = 40$$

$$\mathscr{A}_{AED} = \frac{10\times x}{2} = 5x$$

$$\mathscr{A}_{ABCD} = 10\times 10 = 100$$

donc l'aire de la partie en bleu est:

$100 - (5x + (10-x) + 40) = 50 - 4x$

L'inéquation est $50 - 4x \leq \frac{100}{4}$

Les valeurs possibles sont les réels $x$ tels que $0 < x \leq 6,25$

**Exercice 24:**

Resoudre l'inéquation:

$5x - 4 \geqslant 2(x+7)$

donc: $x \geqslant 6$

Donc Hicham a raison.

# 11 Chapitre VECTEURS ET TRANSLATION

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Connaître la notion de vecteur et les opérations sur les vecteurs;<br>• Construire le vecteur somme de deux vecteurs et la multiplication d'un vecteur par un réel (dans les cas simples);<br>• Utiliser l'écriture vectorielle pour exprimer une translation qui transforme un point en un autre point;<br>• Construire les images des figures géométriques par une translation;<br>• Simplifier des expressions vectorielles en utilisant la relation de Chasles;<br>• Utiliser la translation pour résoudre des problèmes. |
| **Pré-requis** | • Vecteurs; égalité de deux vecteurs opposés d'un vecteur; Relation de Chasles,<br>• Parallélogramme;<br>• Translation;<br>• Milieu d'un segment. |
| **Contenu** | • Caractérisation d'un vecteur;<br>• Égalité de deux vecteurs;<br>• Somme de deux vecteurs;<br>• Opposé d'un vecteur;<br>• Milieu d'un segment;<br>• Produit d'un vecteur par un nombre réel;<br>• Translation. |
| **Prolongement** | • Système de deux équations à deux inconnues;<br>• Repère dans le plan;<br>Au lycée:<br>• Repère dans l'espace;<br>• Calcul vectoriel;<br>• Translation; homothétie ; rotation;<br>• Sciences physiques.<br>• Équation de droite;<br>• Fonctions linéaires et fonctions affines;<br>• Statistiques;<br>• Géométrie dans l'espace. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Égalité de deux vecteurs - Somme de deux vecteurs-Relation de Chasles<br>• **Activité 2:** Produit d'un vecteur par un nombre réel<br>• **Activité 3:** Translation et propriétés |
| | **Cours**<br>• Caractérisation d'un vecteur;<br>• Égalité de deux vecteurs;<br>• Somme de deux vecteurs;<br>• Opposé d'un vecteur;<br>• Milieu d'un segment;<br>• Produit d'un vecteur par un nombre réel;<br>• Translation. |
| | **Pour comprendre**<br>• Direction- sens et longueur d'un vecteur;<br>• Construction de vecteur;<br>• Produit d'un vecteur par un réel;<br>• Translation et propriétés. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogiques - Repères didactiques

PDF Compressor Free Version

### • Côté historique et / ou culturel

La première formalisation des vecteurs est le fruit du travail de plusieurs mathématiciens durant la moitié du 19éme siècle. Le mathématicien allemand Bernard Bozaro (1781-1848), publie un livre élémentaire contenant une construction axiomatique de la géométrie.

En physiques les vecteurs sont grandement utilisés, ils permettent de modéliser des grandeurs comme une force, une vitesse, une accélération, une quantité de mouvement, ou un certain champ (électrique, magnétique, gravitationnel...)

### • Côté pédagogique

Le concept «des vecteurs» est très important dans le programme. En effet son importance réside dans le fait de traduire une situation géométrique en une égalité vectorielle, et d'interpréter le parallélisme à l'aide d'une relation vectorielle.

Il est à noter que l'étude du concept en question à été abordée au niveau précédent uniquement dans le cas suivant : multiplier un vecteur par un nombre rationnel (dans des cas simples).

L'objectif de cette notion est de consolider les apprentissages des élèves à savoir :

- Consolider chez l'élève la notion de vecteur en la reliant directement au parallélogramme ;

Développer la notion de multiplication d'un vecteur par un réel, (sachant que le calcul vectoriel sera repris davantage au lycée) ;

- Concernant la translation, son étude exige un approfondissement de ses propriétés géométriques telles que : la conservation des longueurs ; des angles ; de l'alignement et de perpendicularité.

## Partie 2: Gestion des activités

### • Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, si non les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

• **Traitement:**

| **Activité 1 :** Égalité de deux vecteurs-Somme de deux vecteurs-Relation de Chasles | |
|---|---|
| Objectif | Rappeler l'égalité de deux vecteurs - Définir la somme de deux vecteurs. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{GH}$ ; $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MN}$ ; $\overrightarrow{KG}=\overrightarrow{LH}$ ; $\overrightarrow{KG}=\overrightarrow{IE}$<br>2) $\overrightarrow{HJ}$ est un vecteur ayant la même direction et le même sens que $\overrightarrow{AB}$ .<br>3) $\overrightarrow{ND}$ est un vecteur ayant la même direction que $\overrightarrow{AF}$ mais de sens contraire<br>4) a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AG}$<br>b) $\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{ME}$<br>c) $\overrightarrow{FH}+\overrightarrow{HM}=\overrightarrow{FM}$ |
| **Activité 2 :** Produit d'un vecteur par un nombre réel | |
| Objectif | Introduire le produit d'un vecteur par un réel |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) $\overrightarrow{AB}=3.\overrightarrow{AB}$ ; $\overrightarrow{EA}=-2.\overrightarrow{AC}$<br>2) $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{4}\cdot\overrightarrow{AE}$ ; $\overrightarrow{CB}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ |
| **Activité 3 :** Translation et propriétés | |
| Objectif | Mettre en évidence quelques propriétés des translations |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) Figure<br>b) $\overrightarrow{PP'}=\overrightarrow{AB}$ ; $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{NN'}=\overrightarrow{AB}$ donc: $\overrightarrow{PP'}=\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{NN'}$<br>c) $\overrightarrow{PP'}=\overrightarrow{MM'}$ donc $PP'M'M$ est un parallélogramme, donc $(P'M')\,/\!/\,(PM)$<br>$\overrightarrow{PP'}=\overrightarrow{NN'}$ donc $PP'N'N$ , donc $(P'N')\,/\!/\,(PN)$<br>d) Puisque les points $P,M$ et $N$ sont alignés , alors: $(PM)=(PN)$<br>donc $(P'M')\,/\!/\,(P'N')$ et par suite les points $P',M'$ et $N'$ sont alignés.<br>2) a) Figure<br>b) Figure. Puisque $O'K'=OK$ et $OK=3$ , alors $O'K'=3$ |

PDF Éditeur - Free Version

PDF Compressor Free Version

**Exercice 1:**

1) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{AG}$

2) $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{MB}$

3) $\overrightarrow{FH}+\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{FB}$

4) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{AK}$

5) $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{EM}$

Exercice 5:

1) $\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{OI}$ 2) $\overrightarrow{AE}=-2\overrightarrow{OI}$

3) $\overrightarrow{BF}=3\overrightarrow{OI}$ 4) $\overrightarrow{FA}=-7\overrightarrow{OI}$

5) $\overrightarrow{EF}=\frac{9}{4}\overrightarrow{AB}$

**Exercice 8:**

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})+(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})=2\overrightarrow{MI}$

(Car: $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$)

**Exercice 10:**

1)

$$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}$$
$$=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$$

2)

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC}$$
$$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$$

**Exercice 16:**

Sur la figure 1 ; Non

Sur la figure 2: Oui

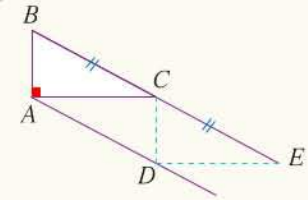
Sur la figure 3: Non

**Exercice 17:**

$$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CJ}$$
$$=-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$$
$$=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

**Exercice 22:**

1) $t(A)=D$




2) $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CE}$ donc $t(C)=E$

3) $\begin{cases} t(AC)=(DE) \\ t(AB)=(DC) \\ (AC)\perp(AB) \end{cases}$

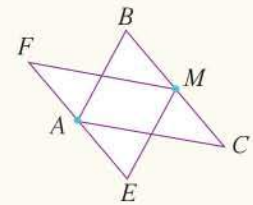
donc: $(DE)\perp(DC)$

**Exercice 25:**

$O$ est le milieu de $[AB]$ et $[DC]$, donc $ACBD$ est un parallélogramme, d'où $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$

**Exercice 27:**

1) a) b) Construction




2) $\overrightarrow{ME}=\overrightarrow{BA}$ donc $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BM}$

$\overrightarrow{MF}=\overrightarrow{CA}$ donc $\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{MC}$

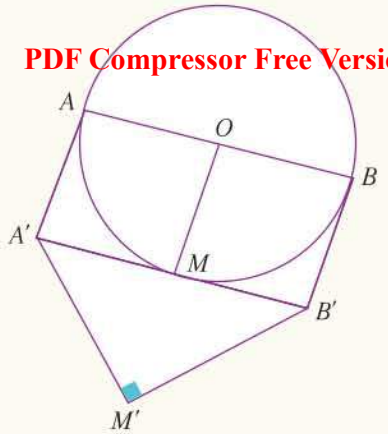
Or $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MC}$ , donc: $\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{AE}$

D'où $A$ milieu de $[EF]$

**Exercice 31:**

1) Construction

PDF Compressor Free Version




2) Le triangle $A'B'M'$ est rectangle en $M'$

3) $\mathscr{A}_{A'B'M'} = \mathscr{A}_{ABM} = \dfrac{AM \times BM}{2}$

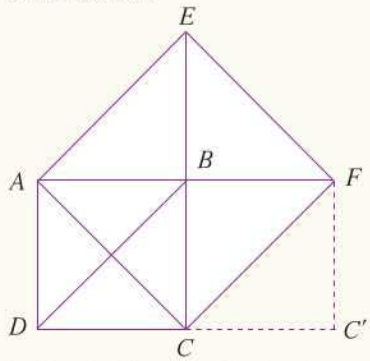
où : $AM = 4$ et

$BM = \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5}$

Donc: $\mathscr{A}_{A'B'M'} = 4\sqrt{5}$

**Exercice 34:**

1) a) Construction




b) $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ , donc : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BF}$

D'où $B$ est le milieu de $[AF]$

c) $T(A) = B$ ; $T(B) = F$

$T(D) = C$ ; $T(C) = C'$

Donc l'image du carré $ABCD$ est le carré $BFC'C$

2) $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CF}$ donc $CAEF$ est un parallélogramme, or $B$ est le milieu de $[AF]$ donc $B$ est le milieu de $[CE]$.

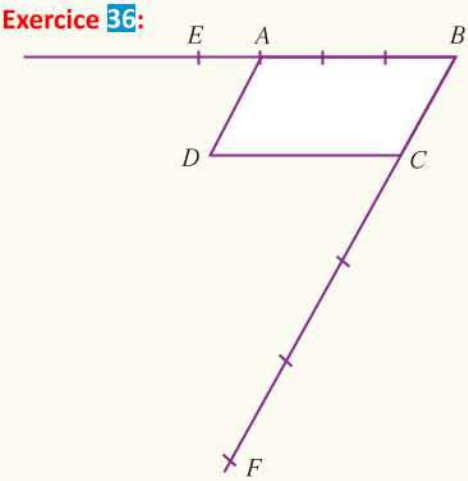
3) • $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CF}$ (car $CAEF$ est un parallélogramme)

Donc $T_1(A) = E$

• $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DC}$ , donc $BFCD$ est un parallélogramme

D'où: $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CF}$ ; d'où $T_1(D) = B$

**Exercice 36:**




1) $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}$

$= \overrightarrow{CB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$

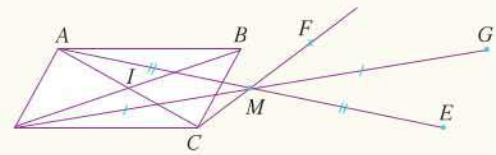
2) $\overrightarrow{FD} = 3\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$

3) $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{3}(3\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{FD}$

D'où: $\overrightarrow{FD} = 3.\overrightarrow{DE}$

**Exercice 38:**

1) Construction




2) $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MG}$

$= \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{DM}$

$= \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IM} = 2\overrightarrow{IM}$

3) $\begin{cases} \overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{IM} \\ \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{IM} \\ \overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{IM} \end{cases}$

PDF Compressor Free Version

Donc: $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CE}$

L'image du triangle $ABC$ par la translation qui transforme $B$ en $G$ est le triangle: $FGE$

**Exercice 40:**

1) a) $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ , donc $T(D) = C$

b) Construction

2) a) $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$ donc:

$\overrightarrow{DM} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC}$

D'où: $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{DC}$

b) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{DC}$ donc $T(B) = M$

3) a) $T([DB]) = [CM]$

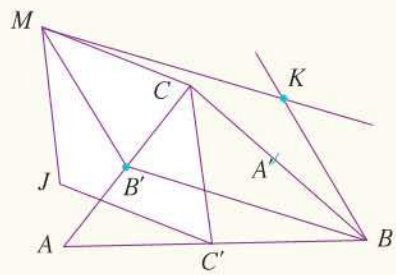
b) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{DC}$ donc $DIJC$ est un parallélogramme.

**Exercice 43:**

1) Construction

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C}$

$= 2\overrightarrow{AA'}$




b) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{BB'}$ , donc :

$\overrightarrow{BB'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

c) De même $\overrightarrow{CC'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

d)

$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$

$= \vec{0}$

2) On a: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$

donc: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{MJ} = \vec{0}$

d'où $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{JK}$

**Exercice 44:**

1) a) $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$

$= 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ}$

$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

$= 2\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

2) a) $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AK}$

$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$

$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

$= -\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{IJ} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

$= -2\left(-\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\right)$

$= -2\overrightarrow{IK}$

Donc les points $I, J$ et $K$ sont alignés.

# 12 Chapitre SYSTÈME DE DEUX ÉQUATIONS À DEUX INCONNUES

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Reconnaître des systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues;<br>• Résoudre des systèmes de deux équations du premier degré en utilisant des méthodes de combinaisons linéaires et de substitution;<br>• Mettre en équations et résoudre un problème conduisant à un système de deux équations du premier degré. ; |
| **Pré-requis** | • Equations;<br>• inéquation;<br>• identités remarquables;<br>• Résolution de problèmes;<br>• Techniques de calculs sur les réels. |
| **Contenu** | • Système de deux équations du premier degré à deux inconnues;<br>• Méthodes de résolution d'un système de deux équations à deux inconnues. |
| **Prolongement** | • Équations et Inéquations à deux ou plusieurs inconnues;<br>• Repère dans le plan; Équation de droite; (Intersection de deux droites<br>• Fonctions linéaires et fonctions affines;<br>• Statistiques;<br>• Géométrie analytique dans l'espace;<br>• Système linéaire. |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Plan de leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Système de deux équations du premier degré à deux inconnues<br>• **Activité 2:** Méthodes de résolution |
| | **Cours**<br>• Système de deux équations du premier degré à deux inconnues :<br>• Méthodes de résolution d'un système de deux équations à deux inconnues:<br>- Méthode de combinaison linéaire<br>- Méthode de substitution |
| | **Pour comprendre**<br>• Méthode de résolution par substitution;<br>• Méthode de résolution par combinaison linéaire;<br>• Résolution de problèmes. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

PDF Compressor Free Version

• **Côté historique et / ou culturel**

**Abu'l-wafa**

Muhamed Abu'l-wafa Ibn Yahya Ibn Ismaïl al Bujazni- Perse (940 ; 998)

Abu'l-wafa est né en 940 à Buzjan dans la région de Khorasan. Ce sont ses oncles passionnés par les mathématiques qui l'initieront à cette discipline.

A l'age de vingt ans, il part pour Bagdad (capitale de la science) qu'il ne quittera plus.

En se livrant à des observations astronomiques, Abu'l-wafa précise en particulier les différents mouvements de la lune.

Dans son Almageste, il présente des travaux portant sur la trigonométrie plane et sphérique. Il corrige les tables de ses prédécesseurs et en apporte de nouvelles.

Il conçoit une méthode novatrice qui lui permet d'établir des tables de sinus. La valeur de sin (30°) est connue avec une précision de 8 positions décimales d'aujourd'hui (la notation que nous connaissons n'était pas encore en vigueur à cette époque).

Abu'l-wafa développe également la notion de tangente et de cotangente et en établit les tables. Il est le premier à définir la sécante et la cosécante.

Il découvre encore les premières relations entre les fonctions trigonométriques utiles pour les progrès des recherches astronomiques.

Abu'l-wafa s'intéresse aussi à d'autres concepts de la géométrie. Il étudie en particulier les coniques et décrit des constructions à la règle et au compas.

Il expose des méthodes de constuctions de paraboles point par point, des constructions d'angles droits, des trisections approximatives d'angles, différents moyens d'inscrire des polygones dans un cercle donné.

Abu'l-wafa aurait également commenté les travaux d'Euclide d'Alexandrie (320? ;-260 ?) de Diophante d'Alexandrie (III$^{ème}$ siècle de notre ère) et de Mohammed al Khwarizmi (780 ; 850), mais ses écrits ont été perdus.

Notons enfin qu' Abu'l-wafa est le premier mathématicien à considérer les fractions comme des nombres.

**Liens :**

• Imago Mundi Une biographie d' Abu'l-wafa

• **Côté pédagogique**

Depuis le primaire l'élève apprend à résoudre des problèmes tels que la détermination deux nombres entiers consécutifs dont la somme et donnée,... mais sans utiliser la notion

de système.

Ainsi ce chapitre est d'ordre structurel par la terminologie, ce qui n'est pas le cas du point de vue situations ; donc l'enseignant(e) ne trouvera pas de difficultés à aborder ce chapitre en utilisant des situations de la vie courante.

PDF Compressor Free Version

Ainsi, ce chapitre fait l'objet de conjonction de deux équations.

## Partie 2: Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

**• Traitement:**

| **Activité 1 :** Système de deux équations du premier degré à deux inconnues | |
|---|---|
| Objectif | Reconnaitre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues |
| Type de travail | Travail individuel ou en petits groupes |
| Solution proposée | 1) • L'achat de Nora se traduit par l'écriture : $6x + 5y = 570$<br>• L'achat d'Omar se traduit par : $3x + 7y = 555$<br>2) Les égalités (1) et (2) sont vérifiées pour :<br>$x = 45$ et $y = 60$ |
| **Activité 2 :** Méthodes de résolution | |
| Objectif | Résoudre un système par deux méthodes (Combinaison linéaire et par substituton) |
| Type de travail | Travail individuel, puis concertation avec les autres élèves. |
| Solution proposée | • Par combinaison linéaire :<br>$\begin{cases} 6x + 5y = 570 & (1) \\ -6x - 14y = -1110 & \times(-2) \end{cases}$<br>en additionnant; on obtient : $-9y = -540$<br>on obtient : $y = 72$<br>On multiplie (1) par +7 et en multipliant l'équation (2) par-5 et en additionnant; on obtient : $27x = 1215$ ; d'où : $x = 45$<br>• Par substitution :<br>On retrouve : $x = 45$ et $y = 60$ |

PDF Compressor Free Version

**Exercice 1:**

a) Le seul couple solution de $E$ est : $(-15;-10)$.

b) On trouve : $a = 8$

**Exercice 2:**

Déterminons a: le couple $(a+1;4)$ est solution de l'équation $4x-5y=12$

signifie que: $4(a+1)-5\times 1=12$

signifie que: $4a-1=12$

signifie que: $a=\frac{13}{4}$

**Exercice 3:**

Le périmètre est: $2(x+y)=54$

ou encore: $x+y=27$

**Exercice 5:**

On remplace $x$ par 2 et $y$ par 3, puis on vérifie le système proposé.

**Exercice 6:**

$(1;a)$ est une solution du système:

$$\begin{cases}2x+5y=7\\5x-3y=8\end{cases}$$

signifie que: $\begin{cases}2+5a=7\\5-3a=8\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}a=1\\a=-1\end{cases}$

On n'a pas trouvé la même valeur de $a$, donc il n'existe aucun réel «a» tel que le couple $(1;a)$ soit solution du système.

**Exercice 7:**

• Résolvons le système:

$$(S):\begin{cases}3x=6\\5x-3y=12\end{cases}$$

On a: $\begin{cases}x=\frac{6}{3}=2\\5\times 2-3y=12\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}x=2\\3y=-2\end{cases}$

donc: $\begin{cases}x=2\\y=-\frac{2}{3}\end{cases}$

D'où le couple $\left(2;-\frac{2}{3}\right)$ est la solution du système $(S)$

• Résolvons le système:

$$(S'):\begin{cases}y=1=0\\2x+3y=9\end{cases}$$

On a: $\begin{cases}y=1\\2x+3=9\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}y=1\\x=3\end{cases}$

Donc le couple $(3;1)$ est la solution du système $(S')$

**Exercice 11:**

• Résolvons le système:

(1) $\begin{cases}4x-y=13\,(1)\\\frac{7}{3}x+y=8\,(2)\end{cases}$

1) signifie que: $\begin{cases}4x-y=13\,(1)\\3x+\frac{7}{3}x=21\,(2)\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}y=4x-13\\16x=63\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}x=\frac{63}{16}\\y=\frac{63}{4}-13=\frac{11}{4}\end{cases}$

Donc $\left(\frac{63}{16};\frac{11}{4}\right)$ est la solution du système (1)

• Résolvons le système:

(2) $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x - y = 11 \end{cases}$

PDF Compressor Free Version

(2) signifie que: $\begin{cases} x = 2y + 4 \\ 2(2y + 4) - y = 1 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x = 2y + 4 \\ 3y = 3 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$

Donc le couple $(6;1)$ est la solution système (2)

**Exercice 14:**

1) $\left(\frac{25}{2};10\right)$ ; (3) ; $(-16;-25)$

2) $\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3}\right)$ ; (4) impossible

**Exercice 16:**

Déterminons les deux réels $x$ et $y$ tels que: $(S)$: $\begin{cases} x + y = 21\,(1) \\ x - y = 19\,(2) \end{cases}$

$(S)$ signifie que: $\begin{cases} 2x = 40 & (1)+(2) \\ 2y = 2 & (1)-(2) \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x = 20 \\ y = 1 \end{cases}$

**Exercice 21:**

$(S)$ : le couple solution est : $(1;2)$

$(S')$ : le couple solution est :

$\left(-\frac{1}{2};-\frac{5}{2}\right)$

**Exercice 22:**

Le prix d'un cahier est $x = 10dh$

Le prix d'un stylo est $y = 2dh$

**Exercice 23:**

a) $(40;22)$ b) $\left(\frac{4}{3};4\right)$

**Exercice 26:**

a) Résolvons le système:

$(S)$: $\begin{cases} x + 2y = 90 \\ 3x + y = 195 \end{cases}$

$(S)$ signifie que:

$\begin{cases} x = 90 - 2y \\ 3(90 - 2y) + y = 195 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x = 90 - 2y \\ -5y = -75 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x = 60 \\ y = 15 \end{cases}$

Donc $(60;15)$ est la solution du système $(S)$

b) Soit $x$ la consommation d'un tube de néon et $y$ la consommation d'une ampoule de basse consommation.

- La consommation dans la salle de bain est: $x + 2y = 90$
- La consommation dans la cuisine est: $3x + y = 195$

Au total, la consommation est:

$\begin{cases} x + 2y = 90 \\ 3x + y = 195 \end{cases}$

D'après la question a) on a:

$x = 60watts$ et $y = 15watts$

c) Les ampoules consomment moins que les tubes de néon.

**Exercice 28:**

Soit $x$ l'âge actuel de Ali et $y$ l'âge actuel d'Omar.

$\begin{cases} x = 3y \quad (1) \\ (x + 15) = 2(y + 15) \quad (2) \end{cases}$

Substituer la valeur $x$ dans l'équation (2).

$3y + 15 = 2(y + 15)$

On trouve $y = 15$ et $x = 3y = 45$

Une solution possible est :

$(x;y)=(45;15)$

PDF Compressor Free Version

Vérifions la solution :

$$\begin{cases}45=3\times 15\\45+15=2(15+15)\end{cases}$$

c'est-à-dire : $\begin{cases}45=45\\60=60\end{cases}$

**Exercice 30:**

$$\begin{cases}x+y=65\\2x+\frac{y}{2}=100\end{cases}$$

On trouve $x=45$ et $y=20$

**Exercice 31:**

Soit $x$ le prix de la première séance et $y$ le prix de la deuxième séance

1) Le système suivant traduit les données du problème: $(S)$: $\begin{cases}3x+2y=280\\2x+3y=270\end{cases}$

2) Résolvons le système $(S)$:

$(S)$ signifie que:

$$\begin{matrix}\times 2\\\times 3\end{matrix}\begin{cases}6x+4y=560 & (1)\\6x+9y=810 & (2)\end{cases}$$

signifie que:

$(2)-(-1)$ $\begin{cases}3x+2y=280\\5y=250\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}x=60\\y=50\end{cases}$

$(60,50)$ est la solution du système $(S)$

3) Déduction:

Le prix de la première séance est 60DH et le prix de la deuxième séance est 50DH

**Exercice 35:**

Soit $g$ le nombre de garçons et $f$ le nombre de filles dans cette classe.

D'après les données du problème , on doit résoudre le système suivant:

$(S)$: $\begin{cases}g+f=36\\g=\frac{1}{3}f\end{cases}$

Donc: $(S)$: $\begin{cases}\frac{1}{3}f+f=36\\g=\frac{1}{3}f\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}g=\frac{1}{3}f\\4f=108\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}g=\frac{1}{3}f\\f=\frac{108}{4}=27\end{cases}$

donc: $f=27$ et $g=9$

**Exercice 36:**

1) Résolvons le système suivant:

$(S)$ $\begin{cases}2x+y=1 & (1)\\3x+y=5 & (2)\end{cases}$

$(S)$ signifie que: $\begin{cases}2x+y=1\\x=4 & ((2)-(1))\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}x=4\\y=-7\end{cases}$

Donc $(4;-7)$ est la solution du système

2) a) $(S_1)$ $\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1\\\frac{3}{x}+\frac{1}{y}=4\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}2\left(\frac{1}{x}\right)+\left(\frac{1}{y}\right)=1\\3\left(\frac{1}{x}\right)+\left(\frac{1}{y}\right)=4\end{cases}$

D'après 1) on déduit que:

$\frac{1}{x}=4$ et $\frac{1}{y}=-7$

donc: $x=\frac{1}{4}$ et $y=-\frac{1}{7}$

D'où: $\left(\frac{1}{4};-\frac{1}{7}\right)$ est la solution du système $(S_1)$

b) $(S_2)$: $\begin{cases} 2x^2 + y = 0 \\ 3x^2 + y = 4 \end{cases}$ signifie que:

PDF Compressor Free Version

$$\begin{cases} 2x^2 + (y+1) = 1 \\ 3x^2 + (y+1) = 5 \end{cases}$$

D'après 1) on déduit que:

$(x^2 = 4)$ et $(y + 1 = -7)$

signifie que: $(x = 2$ ou $x = -2)$ et $(y = -8)$

Donc $(2; -8)$ et $(-2; -8)$ sont les solutions du système $(S_2)$

**Exercice 39:**

Soit $x$ le nombre de billets de 100dh et $y$ le nombre de billets de 50dh, d'après les données du problème, on a:

$(S)$: $\begin{cases} 100x + 50y = 4400 \\ x = y + 8 \end{cases}$

$(S)$ signifie que:

$\begin{cases} x = y + 8 \\ 100y + 800 + 50y = 4400 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x = y + 8 \\ 150y = 3600 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x = 32 \\ y = 24 \end{cases}$

**Exercice 45:**

On pose: $BE = x$ et $BF = y$

- On a: $A_{AED} = \dfrac{AE \times AD}{2} = \dfrac{(51 - x) \times 30}{2}$

Donc: $A_{AED} = 15(51 - x) = 765 - 15x$

- On a:

$$A_{DFC} = \frac{51 \times (30 - y)}{2} = 25,5(30 - y)$$
$$= 765 - 25,5y$$

- On a:

$$\mathscr{A}_{DEBF} = (BC \times CD) - (\mathscr{A}_{AED} + \mathscr{A}_{DFC})$$
$$= 1530 - (765 - 15x + 765 - 25,5y)$$
$$= 15x + 25,5y$$

Donc: $\mathscr{A}_{DEBF} = 15x + 25,5y$

D'où d'après les données du problème , on doit résoudre le système suivant:

$(S)$: $\begin{cases} 15x + 25,5y = 765 - 15x \\ 15x + 25,5y = 762 - 25,5y \end{cases}$

$(S)$ signifie que: $\begin{cases} 30x + 25,5y = 765 \\ 15x + 51y = 765 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} 30x + 25,5y = 765 \\ 30x + 102y = 1530 \end{cases}$

Signifie que: $\begin{cases} 30x + 25,5y = 765 \\ 76,5y = 765 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x = 17 \\ y = 10 \end{cases}$

Donc: $BE = 17$ et $BF = 10$

**Exercice 49:**

Soit $x$ le nombre des hommes et $y$ le nombre des femmes dans le bus, d'après les données du problème, on doit résoudre le système:

$(S)$: $\begin{cases} x = 2y \\ y + 6 = 2(x - 6) \end{cases}$

$(S)$ signifie que: $\begin{cases} x = 2y \\ y + 6 = 2(2y - 6) \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x = 2y \\ y + 6 = 4y - 12 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x = 2y \\ 3y = 18 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x = 12 \\ y = 6 \end{cases}$

Au départ, il y avait 12 hommes et 6 femmes.

# 13 Chapitre REPÈRE DANS LE PLAN

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Reconnaître les coordonnées d'un point dans un repère;<br>• Reconnaître les coordonnées d'un vecteur;<br>• Reconnaître et utiliser les coordonnées du milieu d'un segment, de la somme de deux vecteurs, et la multiplication d'un vecteur par un réel.<br>• Calculer la distance entre deux points et l'utiliser dans différentes situations;<br>• Résoudre des problèmes en utilisant le repère et les coordonnées. |
| **Pré-requis** | • Repère dans le plan;<br>• Vecteurs, translation;<br>• Milieu d'un segment;<br>• Parallélogramme;<br>• Théorème de Pythagore;<br>• Racine carrée;<br>• Techniques de calcul. |
| **Contenu** | • Coordonnées d'un point dans un repère;<br>• Coordonnées d'un vecteur;<br>• Égalité de deux vecteurs- Somme de deux vecteurs;<br>• Coordonnées du milieu d'un segment;<br>• Distance entre deux points. |
| **Prolongement** | • Équation d'une droite;<br>• Fonctions linéaires et fonctions affines;<br>• Statistiques;<br>• Géométrie dans l'espace;<br>• Repère dans l'espace:<br>• Calcul vectoriel;<br>• Transformation usuelles;<br>• Sciences physiques;<br>• SVT et Géographie. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |
| **Plan de la leçon** | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Coordonnées d'un point dans un repère<br>• **Activité 2:** Coordonnées d'un vecteur<br>• **Activité 3:** Coordonnées d'un vecteur- Milieu d'un segment<br>• **Activité 4:** Distance entre deux points dans un repère orthonormé |
| | **Cours**<br>• Coordonnées d'un point dans un repère;<br>• Coordonnées d'un vecteur;<br>• Égalité de deux vecteurs- Somme de deux vecteurs;<br>• Coordonnées du milieu d'un segment;<br>• Distance entre deux points. |
| | **Pour comprendre**<br>• Méthode de résolution par substitution;<br>• Méthode de résolution par combinaison linéaire;<br>• Résolution de problèmes. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

PDF Compressor Free Version

• Côté historique et / ou culturel

**Repérage : GPS**

Le GPS (Global Positioning System) est un système de positionnement par satellites. Le GPS a connu un grand succès dans de nombreux domaines: navigation maritime, circulation routière, randonnées,...

La photo ci-contre montre un GPS à bord d'une voiture.

**La météo et les meilleures performances**

L'effet de la météo sur les performances a été sujet de plusieurs études internationales.

Selon une étude, l'impact du vent est assez bien caractérisé: en sprint (100m, 200m et 110m haies), une vitesse de vent de 2 mètres par seconde permet un gain de temps compris entre 1 et 2 dixièmes de seconde.

Dans le tableau ci-dessous, sont enregistrées les meilleures performances hommes au 100m vitesse (jusqu'à 29 juin 2012). La colonne «vent» donne la vitesse du vent au cours de la course, le signe (+ou-) précise si le vent est favorable à l'athlète ou s'il est défavorable.

| Hommes | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Temps | | Vent | Athlète | Lieu | Date |
| 1 | 9 s 58 | + 0,9 | Sain Bolt | Berlin | 16 août 2009 |
| 2 | 9 s 69 | nul | Sain Bolt | Pékin | |
| | | + 0,9 | Tyson Gay | Shanghai | 20 septembre 2009 |
| 4 | 9 s 71 | + 0,9 | Tyson Gay | Berlin | 16 août 2009 |
| 5 | 9 s 72 | + 1,7 | Sain Bolt | New York | 31 mai 2008 |
| | | + 0,2 | Asafa Powell | Lausanne | 2 septembre 2008 |
| 7 | 9 s 74 | + 1,7 | Asafa Powell | Reiti | 9 septembre 2007 |
| 8 | 9 s 75 | + 1,1 | Yohan Blake | Kingston | 29 juin 2012 |
| 9 | 9 s 76 | + 1,8 | Sain Bolt | Kingston | 3 mai 2008 |
| | | + 1,3 | Sain Bolt | Bruxelles | 16 septembre 2011 |
| | | - 0,1 | Sain Bolt | Rome | 31 mai 2012 |

• **Côté pédagogique**

PDF Compressor Free Version

La réintroduction du concept de coordonnées d'un point se fait dans le cadre du soutien et du renforcement des acquis des élèves, ainsi que la mise en place de la géométrie analytique.

On considère que le repérage d'un point, et les notions qui lui sont associées telles que : l'abscisse et l'ordonné, la représentation d'un point et la lecture de ses coordonnées dans un repère, sont parmi les acquis des élèves qu'il faut enrichir tout en la reliant au repère orthonormé .

En ce qui concerne le domaine d'extension et d'expansion, il faut mettre l'accent sur:

- La représentation des coordonnées d'un vecteur;
- La représentation des coordonnées du milieu d'un segment;
- La distance entre deux points en utilisant leurs coordonnées;
- Le traitement analytique d'un certain nombre de situations géométriques.

## Partie 2: Gestion des activités

• **Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

• **Traitement:**

| **Activité 1 :** Coordonnées d'un point dans un repère | |
|---|---|
| Objectif | Reconnaître les coordonnées d'un point dans un repère |
| Type de travail | Individuel; puis concertation collective des résultats |
| Solution proposée | 1) Le premier repère est orthonormé car $(OI)\perp(OJ)$ et $OI = OJ =$ (une unité)<br>et le second est orthogonal $(OI)\perp(OJ)$ et $OI \neq OJ$<br>2) |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $O,(0;0)$ | $I(1;0)$ | $J(0;1)$ | $A(2;1)$ | $B(-2;3)$ | $C(3;0)$ | repère 1 |
| $O,(0;0)$ | $I(1;0)$ | $J(0;1)$ | $A\left(2;\frac{1}{2}\right)$ | $B\left(2;\frac{3}{2}\right)$ | $C(3;0)$ | repère 2 |

| **Activité 2 :** Coordonnées d'un vecteur | |
|---|---|
| Objectif | Reconnaître les coordonnées d'un vecteur |
| Type de travail | Individuel ou en petits groupes |
| Solution proposée | 1) $\overrightarrow{CD}(2;-2)$ ; $\overrightarrow{OD}(4;1)$ ; $\overrightarrow{OA}(1;-3)$ ; $\overrightarrow{BA}(-3;-2)$ et $\overrightarrow{CA}(-1;-6)$<br>2) On placera le point $G$ tel que $\overrightarrow{EG}(2;-1)$<br>à partir de $E$ on se déplace de 2 unités à droite (horizontalement) puis on descend d'une unité (verticalement) ; ainsi on obtient le point $G$ |
| **Activité 3 :** Coordonnées d'un vecteur - Milieu d'un segment | |
| Objectif | Reconnaître et utiliser les coordonnées d'un vecteur et les coordonnées d'un milieu |
| Type de travail | Individuel ou en binômes |
| Solution proposée | 1) b) $\overrightarrow{AB}(4;1)=\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;y_B-y_A)$<br>2) $\overrightarrow{PQ}(3;-4)$<br>3) a) $D(7;3)$ et $\overrightarrow{CD}(4;1)$<br>4) on vérifie que: $K(5;3)$ |
| **Activité 4 :** Distance entre deux points dans un repère orthonormé | |
| Objectif | Calculer et utiliser la distance entre deux points |
| Type de travail | Individuel ou en petits groupes |
| Solution proposée | 1) Les points $A$ et $C$ sont sur une même droite parallèle à $(OI)$ on trouve<br>$AC^2=(xC-xA)^2$ et $x_C=x_B$<br>De même les points $B$ et $C$ sont sur une même droite parallèle à $(OJ)$<br>on trouve $BC^2=(y_B-y_C)^2=(y_B-y_A)^2$ car $y_A=y_C$<br>2) En utilisant le théorème Phytagore on trouve $AB^2=AC^2+BC^2$<br>d'où $AB=\sqrt{(y_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ |

PDF Compressor Free Version

PDF Compressor Free Version

**Exercice 1:**

On trouve par exemple:

$\overrightarrow{AB}(0;3)$ ; $\overrightarrow{BC}(2;-1)$ ; $\overrightarrow{CD}(1;2)$

**Exercice 4:**

1) $P(0;3\sqrt{2})$

2) $P\left(\frac{3}{4};\frac{7}{8}\right)$

3) $P(0;0)$

4) $P\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

**Exercice 5:**

On pose : $B(x_B\,;y_B)$

1) On a : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$

c'est-à-dire : $\overrightarrow{AB}(x_B-7\,;y_B-0)$

et on a : $\overrightarrow{AB}(-3;3)$

Donc : $x_B-7=-3$ et $y_B=5$

D'où : $x_B=4$ et $y_B=5$

Ainsi : $B(4;5)$

**Exercice 6:**

1) $AB=\sqrt{13}$

2) $AB=\sqrt{2}$

3) $AB=\sqrt{33}$

**Exercice 7:**

1- D'après le graphique, on a :

$A(1;2)$ ; $B(3;3)$ ; $C(3;0)$ et $D(-2;1)$

2- On a :

• $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$ c'est-à-dire :

$\overrightarrow{AB}(3-1;3-2)$

Donc $\overrightarrow{AB}(2;1)$

• $\overrightarrow{AC}(x_C-x_A\,;y_C-y_A)$ c'est-à-dire :

$\overrightarrow{AC}(3-1;0-2)$

donc $\overrightarrow{AC}(2;-2)$

• $\overrightarrow{BD}(x_D-x_B\,;y_D-y_B)$ c'est-à-dire :

$\overrightarrow{BD}(-2-3\,;1-3)$

donc $\overrightarrow{BD}(-5;-2)$

3) Calculons les distances:

$AB=\sqrt{(2)^2+(1)^2}=\sqrt{5}$

$AC=\sqrt{(2)^2+(-2)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$BD=\sqrt{(-5)^2+(-2)^2}=\sqrt{29}$

**Exercice 8:**

$$\begin{cases} x_B=\dfrac{x_A+x_K}{2} \\ y_B=\dfrac{y_A+y_K}{2} \end{cases};$$

on trouve $K(-3;-9)$

**Exercice 9:**

1) Coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{NP}$ :

• On a : $\overrightarrow{MN}(x_N-x_M\,;y_N-y_M)$

c'est-à-dire $\overrightarrow{MN}(2-1\,;-1-3)$

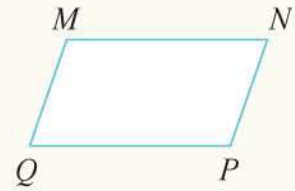
Donc : $\overrightarrow{MN}(1;-4)$

• On a : $\overrightarrow{NP}(x_P-x_N\,;y_P-y_N)$

c'est-à-dire : $\overrightarrow{NP}(-1-2\,;2+1)$

Donc : $\overrightarrow{NP}(-3;3)$

2) On pose : $Q(x_Q;y_Q)$




$MNPQ$ est un parallélogramme signifie que : $\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{NP}$

On a : $\overrightarrow{MQ}(x_Q-1;y_Q-3)$ et $\overrightarrow{NP}(-3;3)$

donc : $x_Q - 1 = -3$ et $y_Q - 3 = 3$

D'où : $x_Q = -2$ et $y_Q = 6$

PDF Compressor Free Version

Ainsi $Q(-2;6)$

**Exercice 10:**

1) $\begin{cases} OA = OB = \sqrt{10} \\ AB^2 = OA^2 + OB^2 \end{cases}$

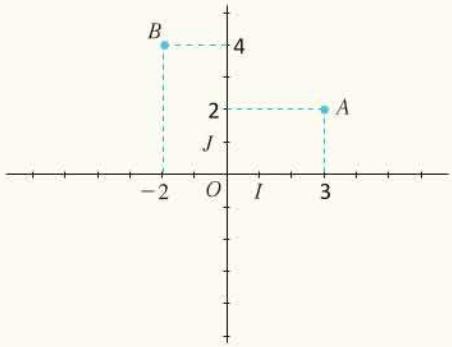
Le triangle $OAB$ est rectangle en $O$

2) On trouve $C(-4;2)$

Remarquer que: $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB}$

**Exercice 12:**

1) On a : $A(3;2)$ et $B(-2;4)$




2) • On a : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;\, y_B - y_A)$

c'est-à-dire : $\overrightarrow{AB}(-2-3;4-2)$

Donc : $\overrightarrow{AB}(-5\,;2)$

• On a : $AB = \sqrt{(-5)^2 + (2)^2} = \sqrt{29}$

3) $E$ milieu du segment $(AB)$ signifie que : $E\left(\frac{x_A + x_B}{2}\,;\,\frac{y_A + y_B}{2}\right)$

donc : $E\left(\frac{3-2}{2}\,;\,\frac{2+4}{2}\right)$

D'où : $E\left(\frac{1}{2};3\right)$

**Exercice 14:**

On pose $M(x;y)$

On a : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM}$

signifie que : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA}$

signifie que : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{MB}$

On a : $\overrightarrow{OM}(x;y)$ et $\overrightarrow{MB}(-2-x\,;1-y)$

donc : $x = -2 - x$ et $y = 1 - y$

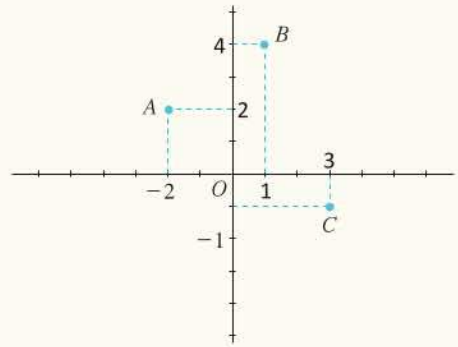
c'est-à-dire : $2x = -2$ et $2y = 1$

Donc : $x = -1$ et $y = \frac{1}{2}$

D'où : $M(-1;\frac{1}{2})$

**Exercice 21:**

1- On a : $A(-2;2)$ ; $B(1;4)$ et $C(3;-1)$




2) • On a : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;\, y_B - y_A)$

c'est-à-dire : $\overrightarrow{AB}(1+2\,;4-2)$

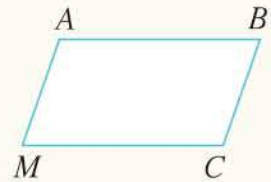
Donc : $\overrightarrow{AB}(3\,;2)$

• On a : $\overrightarrow{BC}(x_C - x_B\,;\, y_C - y_B)$

c'est-à-dire : $\overrightarrow{BC}(3-1;-1-4)$

Donc : $\overrightarrow{BC}(2\,;-5)$

3) On pose $M(x\,;y)$




$ABCM$ est un parallélogramme signifie que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$

On a : $\overrightarrow{AM} = (x+2;y-2)$ et $\overrightarrow{BC}(2;-5)$

Donc : $x + 2 = 2$ et $y - 2 = -5$

d'où $x = 0$ et $y = -3$

Ainsi $M(0;-3)$

PDF Compressor Free Version

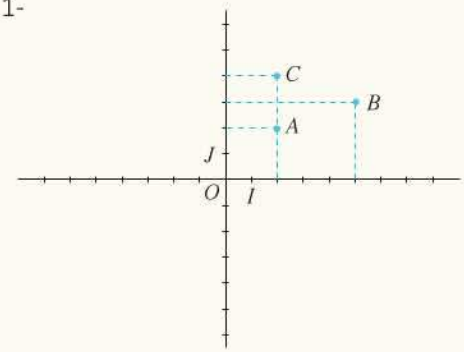
4) $E$ est le milieu du segment $[AB]$ signifie que : $\frac{x_A+x_B}{2}=x$ et $\frac{y_A+y_B}{2}=y$

Donc : $x=\frac{-1}{2}$ et $y=3$

D'où : $E\left(-\frac{1}{2};3\right)$

**Exercice 22:**

1-




2- On a : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$

c'est-à-dire : $\overrightarrow{AB}(5-2\,;3-2)$

Donc : $\overrightarrow{AB}(3;1)$

b) Distance $AB$ :

On a : $AB=\sqrt{(3)^2+(1)^2}=\sqrt{10}$

3) Montrons que le triangle $ABC$ est isocèle en $B$, pour cela,

calculons $BC$ :

$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$$
$$=\sqrt{(2-5)^2+(4-3)^2}=\sqrt{10}$$

donc : $BA=BC$ d'où le triangle $ABC$ est isocèle en $B$.

**Exercice 26:**

1) Montrons que $ABCD$ est un parallélogramme :

On a : $\overrightarrow{AB}(2+2\,;6-5)$ et $\overrightarrow{DC}(7-3\,;5-4)$

donc : $\overrightarrow{AB}(4;1)$ et $\overrightarrow{DC}(4;1)$

d'où : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ et par suite $ABCD$ est un parallélogramme.

2) $k$ le centre du parallélogramme $ABCD$ est le milieu du segment $[AC]$,

donc : $x_k=\frac{x_A+x_C}{2}$ et $y_x=\frac{y_A+y_C}{2}$

d'où : $k\left(\frac{5}{2};5\right)$

3) On pose $E(x\,;y)$

$E$ est l'image du point $D$ par la translation qui transforme $A$ en $C$ signifie que : $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AC}$

On a : $\overrightarrow{DE}=(x-3\,;y-4)$ et $\overrightarrow{AC}(9;0)$

donc : $x-3=9$ et $y-4=0$

d'où : $x=12$ et $y=4$

Ainsi : $E(12\,;4)$

**Exercice 30:**

Montrons que le point $B$ est sur le cercle de diamètre $[AC]$

- Le centre du cercle est le milieu du segment $[AC]$. Soit $E$ ce centre

On a : $E\left(\frac{x_A+x_C}{2}\,;\frac{y_A+y_C}{2}\right)$

donc: $E(4\,;4)$

Le rayon du cercle est : $EA$

Donc :

$$EA=\sqrt{(3-4)^2+(2-4)^2}=\sqrt{5}$$

et on a :

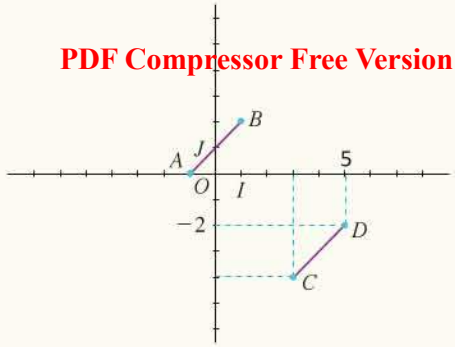
$$EB=\sqrt{(6-4)^2+(3-4)^2}=\sqrt{5}$$

d'où $B$ appartient au cercle de diamètre $[AC]$

**Exercice 31:**

1)

PDF Compressor Free Version




2) On a :

- $AB = \sqrt{(1+1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{8}$
- $AC = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{32}$
- $BC = \sqrt{(3-1)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{40}$

3) On a : $BC^2 = 40$ et

$AB^2 + AC^2 = 40$

D'après le théorème réciproque du théorème de Pythagore, le triangle $ABC$ est rectangle en $A$.

4) Voir figure

5) $CDBA$ est un rectangle

**Exercice 34:**

1) Calculons les distances $TA$ et $TH$

- $TA = \sqrt{(-5+2)^2 + (2+2)^2} = 5$
- $TH = \sqrt{(3+2)^2 + (-2+2)^2} = 5$

On a : $TH = TA$ donc le triangle $TAH$ est isocèle en $T$

2) a) Puisque le triangle $TAH$ est isocèle en $T$ et $M$ est le milieu du segment $[AH]$ alors $(TM)$ est la médiatrice du segment $[AH]$

b) On a : $M\left(\frac{x_A + x_H}{2} ; \frac{y_A + y_H}{2}\right)$

donc: $M(-1;0)$

3) a) Dans le triangle $ASH$, on a :

- $M$ est le milieu de $[AH]$
- $T$ est le milieu de $[AS]$

donc d'après le théorème des milieux :

$(TM) \parallel (SH)$

Puisque : $(TM) \perp (AH)$ alors

$(SH) \perp (AH)$, d'où le triangle $ASH$ est rectangle en $AH$.

b) Le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse $[AS]$ c'est-à-dire le point $T$, et le rayon du cercle est la distance $TH$.

**Exercice 37:**

Montrons que le triangle $ABC$ est rectangle.

On a : $AB = \sqrt{(15+2)^2 + 0} = 17$

$AC = \sqrt{(11+2)^2 + (2\sqrt{13})^2} = \sqrt{221}$

$BC = \sqrt{(11-15)^2 + (2\sqrt{13})^2} = \sqrt{68}$

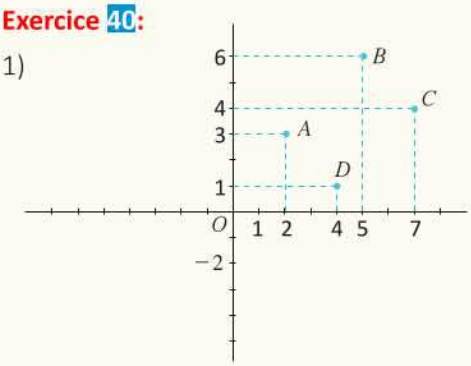
On a : $AB^2 = 289$

et $BC^2 + AC^2 = 221 + 68 = 289$

Donc : $AB^2 = BC^2 + AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle $ABC$ est rectangle en $C$.

**Exercice 40:**

1)




2) On a : $\overrightarrow{AB}(5-2 ; 6-3)$

donc $\overrightarrow{AB}(3;3)$

et on a : $\overrightarrow{DC}(7-4 ; 4-1)$

donc : $\overrightarrow{DC}(3;3)$

Puisque $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors $ABCD$ est un parallélogramme

3)

PDF Compressor Free Version

$AC = \sqrt{(7-2)^2+(4-3)^2} = \sqrt{25+1}$

$= \sqrt{26}$

et $BD = \sqrt{(4-5)^2+(1-6)^2}$

$= \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$

4) Puisque $ABCD$ est un parallélogramme dont les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ sont de même longueur alors $ABCD$ est un rectangle.

**Exercice 47:**

1) $I$ est le milieu du segment $[AB]$ signifie que : $\frac{x_A+x_B}{2}=1$ et $\frac{y_A+y_B}{2}=0$

c'est-à-dire : $\frac{\frac{1}{2}+x}{2}=1$ et $\frac{y-\frac{1}{3}}{2}=0$

donc : $x=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ et $y=\frac{1}{3}$

d'où : $A\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$ et $B\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{3}\right)$

2) $B$ est l'image du point $A$ par la translation qui transforme $I$ en $J$ signifie que :

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{IJ}$

On a : $\overrightarrow{AB}\left(x-\frac{1}{2};-\frac{1}{3}-y\right)$ et

$\overrightarrow{IJ}(-1;1)$

Donc : $x-\frac{1}{2}=-1$ et $-\frac{1}{3}-y=1$

D'où : $x=-\frac{1}{2}$ et $y=-\frac{4}{3}$

On a : $\overrightarrow{OI}(1;0)$ et $\overrightarrow{OJ}(0;1)$

donc $\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OJ}(1;1)$

et on a : $\overrightarrow{AB}\left(x-\frac{1}{2},-\frac{1}{3}-y\right)$

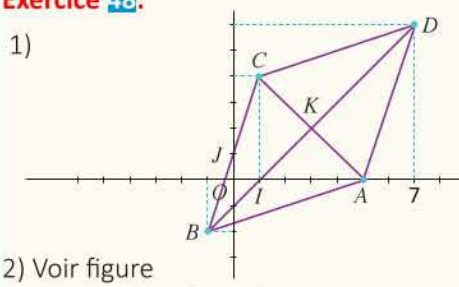
D'où : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OJ}$

signifie que : $x-\frac{1}{2}=1$ et $-\frac{1}{3}-y=1$

donc : $x=\frac{3}{2}$ et $y=-\frac{4}{3}$

**Exercice 48:**

1)




2) Voir figure

3) • On a : $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$ donc $ABCD$ est un parallélogramme.

• On a :

$AB=\sqrt{(-1-5)^2+(-2)^2}=\sqrt{40}$ et $D(7;6)$ (d'après la figure)

et $AD=\sqrt{(7-5)^2+(6-0)^2}=\sqrt{40}$

donc : $AB=AD$

d'où $ABCD$ est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur donc c'est un losange.

4) a) On a $K\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$

donc : $k(3;2)$

On a : $\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{-1+1}{2}=0$

$\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{-2+4}{2}=1$

donc $J(0,1)$ est le milieu du segment $[BC]$

b) On a dans le triangle $BCD$ :

$J$ est le milieu de $[BC]$

$K$ est le milieu de $[BD]$

donc $(JK)\ //\ (DC)$ (d'après le théorème des milieux)

Puisque $(AB)\ //\ (DC)$ alors

$(JK)\ //\ (AB)$

c) On a $I$ est le milieu de $[BK]$ (à vérifier) et $J$ est le milieu de $[BC]$ donc $P$ est le point d'intersection de deux médianes du triangle $BCK$, signifie que $P$ est le centre du triangle $BCK$.

# 14 Chapitre ÉQUATION DE DROITE

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Déterminer l'équation réduite d'une droite non parallèle aux axes du repère;<br>• Déterminer l'équation réduite d'une droite parallèle à l'un des axes du repère;<br>• Utiliser le coefficient directeur d'une droite pour connaître le parallélisme ou la perpendicularité d'une droite;<br>• Utiliser les équations de droites pour résoudre des problèmes. |
| **Pré-requis** | • Repère dans le plan;<br>• Coordonnées d'un point;<br>• Translation et vecteurs;<br>• Coordonnées du milieu d'un segment;<br>• équation- Systèmes d'équations;<br>• fonctions linéaires;<br>• Techniques de calcul. |
| **Contenu** | • Équation réduite d'une droite non parallèle aux axes du repère;<br>• Équation réduite d'une droite parallèle à l'un des axes du repère;<br>• Propriétés. |
| **Prolongement** | • Équations et Inéquations du second degré et plus;<br>• Fonctions linéaires et fonctions affines;<br>• Statistiques;<br>• Géométrie analytique dans l'espace. |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Plan de leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Droite parallèle à l'axe des abscisses<br>• **Activité 2:** Équation réduite d'une droite non parallèle aux axes du repère<br>• **Activité 3:** Droites parallèles |
| | **Cours**<br>• Équation réduite d'une droite non parallèle aux axes du repère;<br>• Équation réduite d'une droite parallèle à l'un des axes;<br>• Propriétés. |
| | **Pour comprendre**<br>• Appartenance d'un point à une droite;<br>• Détermination de l'équation réduite d'une droite;<br>• Droites parallèles- Droites perpendiculaires. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

PDF Compressor Free Version

- **Côté historique et/ ou culturel**

**Al Kashi**

Ibn Massoud Al Kashi- Perse (1380 ; 1430)

Al Kashi, surnommé Ghyath al din doit son nom à sa ville natale, Kashan en Iran.

Il grandit dans la pauvreté durant une période trouble où la région subit les conquêtes militaires de l'émir Timur Lang, dit Tamerlan (1370 ; 1405)

Après la mort de Timur, les conditions s'améliorent grandement. Son fils et successeur, le shah Rokh soutient fortement les intérêts artistiques et intelectuels et très tôt, al Kashi se consacre aux mathématiques et l'astronomie.

Le 2 juin 1406 marque par une éclipse de lune une de ses premières observations notables.

A cette époque, les scientifiques effectuent leurs recherches à la cour de rois ou de princes.

A Samarkand, Al Kashi vit sous la protection du prince Ulugh-Beg (1394 ; 1449) qui a fondé une université comprenant une soixantaine de scientifiques qui étudient la théologie et les sciences. Il devient premier Directeur du nouvel observatoire de Samarkand et s'adonne pleinement à ses travaux tout en s'assurant d'être à l'abri du besoin.

Tîmur lang

De nombreux ouvrages d'Al Kashi ainsi que certaines lettres écrites à son père ont survécu. De ce fait, les détails de ses travaux sont connus et souvent datés.

Ulugh-Beg

Dans le traité d'astronomie **Khaqani Zij** (1413-1414), il donne des tables trigonométriques en se basant sur les tables de Nasir al Din al Tusi (1201 ; 1274). Elles proposent des valeurs à quatre chiffres (en notation sexagésimale) de la fonction sinus. On y trouve aussi une correspondance

entre différents systèmes de coordonnées sur la sphère céleste comme la transformation des coordonnées écliptiques en coordonnées équatoriales (lien externe).

PDF Compressor Free Version

Al Kashi donne également des tables des éclipses et des tables de visibilité de la Lune.

Ses nombreux travaux en astronomie lui vaudront d'être surnomé plus tard le deuxième ptolémée.

Dans son **traité sur le cercle** (juillet 1424), Al Kashi calcule le rapport de la circonférence à son rayon pour obtenir une valeur approchée de $2Pi$ avec une précision jamais attetinte. Il obtient 9 positions exactes en base 60 soit 16 décimales exactes :

$$2Pi \approx 6,283\,185\,307\,179\,586\,5$$

Il faudra attendre la fin du XVIème siècle avant que Ludolph van Ceulen (1540 ; 1610) améliore la précision de ce résultat avec 20 décimales pour Pi.

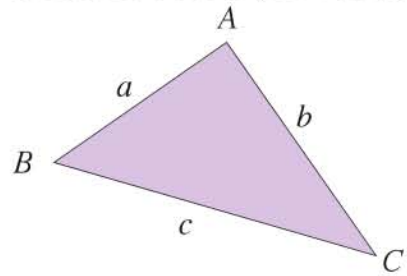
C'est dans son principal traité **Miftah al hisab** (clé de l'arithmétique, 2 mars 1427) qu'Al Kashi explique l'usage des nombres sexagésimaux (système de numération en base 60) hérités des astronomes babyloniens. Cet imposant ouvrage est destiné aux chercheurs de Samarkand étudiant l'astronomie , l'architecture, la comptabilité ou le commerce.

Al Kashi y décrit également des calculs d'aires et de volumes comme ceux du dôme en forme de coquille d'un qubba (monument fuméraire destiné aux nobles).

Al Kashi effectue des calculs de racines n-ième par un algorithme qui est un cas particulier d'une méthode donnée 400 ans plus tard par Paolo Ruffini (1765 ; 1822) et Wiliam Horner (1787 ; 1837).

Il propose aussi des calculs approchées de racine n-ième d'un nombre et expose une technique déjà connue d'Omar Khayam (1048 ; 1123 ?) et appelée aujourd'hui le triangle de Pascal pour effectuer des calculs du type $(a+b)^n$.

On doit encore à Al Kashi l'étude de quelques problèmes ouverts (non résolus) comme par exemple la recherche de solutions pour une équation du type «théorème de Fermat) dans le cas où $n = 3$ et $n = 4$.




Il laisse par ailleurs son nom à un théorème qui généralise le théorème de Pythagore pour un triangle quelconque et qui s'exprime aujourd'hui de

la façon suivante :

Dans un triangle $ABC$ de côtés de longueurs $a$ , $b$ , $c$ : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$

PDF Compressor Free Version

Le dernier ouvrage d'Al khashi, **traité sur la corde et le sinus**, achevé après sa mort par Qadi Zada et al del Rumi (1364 ; 1436) présente en particulier le calcul de $\sin(1°)$ avec une grande précision pour en déduire le reste de la table à l'aide de relations connues. On y trouve aussi une étude par une méthode itérative d'une équation du troisième degré liée à la trisection de l'angle.

Par L'introduction des fractions décimales dont il explique le maniement 200 ans avant la Disme de Simon Stevin (1548 ; 1620) Al kashi atteindra une immense renommée et restera le dernier mathématicien perse à entrer dans l'histroire avant que le monde occidental ne prenne le relais.

**• Côté pédagogique**

Cette leçon est considérée comme l'une des applications de la géométrie analytique.

L'élève à ce niveau d'études, sait que la droite est un nombre infini de points alignés, et a déjà représenté des droites et demi-droite en traitant la notion de proportionnalité et de la fonction affine.

Cette leçon permet ainsi, d'élargir les connaissances mathématiques à propos d'une droite, et de l'élaborer en utilisant des coordonnées d'un point dans un repère.

Cela nécessite :

- De présenter une droite comme un ensemble de points $M(x;y)$ tels que : $x$ et $y$ vérifiant une relation de la forme $y = ax + b$ et la reliant avec la droite affine;

- Représenter une droite à partir d'une équation réduite;

- Etudier les positions relatives de deux droites du point de vue (parallélisme et perpendicularité).

Ce chapitre est une référence et une opportunité aux élèves pour élargir le domaine d'application de la géométrie analytique en la reliant avec différentes notions.

## Partie 2: Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

• **Traitement:**

PDF Compressor Free Version

| **Activité 1 :** Droite parallèle à l'axe des abscisses | |
|---|---|
| Objectif | Connaître l'équation réduite d'une droite parallèle à l'une des abscisses. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 2) a)- On montre que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OI}$ (en utilisant les coordonnées)<br>- On déduit que $(AB) \parallel (OI)$ puis $(AB)$ parallèle à l'axe des abscisses<br>b) Construction<br>c) Les points $A$ , $B$ , $C$ , $E$ et $F$ sont alignés (sont des points de $(D)$<br>3) $M$ appartient à la droite $(D)$ signifie que $y = 2$. |
| **Activité 2 :** Équation réduite d'une droite non parallèle aux axes du repère | |
| Objectif | Connaître l'équation réduite et le coefficient directeur d'une droite. |
| Type de travail | Collectif (lecture graphique : figure au tableau) |
| Solution proposée | 1) Lecture des coordonnées des points $A$ , $B$ et $C$.<br>2) Vérifier les égalités (en utilisant les coordonnées)<br>3) Considèrer le point $H$ projeté orthogonal du point $M$ sur la droite $D$.<br>On a : $\tan(B\widehat{A}D) = \frac{BD}{AD} = \frac{MH}{AH}$ donc : $\frac{6-1}{4-0} = \frac{y_M - y_H}{x_H - x_A}$<br>d'où : $\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{5}{4}$ (car $y_H = y_A$ et $x_H = x_M = x$<br>(On pourra utiliser le théorème de thalès dans le triangle $ABD$)<br>b) Utiliser le produit en croix à l'égalité précédente. |
| **Activité 3 :** Droites parallèles | |
| Objectif | Déterminer la condition sur les coefficients directeurs de deux droites parallèles. |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) Les coordonnées des points $A$ et $B$ vérifient l'équation réduite de $(\Delta)$.<br>b) Même raisonnement.<br>2) $ABCD$ est un parallélogramme signifie que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$<br>l'égalité des coordonnées entraine $a = a'$<br>3) $(\Delta) \parallel (\Delta')$ si et seulement si $a = a'$ |

PDF Compressor Free Version

**Exercice 3:**

1) $(D)$ : $y = 2x + 1$ et $A(1;k)$

donc $k = 2 \times 1 + 1$ c'est-à-dire $k = 3$

2) $(D)$ : $y = x - k$ et $A(0;1)$

donc : $1 = 0 - k$ c'est-à-dire : $k = -1$

3) $(D)$ : $y = kx + 2$ et $A(-1;1)$

donc $1 = -k + 2$ c'est-à-dire : $k = 1$

4) $(D) : y = k$ et $A(2;3)$

donc : $y = 3$ c'est-à-dire $k = 3$

**Exercice 9:**

1) $(D)$ : $y = 3x + 1 ; A(0;-1)$

donc $A \notin (D)$

2) $(D)$ : $y = -3x + 2 ; A(1;-1)$

$-3x_A + 2 = -3 \times 1 + 2 = -1 = y_A$

donc : $A \in (D)$

3) $(D)$ : $y = \frac{1}{2}x - 1 ; A(-2;-2)$

$\frac{1}{2}x_A - 1 = \frac{1}{2}(-2) - 1 = -2 = y_A$

donc: $A \in (D)$

4) $(D)$ : $y = x + 1 ; A(0;-1)$

$x_A + 1 = 0 + 1 = 1 + y_A$

donc: $A \notin (D)$

**Exercice 12:**

1) $(D)$ : $y = 5x - 1$

et $(\Delta) : y = \frac{m}{5}x + 3$

$(D) \perp (\Delta)$ signifie que : $5 \times \frac{m}{5} = -1$

signifie que : $m = -1$

2) $(D)$ : $y = (1-m)x$ ;

$(\Delta) : y = \frac{1}{2}x + 7$

$(D) \perp (\Delta)$ signifie que:

$(1-m) \times \frac{1}{2} = -1$

signifie que : $1 - m = -2$

signifie que : $m = 3$

3) $(D) : y = -\frac{3}{5}x$ ; $(\Delta) : y = mx + 2$

$(D) \perp (\Delta)$ signifie que : $-\frac{3}{5}m = -1$

signifie que : $m = \frac{5}{3}$

**Exercice 13:**

1) a) Le coefficient directeur de la droite $(D)$ est : 2

et le coefficient directeur de la droite $(AB)$ est : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-5}{5} = -1$

Puisque les deux coefficients directeurs de $(D)$ et $(\Delta)$ sont différents alors $(D)$ et $(AB)$ ne sont pas parallèles

par suite $(D)$ et $(\Delta)$ sont sécantes.

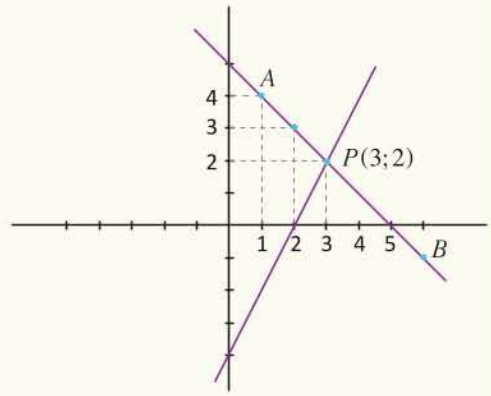
b) Le coefficient directeur de la droite $(AB)$ est $-1$

Donc l'équation réduite de $(AB)$ s'écrit : $y = -x + b$

On a : $A(1;4) \in (AB)$ signifie que : $4 = -1 + b$ c'est-à-dire $b = 5$

Donc : $(AB) : y = -x + 5$

2)



**Exercice 15:**

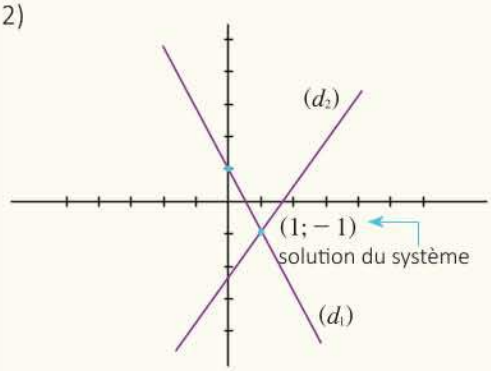
PDF Compressor Free Version

1) $2x + y = 1$ signifie que : $y = -2x + 1$

$3x - 2y = 5$ signifie que : $2y = 3x - 5$

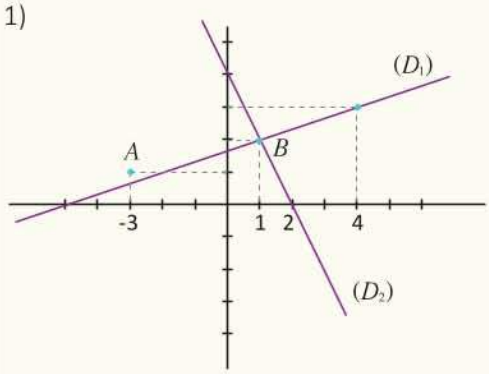
signifie que : $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

2)




**Exercice 20:**

1)




2) $(D_1)$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$ $A(-3;1)$ ; $B(1;2)$

$\frac{1}{3}x_1 + \frac{5}{3} = \frac{-3}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2}{3} \neq y_A$ donc: $A \not\in (D_1)$

$\frac{1}{3}x_B + \frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} = \frac{6}{3} = 2 = y_B$

donc: $B \in (D_1)$

5) Equation réduite de la droite $(AB)$ :

Le coefficient directeur de la droite $(AB)$ est $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-1}{1+3} = \frac{1}{4}$

Donc : $y = \frac{1}{4}x + b$

On a : $A(3;-1) \in (AB)$ signifie que :

$1 = -\frac{3}{4} + b$

signifie que : $b = 1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$,

donc : $(AB) : y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$

4) $(D_2)$ et $(AB)$ ne sont pas parallèles car leurs coefficients directeurs sont différents $\left(\frac{1}{4} \neq -2\right)$*

5)- Méthode (1) : A partir de la figure de la question 1)

- Méthode (2) : Par le calcul

On a : $(D_1) : y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

et $\frac{1}{3}x_B + \frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} = \frac{6}{3} = 2 = y_B$

donc: $B \in (D_1)$

et $(D_2) : y = -2x + 4$

et $-2x_B + 4 = -2 + 4 = 2 = y_B$

donc $B \in (D_1)$

D'où : $B(1;2)$ est le point d'intersection de $(D_1)$ et $(D_2)$

**Exercice 26:**

1) c) Equation réduite de la droite $(AC)$

- Le coefficient directeur de $(AC)$ est :

$\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{8-(-4)}{6-2} = 3$

- L'équation réduite de $(AC)$ s'écrit :

$y = 3x + b$

On a : $A(2;-4) \in (AC)$ signifie que

$-4 = 6 + b$

signifie que $b = -10$

Donc : $(AC) : y = 3x - 10$

b) On a : $3x_B - 10 = 12 - 10 = -2$

et $y_B = -3$

donc : $B \not\in (AC)$ d'où les points $A$ , $B$ et $C$ , ne sont pas alignés.

2) a) Équation réduite de $(D)$

Les droites $(AC)$ et $(D)$ ont le même coefficient directeur

donc l'équation réduite de $(D)$ s'écrit sous la forme $y = 3x + b$

PDF Compressor Free Version

On a : $B(4;-3) \in (D)$ signifie que :

$-3 = 12 + b$

signifie que : $b = -15$

Donc : $(D) : y = 3x - 15$

b) Equation réduite de $(\Delta)$ :

Les droites $(AC)$ et $(\Delta)$ sont perpendiculaires donc le coefficient directeur a de $(\Delta)$ vérifie : $a \times 3 = -1$

d'où : $a = -\frac{1}{3}$

L'équation réduite de $(\Delta)$ s'écrit :

$y = -\frac{1}{3}x + b$

On a : $B(4;-3) \in (\Delta)$ signifie que :

$-3 = -\frac{4}{3} + b$

signifie que : $b = -\frac{5}{3}$

Donc : $(\Delta) : y = -\frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

**Exercice 28:**

1) a) $\begin{cases} x_B - x_A = 5 - 2 = 3 \\ y_B - y_A = 6 - 3 = 3 \end{cases}$

donc : $\overrightarrow{AB}(3;3)$

et $\begin{cases} x_C - x_D = 7 - 4 = 3 \\ y_C - y_D = 4 - 1 = 3 \end{cases}$

donc : $\overrightarrow{DC}(3;3)$

D'où : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

b) $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$

$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$

c) on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc $ABCD$ est un parallélogramme et $AC = BD$ donc $ABCD$ est un rectangle.

2) Equation réduite de $(AB)$

Le coefficient directeur de $(AB)$ est :

$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-3}{5-2} = 1$

Donc l'équation réduite de $(AB)$ s'écrit :

$y = x + b$

On a : $A(2,3) \in (AB)$ signifie que :

$3 = 2 + b$

signifie que : $b = 1$

Donc : $(AB)$: $y = x + 1$

3) Équation réduite de $(\Delta)$

L'équation réduite de $(\Delta)$ s'écrit :

$y = -x + b$

$E\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right) \in (\Delta)$ signifie que :

$-\frac{5}{2} = -\frac{3}{2} + b$

signifie que : $b = -1$

Donc : $(\Delta) : y = x - 1$

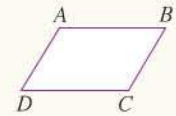
4) Intersection de $(AB)$ avec l'axe des obscisses

$y = x + 1$ et $y = 0$ donc $x = -1$

Donc $F(-1;0)$ est le point d'intersection de $(AB)$ avec l'axe des abscisses

**Exercice 32:**

1) $ABCD$ est un parallélogramme signifie que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$




On a : $\overrightarrow{AB}(3;3)$ et $\overrightarrow{DC}(-x_D ; 3 - y_D)$

Donc : $3 = -x_D$ et $3 = 3 - y_D$

D'où : $x_D = -3$ et $y_D = 0$

c'est-à-dire : $D(-3;0)$

2) $E$ centre du parallélogramme $ABCD$ signe que $E$ est le milieu du segment $[AC]$ ou $[BD]$

donc : $E\left(\frac{x_A + x_C}{2} ; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$

c'est-à-dire : $E(-1;1)$

3) A vérifier

4) Équation réduite de la droite $(BC)$

Le coefficient directeur de la droite $(BC)$

est : $a = \frac{1}{-1} = -1$

PDF Compressor Free Version

L'équation réduite de la droite $(BC)$ s'écrit sous la forme : $y = -x + b$

$C(0,3) \in (BC)$ signifie que : $3 = b$

donc : $(BC): y = -x + 3$

5) Le coefficient directeur de la droite $(AC)$ est 2

Le coefficient directeur de la droite $(\Delta)$ est $-\frac{1}{2}$

puisque : $2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$ alors:

$(\Delta) \perp (AC)$

D'autre part on a :

$-\frac{1}{2}x_B + \frac{5}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2 = y_B$

Donc: $B \in (\Delta)$

D'où $(\Delta)$ passe par le point $B$ et orthogonale à la droite $(AC)$ donc $(\Delta)$ est la hauteur du triangle $ABC$ qui passe par le point $B$.

**Exercice 36:**

1) a) On a : $(D): y + 2x - 3 = 0$ donc $(D): y = -2x + 3$

$-2$ est le coefficient directeur de la droite $(D)$

b) On a :

$-2x_A + 3 = -2 \times 1 + 3 = 1 = y_A$ donc $A \in (D)$

2) $(\Delta)$ a pour coefficient directeur $\frac{1}{2}\left(-2 \times \left(\frac{1}{2}\right) = -1\right)$

Donc : $(\Delta): y = \frac{1}{2}x + b$

$B(2;3) \in (\Delta)$ signifie que :

$3 = \frac{1}{2} \times 2 + b$

signifie que : $3 = 1 + b$

donc : $b = 2$

D'où : $(\Delta): y = \frac{1}{2}x + 2$

3) a) $a = \frac{y_C - y_E}{x_C - x_E} = \frac{1+2}{2-1} = 3$ est la pente de $(EC)$

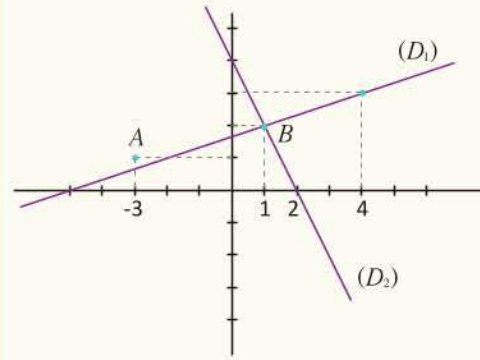
b) La pente de la droite $(CF)$ est :

$a = \frac{y_F - y_C}{x_F - x_C} = \frac{-5-1}{0-2} = 3$

donc $(CF) \parallel (EC)$ d'où $(EC) = (CF)$

c'est-à-dire les points $C$, $E$ et $F$ sont alignés

**Exercice 37:**




2) Equation réduite de la droite $(AB)$

$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1-3}{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{-2}{2} = -1$

Donc l'équation réduite de $(AB)$ s'écrit sous la forme : $y = -x + b$

On a : $A\left(\frac{1}{2};3\right) \in (AB)$ signifie que :

$3 = -\frac{1}{2} + b$

signifie que : $b = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

Donc : $(AB): y = -x + \frac{7}{2}$

3) La droite $(\Delta)$ a pour coefficient directeur 1, donc l'équation réduite de $(\Delta)$ s'écrit : $y = x + b$

$C\left(3;\frac{7}{2}\right) \in (\Delta)$ signifie que: $\frac{7}{2} = 3 + b$

signifie que : $b = \frac{7}{2} - 3 = \frac{1}{2}$

Donc : $(\Delta): y = x + \frac{1}{2}$

PDF Compressor Free Version

4) a) $H$ est le milieu du segment $[AB]$ signifie que :

$\frac{x_A + x_B}{2} = x_H$ et $\frac{y_A + y_B}{2} = y_H$

c'est-à-dire: $\frac{\frac{1}{2} + \frac{5}{2}}{2} = x_H$ et $\frac{3+1}{2} = y_H$

c'est-à-dire : $\frac{3}{2} = x_H$ et $2 = y_H$ donc $a = 2$

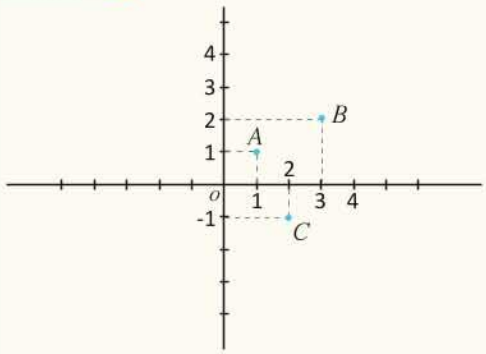
b) Montrons que $H \in (\Delta)$

On a : $x_H + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2 = y_H$

donc: $H \in (\Delta)$

5)- $D$ est le symétrique de $C$ par rapport à $H$ donc $H$ est le milieu du segment $[DC]$ et puisque $H$ est le milieu du segment $[DC]$ et puisque $H$ est le milieu du segment $[AB]$ alors les diagonales du quadrilatère $ADBC$ ont le même milieu donc $ADBC$ est un parallélogramme.

**Exercice 39:**




2) On a : $H\left(\frac{x_B + x_C}{2} ; \frac{y_B + y_C}{2}\right)$ donc : $H\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$

3) On a : $\overrightarrow{AB}(2;1)$ et $\overrightarrow{AC}(1;-2)$

Donc : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}(3;-1)$ et on a : $\overrightarrow{AE}(x_E - 1 ; y_E - 1)$

d'où : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ signifie que :

$x_E - 1 = 3$ et $y_E - 1 = -1$

Donc : $E(4;0)$

4) Montrons que le triangle $ABC$ est isocèle en $A$

On a : $AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

et $AC = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$

donc : $AB = AC$ et par suite $ABC$ est un triangle isocèle en $A$

5) Equation réduite de $(BC)$

On a : $a = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-1-2}{2-3} = 3$

Donc : $(BC): y = 3x + b$

On a : $B(3;2) \in (BC)$ signifie que : $2 = 9 + b$ donc : $b = -7$

D'où : $(BC): y = 3x - 7$

6) Equation réduite de la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$

Puisque $ABC$ est isocèle en $A$ alors la droite $(AH)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$

$$a = \frac{y_H - y_A}{x_H - x_A} = \frac{\frac{1}{2} - 1}{\frac{5}{2} - 1} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}$$

Donc : $(AH): y = -\frac{1}{3}x + b$

On a : $A \in (AH)$ signifie que :

$1 = -\frac{1}{3} + b$

signifie que : $b = \frac{4}{3}$

Donc : $(AH): y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$

**Exercice 41:**

1) $I(1;0)$ ; $J(0;1)$ : $\overrightarrow{BJ}(-3;1)$

2) a) $BJEA$ est un parallélogramme signifie que : $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{AE}$

On a : $AE(1-4; 4-3)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{AE}(-3;1)$

donc : $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{AE}$ d'où $BJEA$ est un parallélogramme

b) Le centre $k$ du parallélogramme $BJEA$ est le milieu du segment $[BE]$

PDF Compressor Free Version

donc $k\left(\frac{x_B+x_E}{2}\,;\,\frac{y_B+y_E}{2}\right)$

c'est-à-dire : $k(2;2)$

3)- Calculons les distances $JE$ et $JB$

$JE=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$ et

$JB=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$

donc $JE=JB$

- Déduction : $\begin{cases} BJEA \\ JE=JB \end{cases}$ est un parallélogramme

donc $BJEA$ est un losange

4) a) Équation réduite de la droite $(JE)$

Le coefficient directeur est :

$$a=\frac{y_E-y_J}{x_E-x_J}=\frac{4-1}{1-0}=3$$

Donc : $(JE): y=3x+b$

On a: $J(0;1)\in(JE)$ signifie que: $b=1$

D'où $(JE): y=3x+1$

b) Vérification $(D): y=-\frac{1}{3}x+1$

-On a: $-\frac{1}{3}x_J+1=-\frac{1}{3}\times 0+1=1=y_J$

donc $J\in(D)$

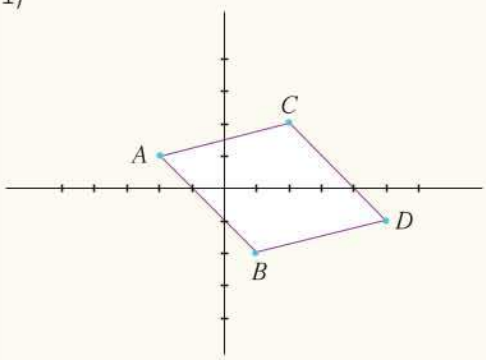
- On a :

$-\frac{1}{3}x_B+1=-\frac{1}{3}\times 3+1=-1+1=0=y_B$

donc: $B\in(D)$

**Exercice 45:**

1)




2) Calculons $AC$

$AC=\sqrt{4^2+1}=\sqrt{17}$

3) Coordonnées du point $E$ milieu du segment $[AB]$

On a : $E\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\,\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ c'est-à-dire :

$E\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$

4) a) Le coefficient directeur de la droite $(AB)$ est :

$$a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-2-1}{1+2}=-1$$

L'équation réduite de $(AB)$ s'écrit : $y=-x+b$

On a : $A(-2;1)\in(AB)$ signifie que : $1=2+b$ c'est-à-dire : $b=-1$

Donc : $(AB): y=-x-1$

b) Équation réduite de la droite $(\Delta)$ médiatrice du segment $[AB]$

On a : $(\Delta)$ passe par le milieu $E$ du segment $[AB]$ et orthogonale à $(AB)$ donc son coefficient directeur est 1.

L'équation de $(\Delta)$ s'écrit : $y=x+b$

On a : $E\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)\in(\Delta)$ signifie que :

$-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}+b$ c'est-à-dire : $b=0$

donc : $(\Delta): y=x$

5) a) Voir figure précédente

b) Equation réduite de $(CD)$

On a : $(CD)\,/\!/\,(AB)$ donc l'équation réduite de $(CD)$ s'écrit : $y=-x+b$

On a : $C(2;2)\in(CD)$ signifie que : $2=-2+b$ c'est-à-dire $b=4$

Donc : $(CD): y=-x+4$

**Exercice 46:**

PDF Compressor Free Version

1) Vérification :

On a : $(\Delta): y = -\frac{1}{2}x + 3$ et $A(2;2)$

$-\frac{1}{2}x_A + 3 = -\frac{1}{2} \times 2 + 3 = -1 + 3 = 2 = y_B$

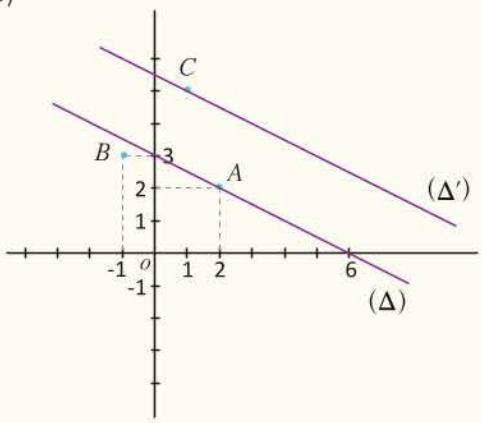
donc $A \in (\Delta)$

2) On a : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;\, y_B - y_A)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{AB}(-3;1)$

et $AB = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2}$

$= \sqrt{10}$

3)




4) Le coefficient directeur de la droite $(D)$ est 2 (car $2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$)

L'équation réduite de la droite $(D)$ s'écrit :

$y = 2x + b$

On a : $B(-1;3) \in (D)$ signifie que $3 = -2 + b$ c'est-à-dire $b = 5$

Donc : $(D): y = 2x + 5$

5) a) $C$ est l'image du point $A$ par la translation $t$ qui transforme 0 au point $B$ signifie que : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB}$

c'est-à-dire : $x_C - x_A = x_B$

et $y_C - y_A = y_B$

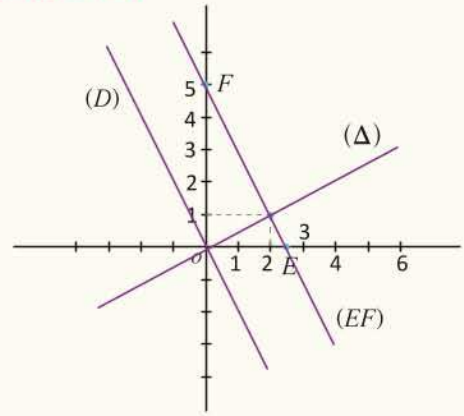
c'est-à-dire : $x_C = x_A + x_B = 1$

et $y_C = y_A + y_B = 5$

Donc : $C(1;5)$

b) L'image de la droite $(\Delta)$ par $t$ est la droite $(\Delta')$ qui passe par $C$ et parallèle à $(\Delta)$ (voir figure ci-dessus)

**Exercice 49:**




b) Equation réduite de la droite $(EF)$

On a : $-2x_E + 5 = -2 \times \frac{5}{2} + 5 = -5 + 5 = 0 = y_E$

et $-2x_F + 5 = -2 \times 0 + 5 = 5 = y_F$

donc les coordonnées des points $E$ et $F$ vérifient l'équation réduite $y = -2x + 5$

donc $y = -2x + 5$ est l'équation réduite de la droite $(EF)$.

c) La droite $(D)$ a pour coefficient directeur $-2$ car $(D) \,//\, (EF)$ donc : $(D): y = -2x + b$

et on a : $0 \in (D)$ signifie que $b = 0$

donc : $(D): y = -2x$

2) a) La droite $(\Delta)$ a pour coefficient directeur $\frac{1}{2}$

(car $\frac{1}{2} \times (-2) = -1$) et passe par l'origine $O$ donc : $(\Delta): y = \frac{1}{2}x$

b) $H$ est le point d'intersection de $(\Delta)$ avec $(EF)$

On a : $y = \frac{1}{2}x$ et $y = -2x + 5$ donc :

$-2x+5=\frac{1}{2}x$

PDF Compressor Free Version

c'est-à-dire : $\frac{5}{2}x=5$ donc : $x=2$ et par suite : $y=1$

d'où : $H(2;1)$

3) voir figure ci-dessus

**Exercice 50:**

1) $A(1;2)\in(D)$ signifie que :

$$2=-\frac{2a+1}{b-3}-\frac{6}{b-3}=\frac{-2a-1-6}{b-3}$$

signifie que : $2=\frac{-2a-7}{b-3}$

signifie que : $2(b-3)=-2a-7$

signifie que : $2b-6=-2a-7$

signifie que : $a+b=-\frac{1}{2}$

2) $A(1;2)\in(D)$ signifie que :

$a+b=\frac{-1}{2}$ (d'après 2)

$B(-1;3)\in(D)$ signifie que :

$$3=\frac{2a+1}{b-3}-\frac{6}{b-3}$$

signifie que : $3=\frac{2a-5}{b-3}$

signifie que : $3(b-3)=2a-5$

signifie que : $3b-2a=4$

Donc on doit résoudre le système :

$$\begin{cases}a+b=-\frac{1}{2}\\3b-2a=4\end{cases}$$

On a : $\begin{cases}a=-b-\frac{1}{2}\\3b-2(-b-\frac{1}{2})=4\end{cases}$

signifie que : $\begin{cases}a=-b-\frac{1}{2}\\b=\frac{3}{5}\end{cases}$

signifie que : $\begin{cases}a=-\frac{11}{10}\\b=\frac{3}{5}\end{cases}$

Donc : $(D): y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

**Exercice 51:**

• Pour $(AB)$ :

On a : $x_A=x_B$ et $y_B\neq y_A$

Donc $(AB)$ est parallèle à l'axe des ordonnées et par suite $(AB)$ n'a pas de coefficient directeur.

• De même pour la droite $(CD)$

• Pour $(BC)$ :

Le coefficient directeur est

$$a=\frac{y_C-y_B}{x_C-x_B}=\frac{9-5}{5-2}=\frac{4}{3}$$

• Pour $(AD)$ :

Le coefficient directeur est :

$$a=\frac{y_D-y_A}{x_D-x_A}=\frac{4-0}{5-2}=\frac{4}{3}$$

b) Déduction :

- On a : $(AB)$ et $(CD)$ sont toutes les deux parallèles à l'axe des ordonnées donc : $(AB)\,/\!/\,(CD)$

- Les droites $(BC)$ et $(AD)$ ont le même coefficient directeur donc $(AD)\,/\!/\,(BC)$.

2) a)

- Pour $(AC)$ : $\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A}=\frac{9}{3}=3$

- Pour $(BD)$ : $\frac{y_D-y_B}{x_D-x_B}=\frac{-1}{3}$

b) On a : $3\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$

donc $(AC)\perp(BD)$

3) a)

$\begin{cases}\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{7}{2}\\\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{9}{2}\end{cases}$ donc $\left(\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$ sont les coordonnées du milieu du segment $[AC]$

$\begin{cases}\frac{x_B+x_D}{2}=\frac{7}{2}\\\frac{y_B+y_D}{2}=\frac{9}{2}\end{cases}$ donc $\left(\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$ sont

les coordonnées du milieu du segment $[BD]$

PDF Compressor Free Version

D'où : $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu $E\left(\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$.

b) Figure

c) - On a : $\begin{cases}(AB) \parallel (CD)\\(BC) \parallel (AD)\end{cases}$ donc $ABCD$ est un parallélogramme

- $ABCD$ est un parallélogramme

- $ABCD$ est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu donc c'est un parallélogramme.

2) On a : $(AC) \perp (BD)$

Donc : $ABCD$ est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires

D'où $ABCD$ est un losange

4) a) $(\Delta): y = -\frac{1}{3}x + b$

$C(5;9) \in (\Delta)$ signifie que : $b = \frac{32}{3}$

donc : $(\Delta) : y = -\frac{1}{3}x + \frac{32}{3}$

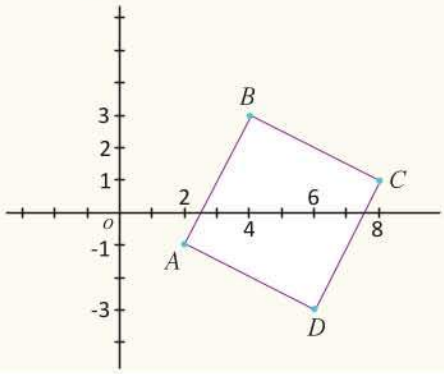
b) $(\Delta'): y = 3x + b$

$B(2,5) \in (\Delta')$ signifie que : $b = -1$

$(\Delta'): y = 3x - 1$

c) $H\left(\frac{7}{2};\frac{19}{2}\right)$ est le point d'intersection de $(\Delta)$ et $(\Delta')$

**Exercice 52:**




2) a) $\overrightarrow{AB}(2,4)$ et $\overrightarrow{DC}(8 - x_D ; 1 - y_D)$

$ABCD$ est un parallélogramme signifie que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

signifie que : $2 = 8 - x_D$ et $4 = 1 - y_D$

signifie que : $x_D = 6$ et $y_D = -3$

Donc $D(6;-3)$

b) - Le coefficient directeur de la droite $(AC)$ est : $\frac{1+1}{8-2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

- Le coefficient directeur de la droite $(BD)$ est : $\frac{-3-3}{6-4} = \frac{-6}{2} = -3$

Puisque : $\frac{1}{3} \times (-3) = -1$ alors :

$(AC) \perp (BD)$

c) $ABCD$ est un parallélogramme tel que les diagonales sont orthogonales alors $ABCD$ est un losange.

d)- Vérifier que : $BA^2 + BC^2 = AC^2$

- Le triangle $ABC$ est rectangle en $B$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore donc $ABCD$ est un losange qui a un angle droit alors c'est un carré.

# 15 Chapitre

# FONCTIONS LINÉAIRES ET FONCTIONS AFFINES

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Reconnaître la fonction linéaire et sa représentation graphique;<br>• Reconnaître la fonction affine et sa représentation graphique;<br>• Détermination du coefficient d'une fonction linéaire;<br>• Utiliser les fonctions affines et linéaires pour résoudre des problèmes |
| **Pré-requis** | • Repère dans un plan;<br>• Équation d'une droite;<br>• Proportionnalité;<br>• L'écriture $f(a)$;<br>• Coordonnées d'un point;<br>• Translation- Vecteurs;<br>• Équation;<br>• Fonction linéaire. |
| **Contenu** | • Fonction linéaire;<br>• Coefficient d'une fonction linéaire;<br>• Représentation graphique d'une fonction linéaire;<br>• Fonction affine;<br>•Représentation graphique d'une fonction affine. |
| **Prolongement** | • Statistiques;<br>• Géométrie analytique dans l'espace;<br>• Géométrie analytique dans le plan;<br>• Systèmes linéaires;<br>• Fonctions numériques<br>• Phyisique- chimie;<br>• SVT. |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• logiciels. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Plan de la leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM;<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Fonction linéaire<br>• **Activité 2:** Fonction affine<br>• **Activité 3:** Représentation graphique d'une fonction affine |
| | **Cours**<br>• Fonction linéaire;<br>• Coefficient d'une fonction linéaire;<br>• Représentation graphique d'une fonction linéaire;<br>• Fonction affine;<br>• Représentation graphique d'une fonction affine. |
| | **Pour comprendre**<br>• Détermination d'une fonction linéaire;<br>• Fonction linéaire et pourcentage;<br>• Fonction affine;<br>• Détermination d'une fonction affine;<br>• Représentation graphique d'une fonction affine. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2<br>• Exercice résolu 3 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

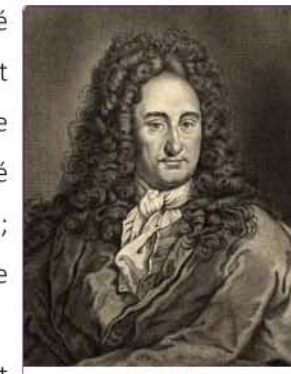
PDF Compressor Free Version

- **Côté historique et / ou culturel**

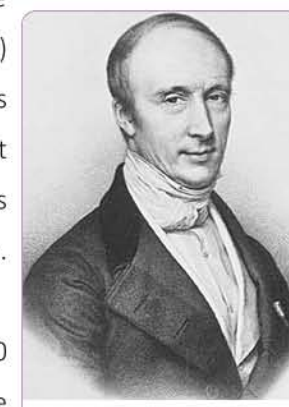
**Éléments d'histoire d'algèbre linéaire**

L'algèbre linéaire a débouté avec les systèmes linéaires mais leurs résolutions dans le cas général devra attendre un siècle (durant la seconde moitié de XIX) .

Les systèmes d'équations linéaires avaient déjà interessé Leibniz (1646- 1716) et Maclaurin (1698- 1746) ; mais on doit au suisse Gabriel Gramer (1704-1752) la formule générale qu'il devine en 1750 mais qu'il ne démontre pas. La difficulté du problème est de voir comment se forme le signe $\pm$ ; Gramer l'explique clairement en le liant à la parité du nombre d'inverions.


Leibniz

Vandermonde (1735- 1796) définit la notion de déterminant (La place (1749-1827) introduit le développement suivant une ligne ou une colonne, mais c'est surtout Cauchy (1789-1857) qui étudie en détail les déterminants en 1812 ; démontra les formules de Gramer, trouva le déterminean d'un produit (Binet (1786-1856) l'avait trouvé aussi), calcula des déterminants dont celui dit de Cauchy et aussi celui dit de Vandermonde. C'est aussi à Cauchy que l'on doit le déterminant.


Cauchy

Jacobi (1804-1851) développa dans les années 1830 - 1840 l'utilisatin des déterminants en algèbre et en analyse et introduisit en 1829 le jocobien (nom donné) plus tard par Sylvester (1814-1897)

- **Côté pétagogique:**

Les élèves ont déjà étudié la fonction linéaire en la reliant avec la notion de proportionnalité, et dont la représentation graphique est une droite qui passe par l'origine.

Ainsi, le professeur doit se focaliser davantage sur les tâches suivantes :

- Relier la fonction linéaire par une situation de proportionnalité ;
- Donner une importance à la signification mathématique algébrique et géométrique

du coefficient d'une fonction linéaire ;

- Etablir la relation entre la proportionnalité et la propriété de Thalès dans des situations choisies.

PDF Compressor Free Version

- Connaître les différentes écritures et terminologies :

$x \longrightarrow ax+b$ ; $y=f(x)$ et $f(x)=ax+b$ et leur signification mathématique.

- Connaître l'image et l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire ou affine;

- Connaître et utiliser les fonctions linéaires et affines en utilisant des situations géométriques;

- Utiliser des situations à partir de la vie courante en la reliant avec les fonctions linéaires et/ou affines.

## Partie 2: Gestion des activités

PDF Compressor Free Version

- **Déroulement**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- **Traitement:**

<table>
<tr><th colspan="2">Activité 1 : Fonction linéaire</th></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Reconnaître la fonction linéaire et sa représentation graphique</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1)
<table>
<tr><td>Points de la droite $(D)$</td><td>$O$</td><td>$A$</td><td>$C$</td><td>$B$</td></tr>
<tr><td>Abscisse</td><td>0</td><td>1</td><td>$-1$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Ordonnée</td><td>0</td><td>2</td><td>$-2$</td><td>4</td></tr>
</table>
2) Le coefficient de $g$ est : 2</td></tr>
<tr><th colspan="2">Activité 2 : Fonction affine</th></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Reconnaître une fonction affine</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>En binôme</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1) a) Le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité $\frac{f(1)}{1} \neq \frac{f(4)}{4}$<br>L'aire de la partie colorée en rouge<br>l'aire du triangle rectangle $AED$ plus l'aire du rectangle de sommets $A$ ; $D$ et $M$ ...<br>donc : $f(x) = \frac{ED \times AD}{2} + AD \times DM = \frac{3 \times 2}{2} + 2.x = 3 + 2x$</td></tr>
<tr><th colspan="2">Activité 3 : Représentation graphique d'une fonction affine</th></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Déterminer la représentation graphique d'une fonction affine</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel ou en binôme.</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1) b) L'équation de $(\Delta)$ est : $y = 2x + 3$<br>l'ordonnée à l'origine est 3 et la droite $(\Delta)$ est parallèle à $(D)$ donc, $(D)$ et $(\Delta)$ ont le même coefficient directeur.<br>2) a) $k \in (\Delta)$ et $L \in (\Delta)$ ; l'affirmation de Hicham est vraie.<br>b) On vérifie que : $\frac{f(3)-f(2)}{3-2} = \frac{f(2020)-f(2019)}{2020-2019}$<br>$= 2$</td></tr>
</table>

## Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

PDF Compressor Free Version

**Exercice 1:**

1)

| Masse en kg | 1 | 0,5 | 1,7 | 0,75 |
|---|---|---|---|---|
| Prix en dh | 70 | 35 | 119 | 52,5 |

2) $p(x) = 70.x$

**Exercice 4:**

a) Non

b) Non

**Exercice 5:**

1) $f(x) = \frac{50}{100}x = \frac{1}{2}x$

2) $f(x) = x - \frac{13}{100}x = \frac{87}{100}x$

3) $f(x) = x + \frac{30}{100}x = \frac{13}{10}x = 1,3x$

**Exercice 9:**

$f(40) = 0,2 \times 40 = 8$

$f(8) = 0,2 \times 8 = 1,6$

Nada a raison

**Exercice 14:**

1) $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$

2) $f(x) = 3x + 4$

3) $f(x) = 2x + 1$

**Exercice 16:**

2) $A$ n'appartient pas à la courbe de $f$ ; mais $B$ et $C$ appartiennent à la courbe de $f$.

**Exercice 18:**

| $x$ | $-4$ | $1$ | $-2$ | $4$ | $0$ | $-1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-9$ | $1$ | $-5$ | $7$ | $-1$ | $-3$ |

**Exercice 23:**

$f(x) = x \times 0,7 + x$

$= 1,7x$

**Exercice 25:**

2) a) $2x + 2 = -3x + 1$

donc : $x = -\frac{1}{5}$

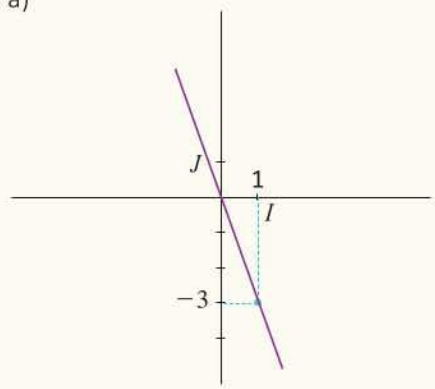
b) La solution de l'équation $(E)$ et l'abscisse du point d'intersection de $(D_1)$ et $(D_2)$

**Exercice 30:**

1) $f(x) = -3x$

Hiba a raison

2) a)




b) Son abscisse est $-\frac{20}{3}$

16 Chapitre

# STATISTIQUES

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Reconnaître les paramètres de position d'une série statistique;<br>• Distinguer la moyenne de la médiane d'une série statistique, et l'utiliser dans l'interprétation d'une étude statistique;<br>• Reconnaître la notion de dispersion en comparant deux tableaux ou deux représentations de deux séries statistiques. |
| **Pré-requis** | • Population statistique<br>• Caractère; valeurs prises par un caractère;<br>• Effectifs et effectifs cumulés;<br>• Fréquences et fréquences cumulées;<br>• Représentation graphique;<br>- diagramme circulaire et semi-circulaire<br>- histogramme<br>• Moyennes;<br>• Pourcentage. |
| **Contenu** | • Moyenne pondérée d'une série statistique;<br>• Médiane d'une série statistique;<br>• Notion de dispersion (Comparaison de deux séries statistiques);<br>• Mode d'une série statistique. |
| **Prolongement** | • Statistique (lycée): Variance; écart type...;<br>• Histoire - géographie;<br>• SVT |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• Logiciels;<br>• Tableurs (excel...). |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Plan de la leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Moyenne pondérée<br>• **Activité 2:** Médiane d'une série statistique |
| | **Cours**<br>• Moyenne pondérée d'une série statistique :<br>• Médiane d'une série statistique :<br>• Notion de dispersion (Comparaison de deux séries statistiques)<br>• Mode d'une série statistique : |
| | **Pour comprendre**<br>• Moyenne pondérée d'une série statistique;<br>• Moyenne d'une série statistique avec des classes. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

## Orientations pédagogique - Repères didactiques

PDF Compressor Free Version

- **Côté historique et / ou culturel**

**Aperçu Historique :**

Le mot «statistique» désigne à la fois un ensemble de données et le fait de les recueillir, de les mettre en forme, de les interpréter et de les exploiter. Le mot lui même aurait été forgé par Achnewall «XVIII» (18 siècle), professeur Allemand à Götingen : Staarkunde-connaissance de l'état.

Le recueil de données permettant de connaître la situation des états remonte en effet à la plus haute antiquité. Il est impossible d'imaginer l'administration des grandes empires (Chinois, Summérien, Egyptien...) sans statistiques.

On peut citer L'emepereur Chinois YAS organisant un recensement des productions agricoles (2238 A.J.C) ou le pharaon Amasis éditant la peine de mort contre ceux qui refusaient de s'inscrire au recensement.

Les recensements de productions et de population resteront purement descriptifs jusqu'au XVIII siècle, bien que l'on fit déjà «parler les chiffres». En Egypte, le niveau de la crue du Nil, indice de fertilité serait à fixer le montant des impôts de l'année.

Au XVIII siècle, les recensements démographiques ont servi de base à des tables de prévision démographique.

Adolphe quetelet est sûrement le premier à se rendre compte que la statistique pouvait être fondée sur le calcul des probabilités.

C'est autour de 1900 qu'apparaît la statistique Mathématique qui permet à partir de données observées, de tirer des conclusions sur les lois de probabilité.

- **Côté pétagogique:**

Cette leçon vise à consolider les connaissances des élèves concernant les statistiques, vues dans les niveaux précédents et la terminologie qui y est associée : (population, unité statistique, moyenne...) et à enrichir leurs connaissances par de nouveaux paramètres de position et de dispersion.

Il faut mettre en évidence la différence entre la moyenne arithmétique et la médiane, sachant qu'il existe d'autres types de moyennes (géométrique, quadratique, harmonique...)

Il est à noter que ce chapitre est une occasion d'utiliser les «TICE» (calculatrice, ordinateur, et même des applications dans les android). Et il est possible modéliser des situations concrètes, et de donner plus envie de l'élève à participer et de faire des recherches.

PDF Compressor Free Version

## Partie 2: Gestion des activités

**• Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

**• Traitement:**

<table>
<tr><th colspan="2">Activité 1 : Moyenne pondérée</th></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Définir la moyenne arithmétique et la moyenne pondérée d'une série statistique</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1) $N = 11 =$ nombre total de valeurs<br>2) $m = \frac{2+3+5+2+2+4+5+2+4+3+4}{11} = \frac{36}{11} \simeq 3,27$<br>3) a)
<table>
<tr><td>Valeur</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Effectif</td><td>4</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr>
</table>
b) $m = \frac{(2+2+2+2)+(3+3)+(4+4+4)+(5+5)}{11}$<br>$= \frac{(2\times 4)+(3\times 2)+(4\times 3)+(5\times 2)}{4+2+3+2}$<br>4) Pour calculer la moyenne statistique, on effectue le produit de chaque valeur par son effectif, puis on additionne les produits obtenus, puis on divise le résultat obtenu par l'effectif total</td></tr>
</table>

| **Activité 2 :** Médiane d'une série statistique | |
|---|---|
| Objectif | Définir la médiane d'une série statistique |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | I) 1) $N = 11$ c'est un nombre impair<br>2) a) $\underbrace{2;2;2;3;3}\underset{\uparrow \atop n}{;4;}\underbrace{6;7;7;10;11}$<br>b) $M = 4$<br>II) 1) $N = 10$ c'est un nombre pair<br>2) a) $\underbrace{1;1;2;4;5}\underbrace{;7;8;9;9;10}$<br>b) Il n'existe aucune valeur $M'$ de cette série qui partage cette série statistique en deux sous-groupes de même effectif<br>c) Il y a $5$ valeurs de cette série qui sont inférieures à $\frac{5+7}{2} = 6$ et il y a $5$ autres valeurs de cette série qui sont supérieures à $6$ on dit que ce nombre $\frac{5+7}{2} = 6$ est la médiane de cette série statistique |

PDF Compressor Free Version

## Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

PDF Compressor Free Version

**Exercice 1:**

Pour $S_1$, la moyenne est : $5,375$

Pour $S_2$, la moyenne est :

$-\frac{3}{7} \simeq -0,43$

Pour $S_3$, la moyenne est : $1004,2$

**Exercice 3:**

1) Moyenne $= \frac{301}{50} = 6,02$ (calculer d'abord les centres des classes)

2) Moyenne $= \frac{113}{30} \simeq 3,77$

**Exercice 4:**

Pour $S_1$, la médiane est : $5$

Pour $S_2$, la médiane est : $9$

Pour $S_3$, la médiane est : $122$

**Exercice 7:**

1)

| Classe | $3 \leqslant m < 7$ | $7 \leqslant m < 9$ | $9 \leqslant m < 13$ | $13 \leqslant m <$ |
|---|---|---|---|---|
| Effectif | 11 | 12 | 8 | 29 |
| Eff .C.C | 11 | 23 | 31 | 60 |

$N = 60$ (pair)

$\frac{N}{2} = 30$

La médiane se trouve dans la classe

$9 \leqslant m < 13$

| Classe | $-9 \leqslant t < -7$ | $-7 \leqslant t < -2$ | $-2 \leqslant t < 5$ | $5 \leqslant t < 17$ |
|---|---|---|---|---|
| Effectif | 5 | 4 | 2 | 6 |
| Effectif cumulé | 9 | 13 | 15 | 21 |

$N = 21$ (impair)

$\frac{N}{2} = 10,5$ donc la médiane se trouve dans la classe : $-7 \leqslant t < -2$

**Exercice 8:**

Pour $S_1$, le mode est : $4$

Pour $S_2$, $1000$ et $1200$ sont les modes de cette série statistique

Pour $S_3$, le mode est : $6$

Pour $S_4$, la classe modale est la classe $4 \leqslant t < 6$

Pour $S_5$, le mode est : $6$

Pour $S_6$, la classe modale est la classe $5 \leqslant d < 9$

**Exercice 10:**

$S_1$ est moins dispersée

**Exercice 13:**

1) $\alpha = \frac{1}{5}$

2) a) $f = \frac{Effectif}{Effectif\ total}$

Donc : l'effectif de la valeur $1$ est :

$40 \times \frac{7}{20} = 14$

b)

| Valeur | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Effectif | 14 | 12 | 8 | 6 |
| Eff .C | 14 | 26 | 34 | 40 |

c) Le mode de cette série est : $1$

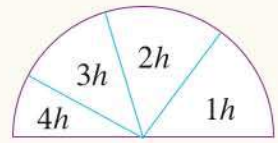
Interprétation : La majorité de ces jeunes se connectent $1h$ par jour

3) Moyenne $= 2,15$ soit $2h9\min$

4) La médiane de cette série est : $2$

5) oui puisque la médiane est : $2$

6) Diagramme semi-circulaire




**Exercice 14:**

1) $28 \leqslant A < 36$ est la classe modale

2) âge moyen $= \frac{241}{6} \simeq 40ans$

3) a) On note $C_k$ la $k$ ième classe

| Classe | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif cumulé | 4 | 12 | 19 | 25 | 30 |

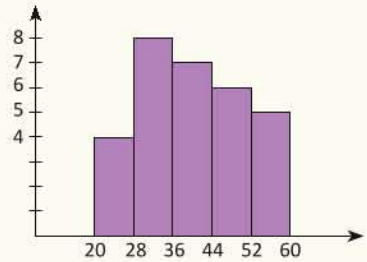
PDF Compressor Free Version

b) La médiane se trouve dans la classe $C_3$

c'est-à-dire : $36 \leqslant A < 44$

4) $40\%$

5) Histogramme




**Exercice 15:**

1) $4500 \leqslant S < 6000$ est la classe modale

2) $N = 128$ est le nombre total de salairiés dans cette entreprise

3) Le salaire moyen $\simeq 4722,66dh$

4) La fréquence de la classe $4500 \leqslant S < 6000$ est : $\frac{53}{122} \simeq 0,414$

5) Le salaire médian se trouve dans la classe : $4500 \leqslant S < 6000$

6) Vrai car la médian est inférieure strictement à $6000$

7) Histogramme

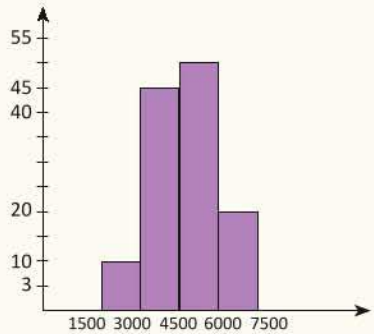
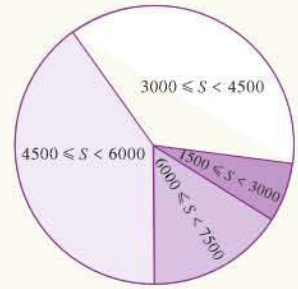



Diagramme circulaire




**Exercice 16:**

1) La classe modale de cette série statistique est la classe : $65 \leqslant n < 75$

2) Le nombre moyen de battements du Cœur par minute est la moyenne de cette série statistique soit : $72$

3) La médiane de cette série statistique se trouve dans la classe : $65 \leqslant n < 75$

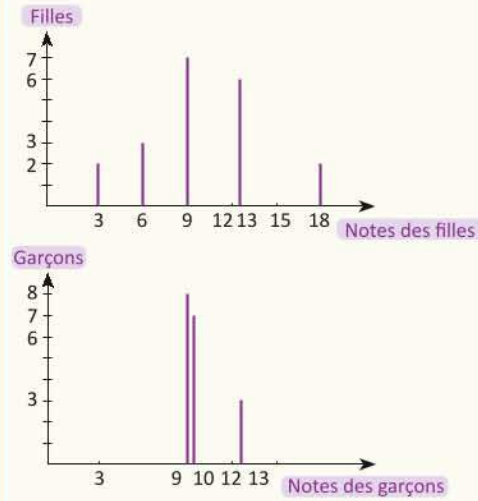
**Exercice 17:**

1) Le mode de la série des filles est la valeur $9$ il en est de même pour la série des garçons

2)- La moyenne des notes des filles est : $10,05$

- La moyenne des notes des garçons est $\simeq 10,05$

3) Diagramme en bâtons




4) La série des filles est plus dispersée.

# 17 Chapitre GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

PDF Compressor Free Version

## Partie 1: Page de garde

| | |
|---|---|
| **Objectifs** | • Reconnaître une droite orthogonale à un plan.<br>• Reconnaître le parallélisme d'une droite et d'un plan.<br>• Reconnaître l'agrandissement et la réduction.<br>• Reconnaître l'effet d'agrandissement et de réduction sur les longueurs, les aires et les volumes.<br>• Utiliser le théorème de Thalès et de Pythagore pour le calcul des aires et des volumes. |
| **Pré-requis** | • Thalès; Pythagore;<br>• Géométrie dans l'espace;<br>• Calcul des périmètres, aires et volumes;<br>• Echelle<br>• Equation<br>• Prisme droit; solide de révolution<br>• Patron de quelques solides<br>• Position relative de deux droites. |
| **Contenu** | • Droite orthogonale à un plan ;<br>• Droite parallèle à un plan ;<br>• Agrandissement et réduction. |
| **Prolongement** | • Géométrie analytique dans l'espace;<br>• Calcul des volumes;<br>• Applications de la géométrie dans l'espace en physique- chimie et autres (la vie courante) ... |
| **Matériel didactique** | • Calculatrice;<br>• Compas;<br>• Equerre;<br>• Règle;<br>• Logiciel. |

PDF Compressor Free Version

| | |
|---|---|
| Plan de la leçon | **JE TESTE MES PRÉ-REQUIS**<br>• QCM<br>• Vrai ou Faux. |
| | **Activités**<br>• **Activité 1:** Droite orthogonale à un plan<br>• **Activité 2:** Droite parallèle à un plan<br>• **Activité 3:** Agrandissement et réduction |
| | **Cours**<br>• Droite orthogonale à un plan;<br>• Droite parallèle à un plan;<br>• Agrandissement et réduction. |
| | **Pour comprendre**<br>• Droite orthogonale à un plan;<br>• Droite parallèle à un plan;<br>• Agrandissement et réduction. |
| | **Exercices résolus**<br>• Exercice résolu 1<br>• Exercice résolu 2 |
| | **Exercices et problèmes**<br>• J'APPLIQUE<br>• J'INTÈGRE<br>• J'APPROFONDIS |
| | **Maths et culture** |

PDF Compressor Free Version

- **Côté historique et / ou culturel**

## Géométrie dans l'espace

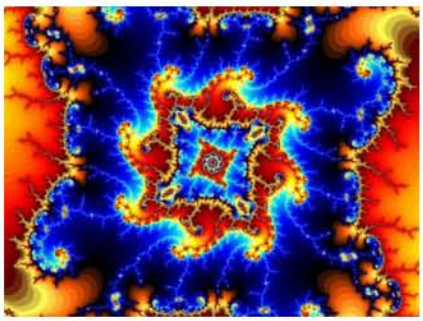
En mathématiques, la géométrie dans l'espace consiste à étudier les objets définis dans la géométrie plane dans un espace à trois dimensions et à y ajouter des objets qui ne sont pas contenus dans des plans: surfaces (plans et surfaces courbes) et volumes fermés. Il s'agit donc de la géométrie dans un espace à trois dimensions.

Trois dimensions ou trimensionnel ou 3D sont des expressions qui caractérisent l'espace qui nous entoure, tel que perçu par notre vision, en termes de largeur, hauteur et profondeur.

Le terme «3D» est également (et improprement) utilisé (surtout en anglais) pour désigner la représentation en images de synthèse (numérique), le relief des images stéréoscopiques ou autres images en relief.

## Géométrie fractales:

Le mot «fractale» vient du latin «fractus» qui signifie «brisé». En effet, une fractale est un objet géométrique «infiniment morcelé» dont les détails sont observables à une échelle arbitrairement choisie.



En zoomant sur une partie de la figure, on peut retrouver toute la figure, on dit qu'elle est auto similaire.

Même si un certain nombre de choses était déjà connu, on attribue la découverte des fractales à un polytechnicien français, Benoît Mandelbrot (1924;2010).

Ses premières recherches datent de 1964 où il emploie le terme de self-similar lors d'une étude réalisée chez IBM. Mais c'est en 1975 qu'il expose ses travaux et donne le nom de «fractale» dans son ouvrage «Les objets fractales».

La manière la plus simple d'obtenir une fractale, c'est de la trouver dans la nature.

Certains végétaux comme la fougère ou le chou possèdent de splendides fractales qui n'ont pas attendu Mandelbrot pour exister.

Les nuages ou les montagnes sont aussi des exemples de

fractales mais ceux-là ne présentent pas d'autosimilarité.

PDF Compressor Free Version

Avec deux miroirs mis face à face, vous pouvez aussi vous amuser à créer un objet fractal. Le miroir contient un miroir qui contient un miroir qui contient un miroir...

Quelques artistes nous offrent aussi de belles réalisations de fractales, comme M.C. Escher ou P.Raedschelders.

Cercle limite, M.C. Escher, 1960

Papillon, Raedschelders

En géométrie, la courbe de Koch (ou flacon de neige) est un exemple facile à construire pour les premiers rangs et qui permet de comprendre comment sont réalisés les objets fractales.

La transformation à appliquer est la suivante :

- partager un segment en trois,
- construire un triangle équilatéral qui repose sur le tiers central,
- effacer sa base.

Le flacon de neige s'obtient lorsque la figure initiale est un triangle équilatéral.

On applique la transformation décrite ci-dessus sur chaque côté du triangle. Puis on la répète sur tous les segments de la figure obtenue, puis on recommence et ainsi de suite...

• **Côté pédagogique:**

PDF Compressor Free Version

L'élève a appris à connaître, durant les niveaux d'étude précédents, les différents solides tant en termes de description, nomination, patrons... aussi bien que les propriétés géométriques qui les composent.

L'élève, a utilisé également différentes formules des volumes de ces solides, pour traiter certaines situations géométriques dans l'espace.

L'intégration de ce chapitre s'effectue dans le cadre de l'expansion des connaissances mathématiques de l'élève, dans le champ d'organisation et de mathématisation des situations mathématiques.

Le champ d'expansion se rapporte aux domaines suivants :

- Exploitation du théorème de Thalès, pour calculer les hauteurs, les longueurs et les largeurs de certains solides.

- Utilisation du théorème de Thalès dans le traitement des situations géométriques dans l'espace, pour mettre en évidence le parallélisme et les calculs des longueurs.

- Connaître l'agrandissement et la réduction des solides, et leurs traces sur les surfaces et les volumes.

Il est à signaler que la présentation et l'utilisation de ces notions s'effectuent en se basant sur des solides élémentaires tout en utilisant un matériel didactique adéquat.

## Partie 2: Gestion des activités

• **Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

• **Traitement:**

| **Activité 1 :** Droite orthogonale à un plan | |
|---|---|
| Objectif | Connaître la définition et la propriété concernant la droite orthogonale à un plan |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) a) $(AB) \perp (AD)$ car $ABCD$ est un rectangle<br>$(AB) \perp (AE)$ car $ABFE$ est un rectangle<br>b) $(AD)$ ; $(AH)$ et $(AE)$ sont des droites incluses dans le plan $(ADH)$ et passant par $A$<br>2) $(AB) \perp (AD)$ et $(AB) \perp (AE)$ et puisque $(AD)$ et $(AE)$ sont deux droites sécantes en $A$ et incluses dans le plan $(ADH)$, alors $(AB)$ est orthogonale au plan $(ADH)$, et puisque $(AH)$ est incluse dans $(ADH)$ et passe par $A$, alors $(AB) \perp (AH)$<br>3) a) $(FG) \perp (CG)$ et $(FG) \perp (HG)$ et comme les droites $(CG)$ et $(HG)$ sont sécantes en $G$ et incluses dans le plan $(DCG)$, alors $(FG) \perp (DCG)$<br>b) $(FG) \perp (DCG)$<br>$(DG)$ est incluse dans $(DCG)$ et passe par $G$ donc $(FG) \perp (DG)$.<br>Le triangle $FGD$ est donc rectangle en $G$ |
| **Activité 2 :** Droite parallèle à un plan | |
| Objectif | Connaître la définition de droite parallèle à un plan |
| Type de travail | Individuel |
| Solution proposée | 1) En utilisant le théorème Thalès dans les triangles $SAB$, $SAD$ et $SDC$ on obtient l'égalité des quotients demandés<br>2) Utiliser les égalités; précédentes et la transitivité<br>3) En utilisant les configurations de Thalès dans les triangles $SAB$, $SAD$ et $SDC$ on obtient: $\frac{SA'}{SA} = \frac{A'B'}{AB} = k$, $\frac{SA'}{SA} = \frac{A'D'}{AD} = k$ et $\frac{SB'}{SB} = \frac{SA'}{SA} = k$<br>Donc : $A'B' = k.AB$ ; $A'D' = k.AD$ ; $SA' = k.SA$ et $SB' = k.SB$<br>4) $ABCD$ est un rectangle, donc $\mathcal{A}_1 = AB \times AD$<br>$A'B'C'D'$ est aussi un rectangle, donc $\mathcal{A}_2 = A'B' \times A'D'$<br>Or : $A'B' = k.AB$ et $A'D' = k.AD$, donc $\mathcal{A}_2 = k^2 AB \times AD = k^2.\mathcal{A}_1$<br>On a: $V_1 = \frac{1}{3}\mathcal{A}_1 \times h$ avec $h = SA$ et $V_2 = \frac{1}{3}\mathcal{A}_2 \times h'$ avec $h' = S'A'$<br>Or : $\mathcal{A}_2 = k^2 \cdot \mathcal{A}_1$ et $h' = k \cdot h$<br>Donc : $V_2 = \frac{1}{3}k^2 \cdot \mathcal{A}_1 \times k \times h = \frac{1}{3} \cdot k^3 \cdot \mathcal{A}_1 \times h = \frac{1}{3}k^3 V_1$ |

PDF Compressor Free Version

PDF Compressor Free Version

**Exercice 1:**

1) Prisme

$A_L = (4\times 10)+(4\times 6)+(4\times 8)$
$= 4\times 24 = 96cm^2$

$A_T = A_L + 2A_B = 96 + 2\times\left(\frac{6\times 8}{2}\right)$
$= 144cm^2$

Prisme 2

- $AB = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$
- $A_L = (8\times 3\sqrt{2})\times 2 + (6\times 8) = 48\sqrt{2}+48$
- $A_T = A_L + 2A_B = (48\sqrt{2}+48) + 2\times\left(\frac{3\times 6}{2}\right)$
$= 66 + 48\sqrt{2}cm^2$

2) Prisme 1

$V_1 = \frac{1}{3}A_B\times h = \frac{1}{3}\times\left(\frac{6\times 3}{2}\right)\times 4$
$= 32cm^3$

Prisme 2

$V_2 = \frac{1}{3}.A_B\times h = \frac{1}{3}\times\left(\frac{6\times 3}{2}\right)\times 8$
$= 24cm^3$

**Exercice 2:**

Pour le demi-cylindre :

$A_T = (3\times 3)+\frac{1}{2}(2\pi\times 1,5)\times 3$
$= \left(9+\frac{9\pi}{2}\right)cm^2$

$V = \frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times 3 = \frac{27\pi}{8}cm^3$
$\simeq 10,6cm^3$

Pour le prisme

$A_T = [(EF\times BE)+(CF\times DF)+(AB\times AD)]+2\times A_{ABC}$
$= 13,75+(2\times 1,5) = 16,75cm^2$

**Exercice 3:**

Il suffit de calculer le volume total de ce solide en litre :

$V = V_1 + V_2 = (\pi\times 4\times 5)+(\pi\times 1\times 3)$
$= 72,22cm^3$

$V = 72,22\times 10^{-3}\ell = 0,0722\ell$

or $V < \frac{1}{4}\ell$ donc ce solide ne peut pas contenir $\frac{1}{4}\ell$

**Exercice 5:**

$x = 1cm$

**Exercice 6:**

1) a) $(EF)\perp(FB)$ et $(EF)\perp(FG)$.
Les droites $(FB)$ et $(FG)$ sont sécantes et incluses dans le plan $(BFG)$ donc $(EF)\perp(EFG)$

b) $\begin{cases}(EF)\perp(BFG)\\(NF)\end{cases}$ est incluse dans $(AFG)$ et passe par $F$

Donc $(EF)\perp(NF)$

2) a) $(HD)\perp(DA)$ et $(HD)\perp(DC)$.
Les droites $(DC)$ et $(DA)$ sont sécantes et incluses dans $(ABC)$, donc : $(HB)\perp(ABC)$

b) $(MD)$ est incluse dans $(ABC)$ et passe par $D$

or $(HD)\perp(ABC)$, donc $(HD)\perp(MD)$ de même $(HD)\perp(BD)$

3) $(DC)\perp(ADH)$ et $(PD)$ incluse dans $(ADH)$ et passe par $D$, donc $(PD)\perp(DC)$

4) $ABN$ est un triangle rectangle en $B$ car $(AB)\perp(FBC)$ et $(BN)$ est incluse dans $(FBC)$ et passe par $B$.

**Exercice 10:**

1) $(EG)\,//\,(AC)$ et $(AC)$ est incluse dans $(ABC)$ donc $(EG)\,//\,(ABC)$.

2) $(HC) \parallel (EB)$ et $(EB)$ est incluse dans $(ABF)$, donc $(HC) \parallel (ABF)$.

PDF Compressor Free Version

3) $(FC) \parallel (ED)$ et $(ED)$ est incluse dans $(ADH)$, donc $(FC) \parallel (ADH)$.

4) Dans le triangle $GDC$, on a :

$I$ milieu de $[CG]$ et $J$ milieu de $[DG]$ donc $(IJ) \parallel (DC)$ ; or $(DC)$ est incluse dans $(ABC)$ ; donc $(JJ) \parallel (ABC)$ .

5) On procède de la même façon pour montrer que :

$(KJ) \parallel (ABC)$ ; $(IK) \parallel (ABC)$ et $(IK) \parallel (EFG)$

**Exercice 13:**

1) $k = \frac{DB}{DI} = \frac{\sqrt{65}}{6}$

2) Le triangle $IJK$ est de même nature que le triangle $BCF$, comme $BCF$ est isocèle rectangle en $B$ ; $(IJ) \parallel (CB)$, $(JK) \parallel (BF)$ et $(IK) \parallel (CF)$ , donc :

Le triangle $IJK$ est isocèle rectangle en $I$ .

3) a) $IJ = \frac{1}{k}CB = \frac{6}{\sqrt{65}} \times 4 = \frac{24\sqrt{65}}{65} cm$

b) $A_{IJK} = \frac{IJ \times IK}{2} = \frac{1}{2}IJ^2$

$= \frac{1}{2} \times \frac{576}{65} = \frac{288}{65}.cm^2$

(car $IJ = IK$ )

$A_{IJK} \simeq 4,43cm^2$

4) $V_{DIKJ} = \frac{1}{3}A_{IJK} \times DI \simeq 8,86cm^3$

3) $V_{DCFB} = k^3 V_{DIKJ} \simeq 21,5cm^3$

**Exercice 14:**

1) $FH = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$

3) $(BF) \perp (EFG)$ et $(FH)$ est incluse dans $(EFG)$ et passe par $F$, donc $(BF) \perp (FH)$ et par suite le triangle $BFH$ est rectangle en $F$ .

3) $BH = \sqrt{5^2 + 117} = \sqrt{142} \simeq 11,92$

4) $EG = BH = \sqrt{142}$

5)

$\mathcal{A}_T = 2 \times (AE \times EH) + 2 \times (AB \times AE) + 2(AB \times AD)$

$= 258$

6) $V = FH \times EF \times AE = 270$

7) $(FG) \parallel (CBE)$ (car $(FG) \parallel (BC)$ et $(BC)$ incluse dans le plan $(BCE)$)

8) $V_{BFHG} = \frac{1}{3}A_{FHG} \times BF = 90$

**Exercice 15:**

1) $k = \frac{2}{5}$

2) a) $V_{EABCD} = \frac{1}{3}AB^2 \times AE = \frac{125}{3} \simeq 41,7cm^3$

b) $V_{EA'B'C'D'} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 V_{EABCD} = \frac{125}{81} \simeq 1,54cm^3$

3) $(BC) \perp (ABF)$ et $(EB)$ est incluse dans $(ABF)$ et passe par $B$, donc $(BC) \perp (EB)$

4) a)

$\mathcal{A}_{EABCD} = \mathcal{A}_{ABE} + \mathcal{A}_{EBC} + \mathcal{A}_{EBC} + \mathcal{A}_{EDC} + \mathcal{A}_{BAD} + \mathcal{A}_{ABCD}$

$= 50 + 25\sqrt{2}\,cm^2$

b) $A_{EA'B'C'D'} = k^2 A_{EABCD} = 8 + 4\sqrt{2}\,cm^2$

**Exercice 16:**

1) $V_{C_1} = \frac{1}{3}\pi \times 9 \times 2\sqrt{10} = 6\pi\sqrt{10} \simeq 59,6cm^3$

2) $k = \frac{SA}{SO} = \frac{2\sqrt{10} - 6}{2\sqrt{10}} = \frac{10 - 3\sqrt{10}}{10}$

$k \simeq 0,0513$

3) $V_{C_2} = k^3 V_{C_1} \simeq 0,00805cm^3$

4) a) $NA = k \times OM \simeq 0,0513 \times 3$

$= 0,1539cm$

$SN = \sqrt{NA^2 + SA^2} \simeq 0,3592\,cm$

b) Déduction de $SM$

$SM = \frac{1}{k}SN \simeq 7,002cm$

5) a) La lettre $k$ correspond à la lettre $S$. $H$ et $P$ correspondent à la lettre $M$ .

b) $HK = SM \simeq 7,002cm$

PDF Compressor Free Version

c) La longueur de l'arc $\overset{\frown}{HH'}$ est égale au périmètre de la base du cône :

$2\pi \times 3 = 6\pi \simeq 18,84cm$

d) $\begin{cases} 2 \times \pi \times 7,002 \longrightarrow 360° \\ 6\pi \longrightarrow 360 - \alpha \end{cases}$

on en déduit $\alpha \simeq 205,8°$

**Exercice 19:**

1) $ID = \frac{1}{2}DB = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}\,cm$

2) $(DH) \perp (ADC)$ et $(DI)$ est incluse dans $(ABC)$

Donc $(DH) \perp (DI)$

3) Déduction :

$IH = \sqrt{DI^2 + DH^2} = 3\sqrt{6}\,cm$

4) $V_{IEFGH} = \frac{1}{3} A_{EFGH} \times h (h = IJ = AE = 6cm)$

$= 72cm^3$

3- $V_2 = k^3 V_{IEFGH} = 9000cm^3$

Donc $k^3 = \frac{9000}{72} = 125 = 5^3$ d'où $k = 5$

**Exercice 20:**

1) $ABCDEF$ est un hexagone régulier de centre $O$, donc $D\widehat{C}E = \frac{360}{6} = 60°$

$A\widehat{O}D = A\widehat{O}F + F\widehat{O}E + E\widehat{O}D$

$= 3 \times 60 = 180°$

de même $B\widehat{O}E = 180°$, donc $A$ est le symétrique de $D$ par rapport à $O$.

$B$ est le symétrique de $D$ par rapport à $O$

Donc $(AB) \parallel (ED)$, or $(ED)$ est incluse dans le plan $(SDE)$, donc $(AB) \parallel (SDE)$

2) Le rapport de réduction est

$k = \frac{B'C'}{BC} = \frac{3}{8}$

3) $(SO) \perp (ABC)$ et $(BE)$ est incluse dans $(ABC)$

Donc $(SO) \perp (BE)$ ; on montre de même que : $(SO) \perp (AD)$

4) $\mathcal{A}_{OAB} = \frac{AB \times h}{2} = 4008cm^2$

(Remarque : le triangle $OAB$ est équilatéral)

(car : $h = \sqrt{40^2 + 20^2} = 20\sqrt{5}$)

5) a) $V_{ABCDEF} = \frac{1}{3}\mathcal{A}_{ABCDEF} \times h$

$= \frac{1}{3} \times (6 \times A_{OAB}) \times SO$

$h = \frac{SO'}{SO} = \frac{SO'}{SO' + 40}$

Donc : $SO' = \frac{40k}{1-k} = 24$

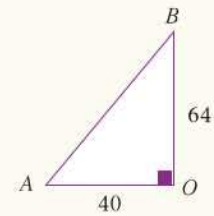
Donc $SO = 24 + 40 = 64$

D'où : $V_{SABCDEF} = \frac{25600\sqrt{5}}{3} \simeq 19081cm^2$

b) $V_{SA'C'D'E'F'} = k^3 V_{SABCDEF} = 450\sqrt{5}$

$\simeq 1006,23cm^3$

6) Il s'agit de calculer l'aire latérale du tronc de cette pyramide :




• $\mathcal{A}_{L_1}$ l'air de la grande pyramide $= 6 \times \mathcal{A}_{SAB}$

• $SA = \sqrt{40^2 + 64^2} = 8\sqrt{89}\,cm$

• La hauteur issue de $S$ du triangle $SAB$ est $h_1 = 4\sqrt{331}\,cm$

Donc : $\mathcal{A}_{SAB} = \frac{AB \times h_1}{2} \simeq 1455,5cm^2$

D'où $\mathcal{A}_{L_1} \simeq 8733cm^2$

• $\mathcal{A}_{L_2}$ l'aire latérale de la petite pyramide $= k^2 \times \mathcal{A}_{L_1}$

PDF Compressor Free Version

Donc l'aire du tissu nécessaire pour l'abat-jour est :

$$\mathcal{A}_{L_1} - \mathcal{A}_{L_2} = \mathcal{A}_{L_1} - k^2\mathcal{A}_{L_1} = (1-k^2)\mathcal{A}_{L_1}$$
$$\simeq 7505cm^2$$

**Exercice 23:**

1) a) En utilisant le théorème de Thalès dans le triangle $ABS$, on obtient :

$\frac{SE}{EF} = \frac{EF}{AB}$, donc $EF \times \frac{9}{4} = 2,25cm$

b) En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle $APS$, on obtient $SB = 15cm$

2) a) Le coefficient (ou le rapport) de réduction est : $k = \frac{1}{3}$

b) $V_{SEFGH} = k^3 V_{SABCD} = \frac{1}{27} \times 324 = 12cm^3$

PDF Compressor Free Version

# Références

# Bibliographie

PDF Compressor Free Version

**Formation en didactique des sciences**


• Arca, M. et Caravita, S.(1993). Le constructivisme ne résout pas tous les problèmes. In. Aster n°16. Modèles pédagogiques. Paris: INRP.

• Arénilla, L. Gossot, B. Rolland, M-C. et Roussel, M-P. (2004). Dictionnaire de pédagogique. Paris: Bordas.

• Arsac, G. (1987). L'origine de la démonstration : essai d'épistémologie didactique. RDM vol. 8, N°3.

• Astolfi et al. (1978). Une pédagogique pour les sciences expérimentales, PUF.

• Astolfi, J-P. (Coordinateur). (1985). Procédures d'apprentissage en sciences expérimentales. Paris : INRP.

• Astolfi, J-P. Develay, M. (1989). La didactique des sciences. Paris : PUF.

• Astolfi, J-P. (1990). L'émergence de la didactique de la biologie, un itinéraire. In ASTER, n°11, informatique, regards didactiques. INRP.

• Astolfi, J-P. (1993). Placer les élèves en situation-problème. Probio-Revue, vol 16 n°4.

• Astolfi, J-P. Darot, E. Ginsburger-Vogel, Y. et Toussaint, J. (1997). Mots-clefs de la didactique des sciences. Repères, définitions, bibliographies. Collection pratiques pédagogiques. Paris-Bruxelles : De Boeck & Larcier s.a.

• Astolfi, J-P. Develay, M. (1998). La didactique des sciences. Que sais-je. 5ème édition. PUF.

• Astolfi, J-P. (1998). Comment les enfants apprennent les sciences. Retz.

• Astolfi, J-P. Darot, E. Ginsburger-Vogel, Y. et Toussaint, J. (2011). Mots-clefs de la didactique des sciences. Repères, définitions, bibliographies. De Boeck. 2ème édition.

• Astolfi, J-P. Darot, E. Ginsburger-Vogel, Y. et Toussaint, J. (2011). Mots-clefs de la didactique des sciences. Repères, définitions, bibliographies. De Boeck. 2ème édition.

• Bachelard, G. (1980). La formation de l'esprit scientifiques. Vrin. Paris.

• Bédard, D. et al. (2000). Les fondements de dispositifs pédagogiques visant à favoriser le transfert de connaissances: les perspectives de «l'apprentissage et de l'enseignement contextualisés authentiques». ResAcadeica. Vol. 18 (1 & 2).

• Benyamna, S. (1990). Tendances des recherches en didactiques des sciences physiques. In. Revue ATTADRISS. Spécial N°15. La didactique des sciences. Rabat : Faculté des sciences de l'éducation. Université Mohamed V.

• Bosman, C. & al. (2000). Quel avenir pour les compétences? Ed. De Boeck.

• Broussou, G. (1986). Fondement et méthodes de la didactique des mathématiques. In. Recherches en Didactique des mathématiques. Vol 7. n°2. Editions la pensée Sauvage, Grenoble, 1986.

• Chemin, N. (2004). Les apports de la modélisation dans l'acquisition des connaissances en astronomie. IUFM Orléans-Tours.

• Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble : La pensée sauvage Editions.

• Coisne, S. (2004). Que valent les manuels scolaires? La recherche. In. L'actualité des sciences. N°378.

PDF Compressor Free Version

• Conseil supérieur de l'éducation, la formation et la recherche scientifique. (2015). Pour une école de l'équité, de la qualité et de la promotion. Vision stratégique de la réforme 2015-2030. Rabat. Royaume du Maroc.
• Closset, J.C. (1983). Le raisonnement séquentiel en électrocinétique. Thèse du 3ème cycle. Université de Paris VII.
• Coquin-Viennot, D.(1989). La notion de représentation-conception au service de l'enseignement d'un concept mathématique : exemple des nombres relatifs. Dans. La psychologie scientifique et ses applications. Sous la direction de Monteil, J-M. et al. Presse universitaire de Grenoble.
• Cornu, L. et Vergnioux, A. (1992). La didactique en question. Hachette 2ducation.
• Crahay, M. et Lafontaine, D. (édit) (1986). L'art et la science de l'enseignement. Editions Labor.
• De Montmollin, M. (1986). L'ergonomie. Eiditon la découverte.
• D'Hainaut, L. (1983). Des fins aux objectifs de l'éducation : un cadre conceptuel et une méthode générale pour établir les résultat attendus d'une formation. Bruxelles : Ed. Labor. 3ème édition.
• De Rosnay, J. (1975). Le mascoscope. Ed. Seuil.
• Desautel, J. et Trempe, P-L. (sans date). Qu'est ce que la didactique? In. Textes de référence. Didactique en sciences expérimentales. CFPCPR-Rabat.
• De Vecchi, G. et Giordan, A. (1994). L'enseignement scientifique, comment faire pour que ça marche. Z'éditions, Nice.
• De Vecchi, G. et Carmona-Magnaldi, N. (2007). Faire vivre de véritables situations-Problèmes. Hachette Education.
• Develay, M. (1987). A propos de la transposition didactique en sciences biologiques. Aster, INRP. n°4.
• Develay, M. (1989). Sur la méthode expérimentale. Dans. Aster, n°8. Expérimenter, modéliser. Paris : INRP.
• Develay, M. (1992). De l'apprentissage à l'enseignement, pour une épistémologie scolaire. Collection pédagogiques. E.S.F éditeurs, Paris.
• Develay, M. (1994). Peut-on former les enseignants? Paris : ESF.
• Develay, M. (1995). De l'apprentissage à l'enseignement. Paris : ESF éditeur.
• Develay, M. (1997). Origines, malentendus et spécificités de la didactique. In: Revue française de pédagogique, volume 120, 1997. Penser la pédagogie.
• Dumas-Carre, A. (1987). La résolution du problème de physique au lycée. Thèse. Université Paris 7.
• Dumas-Carre, A. et Goffard, M. (1998). Objectivation des pratiques de tutelle d'un enseignant au cours de séances de résolution de problèmes en physique. In. Dumas Carré et Weil-Barais (Eds). Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique. Bern : Peter Lang.
• Elayech, N. (2010). Théories d'apprentissage. Université de Monastir. Thèse.
• Englebert-Lecomte, V., Fourez, G. et Mathy, Ph. (1998). Pourquoi former à l'épistémologie dans le secondaire? Le point sur la recherche en Education, 8, pp. 19-29.
• Ferry, G. (1987). Le trajet de la formation. Paris : Dunod, coll. Sciences de l'éducation.
• Fourastié, J. (1966). Les conditions de l'esprit scientifique. Paris, Gallimard.
• Fourez, G. (1996). La construction des sciences. De Boeck.

• Gagné, R.M. (1976). Les principes fondamentaux de l'apprentissage. Application à l'enseignement. Montréal: Les éditions HRW.
• Gagnon, J-C. (1974). La didactique d'une discipline. Université Lavel. Quebec. Cité par Desautels, J. et Trempe, P-L. (sans date). Qu'est-ce que la didactique? In. Textes de référence. Didactique en sciences expérimentales. CFPCPR-Rabat. (1981).
• Gaidoz, P. et Tiberghien, A. (2003). Un outil d'enseignement privilégiant la modélisation. BUP n°850. Paris. Janvier 2003.
• Gillet, P. sous la direction de). (1991). Construire la formation. Outils pour les enseignants et les formateurs. Paris : ESF éditeur.
• Giordan, A. (1978). Une pédagogie pour les sciences expérimentales. Le Centurion.
• Giordan, A. et Girault, Y. (1994). Les aspects qualitatifs de l'enseignement des sciences dans les pays francophones. UNESCO-IIPE.
• Gohau, G. (1992). Esprit déducatif versus esprit inducatif. Raisonner en sciences. Aster n°14. INRP.
• Goulet, J-P. (1994). A la recherche des fondements éducatifs d'une approche par compétences. Dans. Pédagogique collégiale, vol. 8, n°2, décembre 1994.
• Greimas, A-J. Courtès, J. (1994). Dictionnaire raisonné de la théorie du langage. Hachette.
• Hempel, C. (1972). Eléments d'épistémologie. Ed. Colin.
• Huberman, M. (Ed.). (1988). Assurer des apprentissages scolaires? Les propositions de la pédagogique de maîtrise. Lausanne : Delachaux et Niestlé.
• Jacob, F. (1970). La logique du vivant. Ed. Gallimard.
• Jasmin, B. (1973). Problématique possible de la didactique. Textes de références. Didactique en sciences expérimentales-C.F.P.C.P.R. Rabat.
• Joshua, S. (1989). Le rapport à l'expérimental dans la physique de l'enseignement secondaire. Aster N°8 : Expérimenter, modéliser.
• Joshua, S. et Dupin, J-I. (1993). Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques. PUF. Paris.
• Jonnaert, P. (1988). Conflits et savoirs et didactique. De Boeck.
• Koyré A. (1973). Etudes d'histoire de la pensée scientifique. «Tel». Gallimard. Paris.
• Kuhn, T. (1983). La structure des révolutions scientifiques. Ed. Flammarion.
• Mager, R.F. (1974). Comment définir des objectifs pédagogiques. Paris : Gauthier-Villars.
• Martinand, J.-L. (1996). La didactique des sciences et de la technologie et la formation des enseignants. Notes d'actualité. Les cahiers du CeRF n°4. In : Recherche(s) et Formation des Enseignants. Sept. 96.
• Meirieu, Ph. (1988). Apprendre... oui mais comment». Editions ESF. Deuxième édition. au savoir. De Boeck.
• Thuillier, P. (1972). Jeux et enjeux de la science. Ed. Lafond.
• Viennot, L. (1979). Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire. Paris : Herman.
• Vuilleumier, B. (1985). La philosophie silencieuse dans la formation des enseignants. In. 7èmes journées internationales sur l'éducation scientifique. Chamonix.

PDF Compressor Free Version

Biblioweb
PDF Compressor Free Version

• https://www.mathsbook.fr

• https://www.maxicours.com

• https://www.mathovore.fr

• https://www.maths-et-tiques.fr

• https://www.maths-inter.ma

• Bächtol, M. (2014). Les fondements constructivistes de l'enseignement des sciences basé sur l'investigation. Tréma (En ligne), 38/2012, mis en ligne le 01 décembre 2014. URL: http://journals.openedition.org/trema/2817.

• Bardou, A. (2010). La démarche scientifique. Réflexions et propositions d'activités. In. https://animation.hepvs.ch/sciences-de-la-nature/.../ la_demarche_scientifique.pdf.

• Clerc, J-B. Minder, P. et Roduit, G. (2006). La transposition didactique. In. http://lyonelkaufmann.ch/histoire/MHS31Docs/Seance1/TranspositionDidactique.pdf.

• Driver, R. Asoko, H. Leach, J. Mortimer, E. et Scott, P. (1994). Constructing scientific knowledge in the classroom, Educational Researcher, 23 (7), 1994, p. 5-12. Cité par Bächtol, M. (2014). Les fondements constructivismes de l'enseignement des sciences basé sur l'inverstigation. Tréma (En ligne), 38/2012, mis en ligne le 01 décembre 2014. URL : http://journals.openedition.org/trema/2817.

• El Jamali, S. Mrabet, B-M. El Kouali, M. et Talbi, M. (2009). Quel est l'intérêt des enseignants marocains pour l'épistémologie et l'histoire des sciences? Revue internationale de pédagogique de l'enseignement supérieur (En ligne), 25-1/2009, mis en ligne le 17 avril 2009. URL : http://ripes.revues.org/72.

• Giordan, A. (1995). Les conceptions de l'apprenant comme tremplin pour l'apprentissage. In. http: www.andregiordan.com/articles/apprendre/conceptionapprenant.html

• Maarouf, A. (2010). La didactique des sciences: Genèse et évolution. (Traduit de l'arbre). Le blog d'éducation et de formation.

http://sfijdida.over-blog.com/article-61772718.html.

• Martinand, J-L. (2016). «Point de vue V - Didactique des sciences et techniques, didactique du curriculum». Education et didactique (En ligne), 8-1/2014, mis en ligne le 15 septembre 2016.

http://journals.openedition.org/educationdidactique/1886.

• Meirieu, P. (1997). L'école et les parents : la grande explication.

http://www.meirieu.com/LIVRESEPUISES/ecoleetparents.pdf.

• Riopel, M. (2013). Epistémologie et enseignement des sciences. In.

http://sites.google.com/site/epistemologieenseignement/

• Solé, A. Laroche, P. et Gungor/Niam, S. (2011). Jean Piaget. theorie de l'apprentissage. Le Constructivisme. Université de Paris Ouest Nanterre.

memorandum-ipfa13.wideo.com/documents/Piaget.doc

• Vergnaud, G. (1989). La formation des concepts scientifiques. Relire Vigotsky et débattre avec lui aujourd'hui. Percée. Enfance.volume 42, n°1. http://www.persee.fr/doc/enfan_0013-7545_1989_num_42_1_1885.

• Zouari, Y. (2016). Pédagogique et didactique à l'épreuve de la modernité. Questions Vives (En ligne), Vol. 4 n°13/2010, mis en ligne le 01 janvier 2011. http://questionsvives.revues.org/237.

# Livres de Mathématiques

• Claude FElloneau, 3e les fichiers vuibert, Maths, Vuibert 2002.

• Joel Malaval et al, transmath 3e, Nathan 2012.

• J. Abderrahmane et, al mohite en mathématique, Sogeliv-Somadil, Edition 2005.

• Jacqueline borréni et al, Maths 3e, Magnard 2003.

• Francoise Van dieren, Maths Première - Manuel - De boeck. Bruxelles, 2011.

• Livret Maths 3e seconde - Partie B exercices.

• Marc Boullis et al, Myriade Mathématiques 3e, Bordas, 2012.

• Laure Brotreaud et al, Delta Maths 4e, Magnard, 2016.

• Gérard Bonnefond et al, Mathématiques 3e, hatier 1993.

PDF Compressor Free Version