

PDF Compressor Free Version

COLLECTION DEMISTIFIED
COURS DE PHYSIQUE POUR LES CLASSES DE
TERMINALES SCIENTIFIQUES

J. TCHIEGANG

15 août 2018

TABLE DES MATIÈRES

| | | |
|-----------|---|---|
| I | Rappels des notions de mathématiques | 2 |
| II | Rappels des notions de physiques | 2 |

CHAPITRE 1

CHAMPS ET FORCES

| | | |
|------------|--|---|
| I | Généralités | 3 |
| II | Interaction gravitationnelle | 3 |
| II.1 | Forces de gravitation | 3 |
| II.2 | Champs de gravitation | 3 |
| III | Interaction électrique | 4 |
| III.1 | Force électrique, loi de Coulomb | 5 |
| III.2 | Champ électrique | 5 |
| | Caractéristiques du vecteur champ électrique dans un condensateur | 5 |
| IV | Interaction magnétique | 6 |
| IV.1 | Forces magnétiques | 6 |
| IV.2 | Champ magnétique | 6 |
| IV.3 | Action d'un champ magnétique uniforme sur un conducteur parcouru par un courant : force de Laplace | 7 |
| IV.4 | Action d'un champ magnétique uniforme sur une particule chargée : force de Lorentz | 7 |

CHAPITRE 2

LES LOIS DE NEWTON

| | | |
|------------|---|----|
| I | Éléments de cinématique du point | 8 |
| I.1 | Répère, position, trajectoire | 8 |
| I.2 | Vecteur vitesse | 8 |
| I.3 | Vecteur accélération | 9 |
| I.4 | Types de mouvements | 9 |
| II | Éléments de la dynamique du point | 9 |
| II.1 | Notions de référentiels | 9 |
| II.2 | Point matériel, système matériel, solide | 10 |
| II.3 | Force intérieure, force extérieure | 10 |
| II.4 | Système isolé, Système pseudo-isolé | 10 |
| II.5 | Centre de gravité, centre d'inertie | 10 |
| III | Énoncés des Lois de Newton | 10 |
| III.1 | 1 ^{ère} loi de Newton : Principe de l'inertie | 10 |
| III.2 | 2 ^{ème} loi de Newton : théorème du centre d'inertie | 10 |

| | | |
|-------|---|----|
| III.3 | Consigne pour la résolution d'un problème de dynamique | 11 |
| III.4 | 3 ^{ème} loi de Newton ou principe d'interaction. | 11 |

PDF Compressor Free Version

CHAPITRE 3

GÉNÉRALITÉS SUR LES SYSTÈMES OSCILLANTS

| | | |
|------------|---|----|
| I | Phénomènes périodiques et oscillatoires | 12 |
| I.1 | Définition | 12 |
| I.2 | Quelques exemples de systèmes oscillants | 12 |
| I.3 | Caractéristiques d'un système oscillant | 12 |
| I.4 | Amortissement et entretiens des oscillations | 12 |
| I.5 | oscillations libres, oscillations harmoniques. | 12 |
| I.6 | Représentation d'une fonction sinusoïdale. | 13 |
| II | Représentation de Fresnel | 13 |
| III | Méthodes d'analyse des systèmes oscillants | 14 |
| III.1 | L'enregistrement graphique | 14 |
| III.2 | L'analyse à l'oscilloscope. | 15 |
| III.3 | L'analyse stroboscopique | 15 |

CHAPITRE 4

LES ONDES MÉCANIQUES.

| | | |
|------------|---|----|
| I | Les Signaux | 17 |
| I.1 | Définition et exemples | 17 |
| I.2 | Les types de signaux | 17 |
| I.3 | La propagation d'un signal. | 17 |
| II | Notion d'onde mécaniques | 18 |
| II.1 | Définition | 18 |
| II.2 | Formation d'une onde mécanique le long d'une corde | 18 |
| II.3 | Propagation d'une onde mécanique à la surface de l'eau. | 19 |
| III | Superposition des ondes progressives de faible amplitude | 20 |
| III.1 | Phénomène d'interférence des ondes mécaniques. | 20 |
| | points d'amplitude maximale : | 21 |
| | points d'amplitude nulle : | 21 |
| III.2 | Ondes stationnaires : expérience de Melde | 21 |
| | Abscisses des nœuds et des ventres | 21 |

CHAPITRE 5

APPLICATION DES LOIS DE NEWTON AUX MOUVEMENTS RECTILIGNES UNIFORMÉMENT VARIÉS

| | | |
|----------|---|----|
| I | Cinématiques des mouvements rectilignes | 24 |
| I.1 | Paramètres cinématiques d'un mouvement rectiligne | 24 |
| I.2 | Types de mouvements rectilignes | 24 |
| I.3 | Autres caractéristiques | 24 |

| | | |
|------------|---|----|
| II | Application aux mouvements dans le champ de pesanteur | 25 |
| II.1 | Chute libre | 25 |
| II.2 | Mouvement sur un plan incliné | 25 |
| II.3 | Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur : chute avec vitesse initiale quelconque | 26 |
| II.4 | Mouvement parabolique d'un projectile sans frottement sur un plan incliné | 27 |
| III | Application au mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme | 27 |
| III.1 | Cas où v est colinéaire à E | 27 |
| III.2 | Cas où v initiale est orthogonale au vecteur champ | 28 |

CHAPITRE 6

APPLICATION DES LOIS DE NEWTON AUX MOUVEMENTS CIRCULAIRES UNIFORMES

| | | |
|-----------|---|----|
| I | Généralités sur les mouvements circulaire uniforme | 29 |
| I.1 | Paramètres cinématiques d'un mouvement circulaire uniforme | 29 |
| II | Applications | 30 |
| II.1 | Mouvement d'un pendule conique | 30 |
| II.2 | Mouvement d'un véhicule dans un virage | 31 |
| II.3 | Mouvement d'un satellite dans le champ de gravitation terrestre | 32 |
| | Loi des orbites | 32 |
| | Loi des aires | 32 |
| | 3 ^e Loi | 32 |
| II.4 | Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme | 32 |

CHAPITRE 7

LES OSCILLATEURS MÉCANIQUES.

| | | |
|------------|--|----|
| I | Les oscillateurs mécaniques en translation : le pendule élastique | 34 |
| I.1 | Etude dynamique du pendule élastique | 34 |
| | a) Equation différentielle du mouvement | 34 |
| | b) Equation horaire du mouvement | 35 |
| | a) Equation différentielle | 35 |
| I.2 | Etude énergétique d'un pendule élastique | 35 |
| II | Pendule en rotation : Pendule de Torsion | 36 |
| II.1 | Etude dynamique | 36 |
| II.2 | Etude énergétique | 37 |
| III | Pendule en rotation : Pendule pesant | 37 |
| III.1 | Description | 37 |
| III.2 | Etude dynamique | 37 |
| III.3 | Etude énergétique | 37 |
| IV | Pendule en rotation : Pendule simple | 38 |
| IV.1 | Etude dynamique | 38 |
| IV.2 | Etude énergétique | 38 |

| | | |
|----------|--|----|
| V | Amortissement et entretien des oscillations | 38 |
| V.1 | Amortissement | 38 |
| V.2 | Entretien des oscillations : resonance | 39 |

CHAPITRE 8

LES OSCILLATEURS ÉLECTRIQUES

| | | |
|------------|--|----|
| I | Les oscillations électriques libres | 40 |
| I.1 | Rappels | 40 |
| | Le condensateur | 40 |
| | La bobine | 40 |
| | La resistance | 40 |
| | Équations | 40 |
| | Tension et intensité maximales | 40 |
| | Tension et intensité efficace | 40 |
| I.2 | Charge et décharge d'un condensateur : circuit LC | 41 |
| I.3 | Mise en évidence des oscillations amorties : circuit RLC libre | 41 |
| II | Les oscillations électriques forcées | 42 |
| II.1 | Mise en évidence | 42 |
| II.2 | Impédance d'une portion de circuit | 42 |
| II.3 | Etude théorique d'un dipôle RLC | 42 |
| III | Puissance électrique en regime sinusoïdale forcé | 44 |
| III.1 | Puissance instantanée | 44 |
| III.2 | Puissance moyenne | 44 |
| IV | Analogies mécano-électriques | 44 |

CHAPITRE 9

LA LUMIÈRE

| | | |
|-----------|--|----|
| I | Aspect ondulatoire de la lumière | 46 |
| I.1 | La diffraction | 46 |
| I.2 | Les interférences lumineuses | 46 |
| | c-1) Expression de la différence de marche | 47 |
| | c-2) Expression de l'interfrange | 47 |
| II | Aspect corpusculaire de la lumière | 49 |
| II.1 | Mise en évidence de l'effet photoélectrique | 49 |
| II.2 | Définition | 49 |
| II.3 | Etude expérimentale de l'effet photoélectrique | 49 |
| II.4 | Rendement quantique de la cellule | 51 |
| II.5 | Les applications de l'effet photoélectrique | 51 |

CHAPITRE 10

LA RADIOACTIVITÉ

| | | |
|----------|-----------------------------------|----|
| I | Rappel : le noyau atomique | 52 |
| I.1 | Le noyau atomique | 52 |

| | | |
|------------|--|-----------|
| I.2 | Unité de masse atomique | 52 |
| I.3 | Défaut de masse, énergie de cohésion du noyau | 52 |
| II | Réactions nucléaires et lois de conservation | 53 |
| II.1 | Définition et lois de conservation | 53 |
| II.2 | Les types de radioactivités | 53 |
| II.3 | Les réactions nucléaires provoquées | 54 |
| II.4 | Les familles radioactives | 55 |
| III | La décroissance radioactive | 55 |
| IV | Les applications et inconvénients de la radioactivité | 56 |
| IV.1 | Les applications | 56 |
| IV.2 | Les dangers des déchets radioactifs | 56 |

RAPPELS DES NOTIONS DE MATHÉMATIQUES ET DE PHYSIQUE

Objectifs Généraux

- ❶ *Connaitre quelques outils mathématiques indispensables en physique*

I Rappels des notions de mathématiques

II Rappels des notions de physiques

Objectifs Généraux

- ❶ Expliquer le comportement des systèmes matériels dans les champs de forces.
- ❷ Introduire les notions permettant de développer la mécanique des particules.

I Généralités

Les lois de la physique sont gouvernées par quatre interactions fondamentales à savoir : gravitationnelle (responsable de la rotation des Planètes autour du soleil, de la rotation de la Lune autour de la Terre etc..), électromagnétique (assure la liaison entre le cortège électronique et le noyau de l'atome), forte (assure la cohésion du noyau) et faible (responsable de la désintégration radioactive).

II Interaction gravitationnelle

Objectifs Spécifiques

- ❶ Définir : force de gravitation, champ de gravitation
- ❷ Enoncé la loi de gravitation/attraction universelle
- ❸ Déterminer la force de gravitation exercée par un corps massique sur un autre.
- ❹ Déterminer le champ de gravitation exercé par un corps massique en un point donné.
- ❺ Application aux corps celeste : cas de la terre

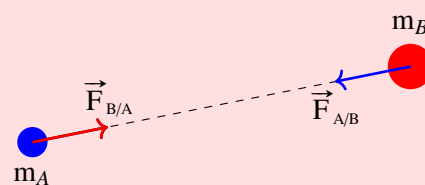
II.1 Forces de gravitation

II.1.1. Enoncé de la loi de gravitation/attraction universelle

Chaque particule de l'univers attire toute autre particule de l'univers avec une force qui est directement proportionnelle au produit de leurs masses et à l'inverse du carré de la distance qui les sépare[?].

II.1.2. Représentation vectorielle et expression

Considerons deux corps ponctuels A et B de masses m_A et m_B comme l'indique la figure



La loi d'attraction se traduit mathématiquement par

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -\frac{\Sigma m_A m_B}{AB^2} \vec{U}_{AB} \quad (1.1)$$

ou $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{N m}^2/\text{kg}^2$ est la constante de gravitation universelle.

Remarque(s)

- ❶ La force gravitationnelle existe entre deux corps quelque soit le milieu qui les separe.
- ❷ Deux corps sphériques et homogène s'attirent comme si toutes leurs masses étaient concentrées en leurs centres.
- ❸ Tout corps agissant à une distance très grande par rapport à ses propres dimensions peut être considéré comme un point.

Exercice d'application

Trois masses identiques $m_A = m_B = m_C = 0.3\text{Kg}$ sont placées aux sommets d'un triangle rectangle en A de cotés $AB=0.4\text{m}$ et $AC=0.3\text{m}$. Déterminer les caractéristiques de la force gravitationnelle réceintie par la masse A.

II.2 Champs de gravitation

II.2.1. Définitions

Un **Champs** est toute region de l'espace traduisant la manifestation d'un phénomène d'action à distance.

Champs gravitationnel region de l'espace dans laquelle toute masse serait soumise à une force de gravitation.

Le **vecteur champs de gravitation** (\vec{G}) en un point massique est le quotient du vecteur force de gravitation subit par le point massique par sa masse.

Dans le cas de la figure II.1 on a

$$G_B = \frac{\text{force subit par la masse en B}}{\text{masse de B}} = \frac{\sum m_A}{AB^2} \quad (1.2)$$

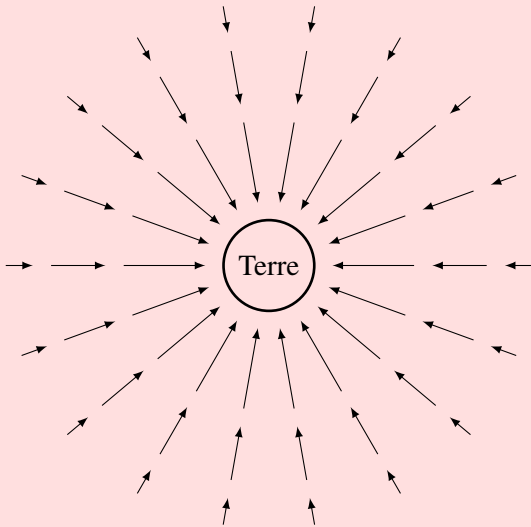
G_B est l'intensité du champs gravitationnel en N/Kg.

Remarque(s)

- 1 Le champs gravitationnel est toujours orienté vers la source du champ.

II.2.2. Champs de gravitation terrestre ou champs de pesanteur

Lorsque la source du champ gravitationnel est la terre, on parle de champ de pesanteur.



La terre et quelques lignes de champ

Le poids d'un corps étant la force de gravitation qu'exerce la terre sur ce corps, on définit le champ de pesanteur \vec{g} par

$$\vec{g} = \frac{\vec{p}}{m} \quad \text{ou } m \text{ la masse du corp} \quad (1.3)$$

Remarque : En toute rigueur $\vec{g} = \vec{G} + \vec{G}_i$ ou G_i est le champ d'inertie centrifuge due à la rotation de la terre.

II.2.3. Intensité du vecteur champ de pesanteur à une altitude h

Pour déterminer l'intensité du vecteur champ de pesanteur à une altitude h, on suppose la terre de forme sphérique, de

rayon R_T et de masse M_T . Sous cette considération, l'intensité du vecteur champ de pesanteur en un point se trouvant à l'altitude h au dessus de la terre est donnée par

$$g = \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \quad (1.4)$$

Pour un point de la surface de la terre (h=0) on a

$$g_0 = \frac{M_T}{R_T^2} \quad (1.5)$$

tel que

$$g = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} \quad (1.6)$$

Pour de faibles altitudes, la relation ci-dessus peut être écrite comme suit

$$R_T \Rightarrow g = g_0 \left(1 - 2 \frac{h}{R_T}\right) \quad (1.7)$$

III Interaction électrique

Objectifs Spécifiques

- 1 Définir : force électrique, champ électrique
- 2 Enoncé de la loi de Coulomb
- 3 Déterminer la force créée par une charge à une distance d
- 4 Déterminer le champ électrique d'une charge ou d'un ensemble de charges.
- 5 faire les similitudes entre les forces gravitationnelles et électriques.

Un certain nombre d'expériences simples montrent l'existence des charges et forces électriques. Par exemple, un stylo plastique frotté sur les cheveux attire les bouts de papiers. Cette force d'attraction est si forte qu'elle suspend les bouts de papiers. Avec d'autres matériels, on observe la répulsion.

Lorsque les matériels se comportent de la sorte, on dit qu'ils sont électrisés ou qu'ils sont devenus électriquement chargés.

Il a été ainsi démontré, à la suite d'une série de simples expériences, l'existence de deux types de charges électriques à savoir positive et négative.

On définit la charge négative comme étant celle que possède les électrons et la charge positive comme étant celle que possède les protons.

III.1 Force électrique, loi de Coulomb

À l'aide de la balance de torsion, Charles Coulomb (1736-1806) mesura l'intensité de la force électrique entre deux objets chargés et déduit ce qui suit :

La force d'attraction ou de répulsion qui s'exerce entre deux corps A et B de charges électriques q_A et q_B , placées à la distance AB l'un de l'autre, est dirigée suivant la droite (AB), proportionnelle aux charges q_A et q_B , et est inversement proportionnelle au carré de la distance AB

$$F_{A/B} = F_{B/A} = k \frac{q_A q_B}{AB^2} \quad \text{avec} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.10^9 \quad (1.8)$$

ou ϵ_0 est la permittivité électrique du vide.

Sens de la force électrique

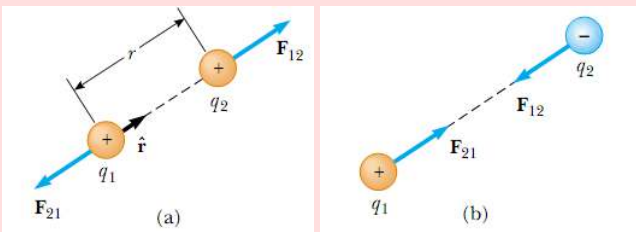
le sens de la force électrique entre deux corps dépend du types de charges qu'ils portent.

1^{er} cas $q_A q_B > 0$

$$\begin{aligned} \vec{F}_{A/B} &= k \frac{q_A q_B}{AB^2} \vec{U}_{AB} = k \frac{|q_A||q_B|}{AB^2} \vec{U}_{AB} \\ &= -k \frac{|q_A||q_B|}{AB^2} \vec{U}_{BA} = -\vec{F}_{B/A} \end{aligned} \quad (1.9)$$

2^{ièm} cas $q_A q_B < 0$

$$\begin{aligned} \vec{F}_{A/B} &= k \frac{q_A q_B}{AB^2} \vec{U}_{AB} = -k \frac{|q_A||q_B|}{AB^2} \vec{U}_{AB} \\ &= k \frac{|q_A||q_B|}{AB^2} \vec{U}_{BA} = -\vec{F}_{B/A} \end{aligned} \quad (1.10)$$



Remarque(s)

- ❶ La force électrique est une force conservative.
- ❷ Il existe des similitudes entre la force de gravitation et la force de Coulomb comme l'indique le tableau suivant :

| Force de gravitation | Force de Coulomb |
|-----------------------------|----------------------------|
| attractive | attractive ou repulsive |
| intensité faible | intensité forte |
| masse=grandeur arithmétique | charge=grandeur algébrique |

III.2 Champ électrique

III.2.1. Définition

On appelle champs électrique toute region de l'espace dans laquelle toute charge électrique serait soumise à l'action d'une force électrique.

On caractérise des points d'un tel espace par un vecteur champ électrique noté \vec{E} et défini par

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \text{avec } E \text{ en N/C} \quad (1.11)$$

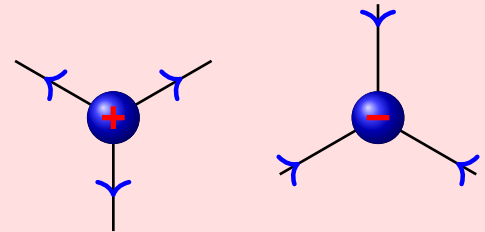
III.2.2. Champ électrique d'une charge ponctuelle

Toute particule chargée crée autour d'elle une zone d'influence constituée des lignes de champs qui forme son spectre électrique.

Une ligne de champ électrique est une courbe du spectre électrique tel qu'en chacun de ses points le vecteur champ électrique soit tangent à la courbe.

Pour une particule de charge positive, les vecteurs champs sont centrifuges

Pour une particule de charge négative, les vecteurs champs sont centripètes.



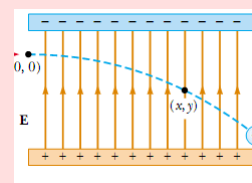
III.2.3. Champs électrique uniforme

Un champ électrique est uniforme si en tout point de son domaine, le vecteur champ électrique conserve sa direction son sens et son intensité.

De tel champs existe entre les armatures d'un condensateur.

Lorsque le champ est uniforme, les ligne de champ sont des droites parallèles.

Caractéristiques du vecteur champ électrique dans un condensateur



Dans un condensateur chargé le vecteur champ électrique à les caractéristiques suivantes :

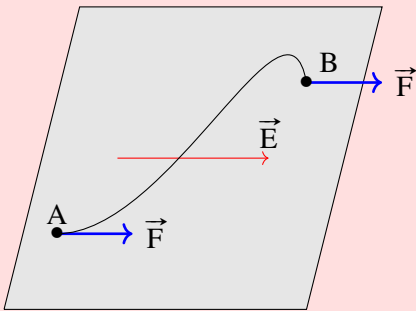
- * **direction** : perpendiculaire au plan des armatures
- * **sens** : de l'armature positive vers l'armature négative
- * **intensité** : proportionnelle à la différence de potentiel aux bornes du condensateur et inversement à l'épaisseur du diélectrique

$$E = \frac{U}{d} \quad U = V_+ - V_- \quad (1.12)$$

III.2.4. Travail d'une force électrostatique

Considérons une charge ponctuelle q en mouvement dans un champ électrique uniforme de vecteur \vec{E} . Lorsque la charge se déplace d'un point A à un point B dans ce champ, le travail de la force électrostatique qu'elle subit s'écrit :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = q\vec{E} \cdot \vec{AB} \quad (1.13)$$



Ce travail étant indépendant du chemin suivie pour aller de A à B, on convient d'appeler le rapport W_{AB}/q *différence de potentiel* entre A et B et on note

$$V_A - V_B = \vec{E} \cdot \vec{AB} \quad (1.14)$$

L'expression du travail devient :

$$W_{AB}(\vec{F}) = q(V_A - V_B) \quad (1.15)$$

Exercice d'application

surface équipotentielle, unité des grandeurs, énergie potentielle électrostatique, électron volt,

Hint l'électron volt est le travail de la force qui s'exerce sur un électron lorsque la d.d.p. vaut 1 V. $1\text{eV} = ?$

Exercice d'application

Deux charges électriques $+q$ et $-q$ ($q > 0$) sont placées en $A(a,0)$ et $B(-a,0)$ ($a > 0$) respectivement dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer les caractéristiques du champ électrique créé par la paire de charges en $M(0,a)$ et $N(2a,0)$
2. Déterminer les caractéristiques de la force électrique subit par une charge $2q$ placée en M puis en N

IV Interaction magnétique

Objectifs Spécifiques

- ❶ Définir : force magnétique, champ magnétique
- ❷ Énoncer la loi de Laplace
- ❸ Énoncer la loi de Lorentz

IV.1 Forces magnétiques

On entend pas force magnétique la force exercée par un aimant sur un objet en fer ou sur un autre aimant.

Un aimant est un objet ou une substance développant un champ magnétique et capable d'attirer les substances ferromagnétiques.

On distingue les aimants permanent dont les propriétés magnétiques sont liées à leur structure, des électro-aimants qui développent un champ magnétique grâce à la circulation du courant électrique.

Un aimant possède au moins deux pôles : nord et sud.

IV.2 Champ magnétique

IV.2.1. Définition

Le champ ou induction magnétique est toute région de l'espace dans laquelle tout objet ferromagnétique serait soumis à l'action d'une force magnétique.

IV.2.2. Caractéristiques du vecteur champ magnétique

Le champ magnétique est caractérisé en chacun de ses points par le vecteur champ magnétique \vec{B} possédant les caractéristiques suivantes :

- * Point d'application : point où l'on veut déterminer le champ
- * Direction : correspondant à celle de l'aiguille aimantée placée au point où l'on veut déterminer le champ
- * Sens : du pôle sud vers le pôle nord de l'aiguille aimantée
- * Intensité exprimée en tesla

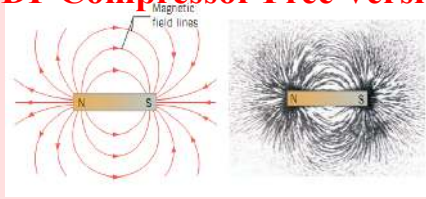
IV.2.3. Lignes de champ : spectre magnétique

Une **ligne** de champ magnétique est un concept servant à visualiser les champs magnétiques dans l'espace.

Elle est tangente en chacun de ses points au vecteur champ magnétique

L'ensemble des lignes de champ constitue le **spectre magnétique**

PDF Compressor Free Version



Lignes de champ et spectre magnétique

Les lignes de champ sont visualisable en saupoudrant le voisinage d'un aimant avec la limaille de fer.

L'orientation des lignes de champ est donnée par une aiguille aimanté placée dans le spectre.

IV.2.4. Champ magnétique uniforme

Un champ magnétique est dit uniforme dans une région de l'espace si en tout point de cette région, le vecteur champ magnétique conserve sa direction, son sens et son intensité.

De tels champs sont rencontré dans :

- * L'entrefer d'un aimant en U
- * un solénoïde $B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{NI}{L}$
- * les bobines d'Helmutz

IV.3 Action d'un champ magnétique uniforme sur un conducteur parcouru par un courant : force de Laplace

Enoncé de la loi de Laplace

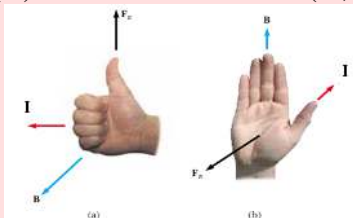
Un conducteur rectiligne de longueur l parcourut par un courant d'intensité I et placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} est soumis à une force électromagnétique tel que

$$\vec{F} = \vec{I} \wedge \vec{B} \tag{1.16}$$

Caractéristiques de la force de Laplace

- (i) Point d'application : milieu de la partie du conducteur plongée dans le champ
- (ii) Direction : orthogonale à \vec{I} et \vec{B}
- (iii) Sens : donné par
 - la règle de l'observateur d'ampère
 - la règle du tire bouchon
 - la règle des trois doigts de la main droite
 - les règles de la main droite

(iv) Intensité : $F = I l B \sin(\vec{I}, \vec{B})$



IV.4 Action d'un champ magnétique uniforme sur une particule chargée : force de Lorentz

La force subit par une particule de charge q et de vitesse \vec{v} dans un champ magnétique uniforme \vec{B} est donnée par

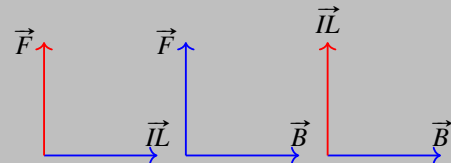
$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B} \tag{1.17}$$

Caractéristiques de la force de Lorentz

- (i) Point d'application : centre de gravité de la particule
- (ii) Direction : orthogonale à \vec{I} et \vec{B}
- (iii) Sens : donné par
 - la règle de l'observateur d'ampère
 - la règle du tire bouchon
 - la règle des trois doigts de la main droite
 - les règles de la main droite
- (iv) Intensité : $F = |qvB \sin(\vec{v}, \vec{B})|$

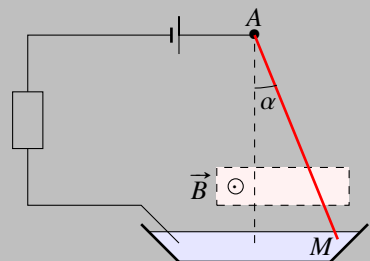
Exercice d'application

Dans chaque cas, représenter le vecteur manquant.



Exercice d'application

Dans l'expérience de la figure ci-dessous le fil de cuivre homogène a 25 cm de longueur et une masse de 10 g. Quand le circuit est fermé, l'intensité du courant est de 5 A. Le champ magnétique uniforme est crée par un aimant en fer à cheval sur une longueur de 2 cm. Les lignes de champ sont horizontales et le vecteur champ \vec{B} a pour module 0,05 T. AM est soumis à une force électromatique \vec{F} dont le point d'application est à 5 cm de M.



- Représenter le conducteur AM et les forces appliquées à l'équilibre.
- Calculer le module de la force électromagnétique.
- Ecrire la relation traduisant l'équilibre le fil AM.
- Calculer l'angle α entre AM et la verticale passant par A. Prendre $g = 10\text{N/kg}$.

Objectifs Généraux

- 1 Déterminer les caractéristiques du mouvement d'un système matériel ou d'une particule dans un champs de force uniforme

I Elements de cinématique du point

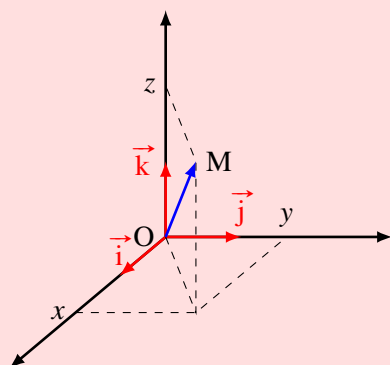
Objectifs Spécifiques

- 1 Définir et donner les expressions des vecteurs position, vitesse et accélération

La cinématique est la partie de la mécanique qui étudie le mouvement d'un corps (point, solide) indépendamment des causes qui le produit.

I.1 Répère, position, trajectoire

L'étude de tout mouvement nécessite le choix d'un référentiel. Après le choix du référentiel, un repère d'espace est associé pour la détermination du vecteur position du mobile ainsi qu'un repère de temps.



Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ la position d'un mobile est donnée à chaque instant par les coordonnées cartésiennes $(x(t), y(t), z(t))$ du vecteur position \vec{OM} ou par l'abscisse curviligne $s=f(t)$.

On définit ainsi pour un mobile les équations horaires ou équations paramétriques de la position :

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = h(t) \\ z = g(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

On appelle *trajectoire* d'un mobile l'ensemble des positions successives occupées par ce mobile au cours de son mouvement.

Si la trajectoire est une ligne droite, on parle de mouvement rectiligne

Si la trajectoire est un cercle, on parle de mouvement circulaire

Dans les autres cas, on parle de mouvement curviligne.

Exercice d'application

La position d'un mobile est déterminée à tout instant, dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ par son vecteur position $\vec{OM} = -2t\vec{i} + (1 + 3t)\vec{j}$.

- a) Montrer que le mouvement est plan et déterminer ce plan
- b) Déterminer la position du mobile aux instants $t_0 = 0s, t_1 = 2s$ et $t_2 = 5s$
- c) Écrire l'équation paramétrique du mouvement puis l'équation de la trajectoire.

I.2 Vecteur vitesse

I.2.1. Vitesse moyenne

Pour un mobile qui occupe les positions M_1 et M_2 aux instants t_1 et t_2 respectivement, la vitesse moyenne est définie par

$$\vec{V}_m = \frac{\vec{M_1M_2}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \vec{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \vec{k} \quad (2.2)$$

Remarque(s)

❶ Le vecteur vitesse à le même sens que le vecteur déplacement.

I.2.2. Vitesse instantanée

Elle est définie comme étant la limite de la vitesse moyenne lorsque t_1 tend vers t_2 .

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{V}_m = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} \quad (2.3)$$

Pour un mobile repéré par son abscisse curviligne s , la vitesse instantanée est tangente à la trajectoire et de module $v = \left| \frac{ds}{dt} \right|$

L'abscisse curviligne est la mesure algébrique, notée s , de la longueur d'un arc de courbe, comptée à partir d'une origine donnée.

I.3 Vecteur accélération

I.3.1. Accélération moyenne

Pour un mobile de vitesses moyennes v_1 et v_2 aux dates respectives t_1 et t_2 , l'accélération moyenne est donnée par

$$\vec{a}_{\text{moy}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \quad (2.4)$$

I.3.2. Accélération instantanée

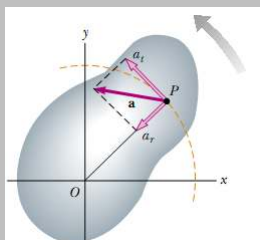
Pour un mobile de vecteur déplacement \vec{OM} , le vecteur accélération instantanée est défini par

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} \quad (2.5)$$

Unité de l'accélération est le m/s^2 .

Remarque(s)

❶ Plus généralement (repère de Frenet), en un point donné de la trajectoire d'un mobile, l'accélération se décompose en une accélération tangentielle $a_t = \frac{dv}{dt}$ (où s est l'abscisse curviligne) portée par la tangente à la trajectoire, et une accélération normale (centripète) $a_n = \frac{v^2}{r}$ portée par la droite perpendiculaire à a_t , et passant par le centre de courbure.



❷ Pour un mouvement rectiligne, R est infini.

I.4 Types de mouvements

Si $\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$ le mouvement est accéléré

Si $\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$ le mouvement est uniforme

Si $\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$ le mouvement est retardé

Exercice d'application

Les équations horaires d'un mobile sont

$$\begin{cases} x = x_0 + r \cos(\omega t) \\ y = 0 \\ z = z_0 + r \sin(\omega t) \end{cases} \quad (2.6)$$

- 1.a Dans quel plan se déroule ce mouvement ?
- 1.b Donner la nature de la trajectoire du mobile
- 2.a Déterminer les valeurs de z_0 et x_0 pour que l'accélération instantanée et le vecteur position du mobile soient collinéaires
- 2.b Montrer que le mouvement est uniforme

II Éléments de la dynamique du point

Objectifs Spécifiques

- ❶ Définir référentiel, référentiel Galiléen,
- ❷ Citer quelques exemples de référentiel Galiléen
- ❸ Définir : système, centre de gravité

II.1 Notions de référentiels

Lors de l'étude d'un mouvement, l'horloge qui date les événements et l'ensemble de points immobiles les uns par rapport aux autres qui définit l'espace dans lequel le mouvement à lieu constituent le référentiel.

En mécanique il existe une famille de référentiels dite Galiléen ayant un rôle fondamental.

Un **référentiel Galiléen** est un référentiel dans lequel un point soustrait à toute interaction (système isolé ou pseudo isolé) a une trajectoire rectiligne et une vitesse constante.

Exemple(s) :

référentiels Galiléen

Le **référentiel terrestre** ou de laboratoire. C'est un référentiel utilisée pour étudier les mouvements de courte durée s'effectuant sur une portion limitée de la surface de la terre.

Le **référentiel géocentrique** défini par le centre de la terre et trois étoiles fixes et éloignées.

Le référentiel **héliocentrique** ou de Copernic définit par le centre du soleil et trois étoiles fixes et éloignées.

Le référentiel **du centre de masse** ou d'inertie définit par le centre de masse du système étudié qui est en mouvement de translation rectiligne par rapport au référentiel d'étude.

II.2 Point matériel, système matériel, solide

On entend par point matériel tous corps solide de dimension négligeable par rapport au système étudié et de masse non nulle.

Un *système matériel* est ensemble de points matériels

Un *solide* est un système matériel indéformable dans lequel les distances entre les points matériels sont invariables.

II.3 Force intérieure, force extérieure

On ne parle de forces intérieure ou extérieure qu'après avoir défini un **système** qui peut être défini comme tout corps auquel on applique les lois de la mécanique.

On peut ainsi définir une *force intérieure* comme étant une force exercée par une partie du système sur une autre partie du système.

Il s'en suit qu'une *force extérieure* est une force exercée par le milieu extérieure sur le système.

II.4 Système isolé, Système pseudo-isolé

Un système matériel est isolé lorsqu'il n'est soumis à aucune force extérieure.

Un système matériel est pseudo-isolé lorsque la somme des forces extérieure qu'il subit est nulle.

II.5 Centre de gravité, centre d'inertie

Inertie : Opposition d'un corps à un changement de son mouvement, propriété liée à la masse.

Force d'inertie : Force introduite pour la prise en compte de l'accélération d'un référentiel non galiléen afin d'appliquer les lois de Newton.

Centre d'inertie Point d'application des forces d'inerties.

Centre de gravité : Point d'application des forces de pesanteur = **centre de masse** = barycentre des points matériels affectés de leurs masses.

III Enoncés des Lois de Newton

Objectifs Spécifiques

- ❶ *Enoncer et appliquer le principe de l'inertie*
- ❷ *Enoncer et appliquer le principe du centre d'inertie*
- ❸ *Enoncer et appliquer le principe des actions réciproques*

III.1 1^{ère} loi de Newton : Principe de l'inertie

Dans un référentiel Galiléen, lorsqu'un solide est soumis à des forces extérieures qui se compensent (solide pseudo-isolé), son centre d'inertie a un mouvement rectiligne uniforme, et réciproquement.

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \iff \vec{v}_G = \vec{cste} \quad (2.7)$$

III.2 2^{ème} loi de Newton : théorème du centre d'inertie

III.2.1. Principale fondamentale de la dynamique pour un solide en translation

Enoncé

Dans un référentiel Galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un solide est égale à la dérivée par rapport au temps de son vecteur quantité de mouvement.

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Théorème du centre d'inertie ou seconde loi de Newton

Dans un référentiel Galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de la masse m du solide par le vecteur accélération de son centre d'inertie G .

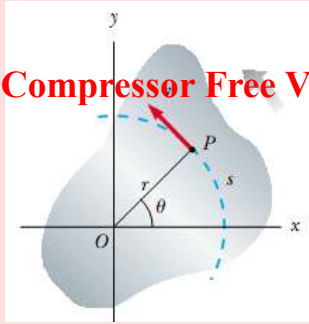
$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$$

NB : Cette loi n'est valable que dans les référentiels galiléens et pour les mobiles de vitesse inférieure au dixième de la vitesse de la lumière.

III.2.2. Principe fondamentale de la dynamique pour un solide en rotation par rapport à un axe fixe

La position d'un mobile qui décrit une trajectoire circulaire est donnée par son abscisse curviligne s et son abscisse angulaire θ .

PDF Compressor Free Version



Pour un tel mobile, la relation fondamentale de la dynamique s'écrit

$$\sum \mathcal{M}_{\vec{F}_{ext}} = J_{\Delta} \ddot{\theta}$$

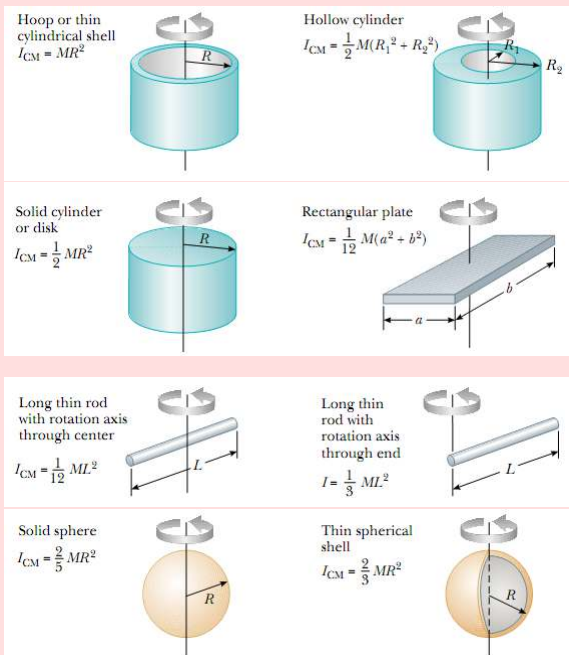
où $\ddot{\theta}$ est l'accélération angulaire d'unité (SI) rad/s, J_{Δ} le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation Δ .

$\mathcal{N}(\mathcal{B}$: $v = \frac{ds}{dt} = r\dot{\theta}$ and $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = r\ddot{\theta}$

III.2.3. RAPPEL

The moment of Inertia is a measure of resistance of an object to changes in its rotational motion, just as mass is a measure of the tendency of an object to resist changes in its linear motion.

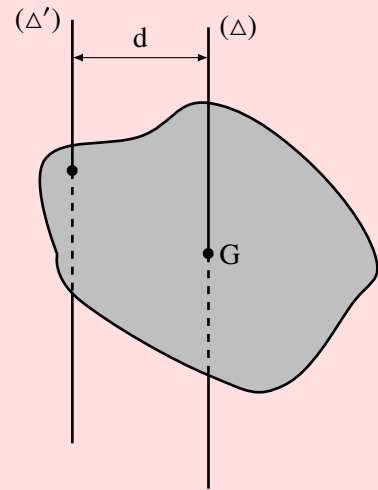
Moments d'inertie de quelques solides par rapport à un axe passant par le centre de masse.



III.2.4. Principe de Huygens

Le moment d'inertie d'un solide de masse m par rapport à un axe (D) est égale à son moment d'inertie par rapport à axe (Δ) parallèle à (D) et passant par le centre de gravité augmenté du produit md^2 , d étant la distance entre les deux axes.

$$J_{\Delta'} = J_{\Delta} + md^2 \tag{2.8}$$



Exercice d'application

Déterminer le moment d'inertie d'une tige homogène de longueur l par rapport à un axe passant par l'une de ses extrémités et perpendiculaire à la direction de la tige.

III.3 Consigne pour la résolution d'un problème de dynamique

1. Définir le système à étudier
2. Définir le référentiel d'étude (il doit être galiléen pour que les lois de Newton y soient valable)
3. Associer un repère d'espace et un repère de temps au référentiel s'ils ne sont pas donnés par l'énoncé
4. Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au système
5. Appliquer le TCI ou la RDF au système

Exercice d'application

III.4 3^{ième} loi de Newton ou principe d'interaction

Lorsqu'un corps A exerce sur un corps B une action mécanique modélé par la force $\vec{F}_{A/B}$, alors le corps B exerce sur le corps A l'action mécanique modélé par la force $\vec{F}_{B/A}$. Que les corps A et B soient au repos ou en en mouvement, cette force est telle que $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ ont la même droite d'action et $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

Exercice d'application

un exo

Objectifs Généraux

- 1 Connaître les notions de base nécessaires à l'étude des systèmes oscillants et les phénomènes vibratoires.

I Phénomènes périodiques et oscillatoires

Objectifs Spécifiques

- 1 définir : phénomène périodique, système oscillant,
- 2 donner quelques exemples de systèmes oscillants,
- 3 déterminer les caractéristiques d'un système oscillant,
- 4 expliquer les notions d'entretien et d'amortissement des oscillations
- 5 représenter une fonction sinusoidale,
- 6 reconnaître un oscillateur harmonique.

I.1 Définition

On appelle *phénomène périodique* tout phénomène qui se reproduit idenquement à lui même pendant des intervalles de temps successifs et égaux.

Un *système oscillant* ou *oscillateur* est un système pouvant évoluer de façon alternative et périodique de part et d'autre d'une position d'équilibre.

I.2 Quelques exemples de systèmes oscillants

- le cœur (son batement)
- les marées
- les circuits électriques (LC, RC et RLC)
- les oscillateurs mécaniques (pendules simples et pesant)

I.3 Caractéristiques d'un système oscillant

Un système oscillant est caractérisé par son **élongation** (angulaire, linéaire), sa **période**, sa **fréquence**, sa **pulsation** et son **amplitude**.

La *période* est le plus petit intervalle de temps au bout duquel un phénomène périodique se reproduit identiquement à lui même.

Elle est notée **T** et s'exprime en seconde (s).

le mouvement d'un système oscillant sur une période est appelé une **oscillation**.

La *fréquence* est le nombre d'oscillation ou de période par unité de temps.

Elle s'exprime en hertz (Hz).

L'*élongation* est la valeur à un instant donné de la grandeur physique associée à un mouvement oscillatoire. elle est mesurée à partir de la position d'équilibre et peut être négative ou positive.

L'*amplitude* est l'élongation maximale

Relation entre fréquence, période et pulsation

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad \text{en rad/s} \quad (3.1)$$

I.4 Amortissement et entretiens des oscillations

On appelle *amortissement* la diminution de l'amplitude des systèmes oscillants réels.

Il est due aux forces de frottement (entre solide et solide, solide et liquide ..) et aux conducteurs ohmiques.

Ainsi, un système oscillant amorti est un système oscillant donc l'amplitude diminu au cours du temps.

Tout procédé qui consiste à maintenir l'amplitude des oscillations est appelé entretien des oscillations.

I.5 oscillations libres, oscillations harmoniques

Un oscillateur est dit libre lorsque sa fréquence n'est pas imposée par le milieu extérieur.

Lorsque la fréquence d'un oscillateur est imposée par l'extérieur, on parle d'oscillateur forcé.

PDF Compressor Free Version

Un oscillateur libre est caractérisé par sa **période propre** et sa **fréquence propre** qu'on note le plus souvent T_0, f_0 et ω_0 .

Un *oscillation harmonique* est un oscillation donc l'équation horaire est une fonction sinusoïdale du temps.

Exemple(s) :

équations de quelques oscillateurs harmoniques

- pendule élastique $x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi)$
- pendules simple et pesant pour des oscillations de faibles amplitudes $\theta(t) = \theta \cos(\omega t + \varphi)$
- tension et courant électriques $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$
 $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi')$

avec x_m l'amplitude linéaire ; θ_m l'amplitude angulaire U_m et I_m la tension et le courant maximale ; ω la pulsation propre ; φ et φ' les phases initiales.

I.6 Représentation d'une fonction sinusoïdale

Méthode :

- déterminer les élongations aux dates $t = 0, T/4, T/2, 3T/4, T$
- déterminer le nombre de période à représenter : $n = t/T$
- relier les élongations obtenues en tenant compte les variations des fonctions trigonométriques étudiées en mathématiques.

Exemple(s) :

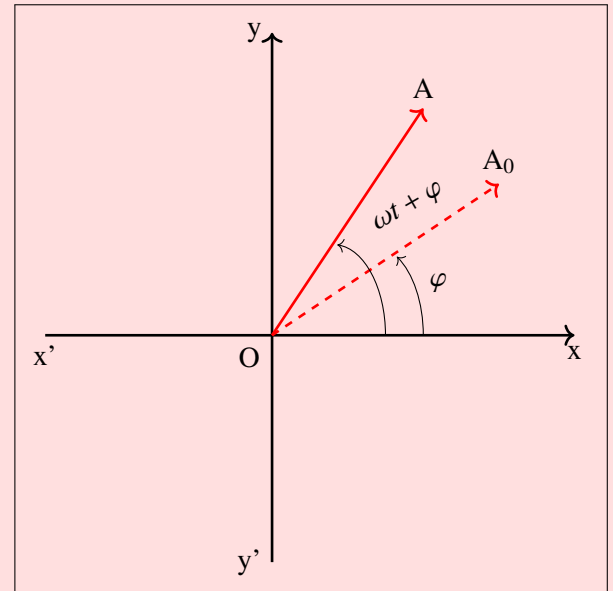
Représenter dans l'intervalle $[0; 3/100]$ la fonction $x(t) = 2 \cos(100\pi t + \pi/2)$ (m). Echelles : 1 cm pour 1 m ; 4 cm pour T.

II Représentation de Fresnel

Objectifs Spécifiques

- ❶ faire la représentation de Fresnel d'une fonction sinusoïdale

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , considérons un vecteur tournant \vec{OA} à la vitesse angulaire ω , dans le sens trigonométrique, autour d'un axe (Δ) passant par O.



à $t = 0$ on a $\varphi = \widehat{\vec{i}, \vec{OA}_0}$;

à un instant quelconque $\omega t + \varphi = \widehat{\vec{i}, \vec{OA}}$;

La projection de \vec{OA} suivant l'axe des x s'écrit $x(t) = \vec{i} \cdot \vec{OA} = OA \cos(\omega t + \varphi)$

On constate que suivant cet axe le mouvement est sinusoïdal de caractéristiques :

- amplitude $a = OA$,
- pulsation ω ,
- phase initiale φ .

Le vecteur tournant \vec{OA} est appelé vecteur de Fresnel associé à la fonction sinusoïdale $x(t)$.

Ainsi, à toute fonction sinusoïdale, on peut associer un vecteur tournant appelé vecteur de Fresnel.

Applications : Somme de deux fonctions sinusoïdales de même fréquence

La somme de deux fonctions sinusoïdales de même fréquence est une fonction sinusoïdale de même fréquence que les fonctions de départ. Cette somme peut être déterminée par la méthode analytique ou par la construction de Fresnel.

Soient deux fonctions sinusoïdales

$$x_1(t) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad \text{et} \quad x_2(t) = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2),$$

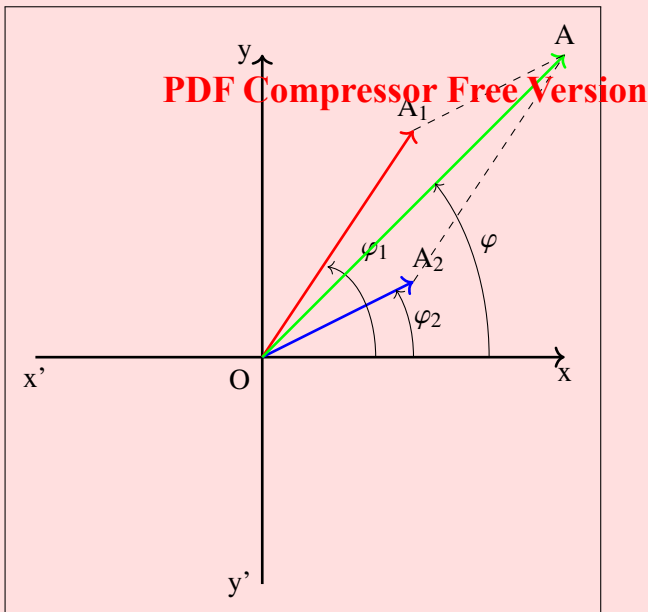
la somme $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ est de la forme $x(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$

Détermination de a et phi par la construction de Fresnel

Pour cela associons les vecteurs tournant \vec{OA}, \vec{OA}_1 et \vec{OA}_2 tels que :

$$x(t) \mapsto \vec{OA}; \quad x_1(t) \mapsto \vec{OA}_1; \quad x_2(t) \mapsto \vec{OA}_2$$

Hint : pour $\varphi_1 > \varphi_2$ on a le graphe suivant :



On obtient ainsi :

$$\tan(\varphi) = \frac{a_1 \sin(\varphi_1) + a_2 \sin(\varphi_2)}{a_1 \cos(\varphi_1) + a_2 \cos(\varphi_2)}$$

and

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

dephasages

On appelle différence de phase entre deux fonctions sinusoïdales x_1 et x_2 , la quantité $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

Elle permet de déterminer l'état vibratoire de l'une des fonctions par-rapport à l'autre.

Ainsi :

- si $\Delta\varphi = 2k\pi$, alors x_1 et x_2 sont en phase,
- si $\Delta\varphi > 0$, alors x_2 est en avance de phase par-rapport à x_1 ,
- si $\Delta\varphi < 0$, alors x_2 est en retard de phase par-rapport à x_1 .

À cette différence de phase correspond un décalage horaire τ tel quel $\tau = \frac{|\Delta\varphi|}{\omega}$.

dephasages particuliers

- deux fonctions sinusoïdales sont en phase lorsque $\Delta\varphi = 2k\pi$, $k \in \mathbb{K}$. L'amplitude de la fonction résultante s'écrit $a = a_1 + a_2$.
- deux fonctions sinusoïdales sont en opposition phase lorsque $\Delta\varphi = \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{K}$. L'amplitude de la fonction résultante s'écrit $a = |a_1 - a_2|$.
- deux fonctions sinusoïdales sont en quadrature phase lorsque $\Delta\varphi = \pi/2 + k\pi$, $k \in \mathbb{K}$. L'amplitude de la fonction résultante s'écrit $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.

Exercice d'application

Déterminer par la construction de Fresnel la somme des fonctions sinusoïdales x_1 et x_2 définies par :

$$x_1 = 2 \sin(100\pi t + \pi/2)$$

$$x_2 = 3 \cos(100\pi t + \pi/3)$$

III Méthodes d'analyse des systèmes oscillants

Objectifs Spécifiques

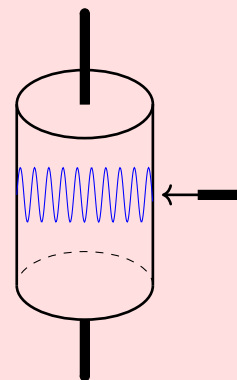
- ❶ Citer quelques méthodes d'étude des systèmes oscillants
- ❷ faire l'analyse théorique d'un système oscillant par l'une des méthodes étudiées

Introduction

L'analyse des systèmes oscillants consiste à déterminer les principales caractéristiques des oscillations de ce système. Elle peut être faite par l'enregistrement graphique, l'analyse à l'oscilloscope ou l'analyse stroboscopique.

III.1 L'enregistrement graphique

Il se fait à l'aide d'un cylindre sur lequel est enroulé une feuille de papier placée à proximité d'un stylet inscripteur.



Lorsque le cylindre tourne à vitesse constante, le stylet laisse sa marque sur le papier. la courbe obtenue est ensuite analysée pour déterminer les caractéristiques du phénomène qui a provoqué le mouvement du stylet (c'est le principe du sismographe).

III.2 L'analyse à l'oscilloscope

Un **oscilloscope** est un instrument de mesure qui permet de visualiser un signal électrique, le plus souvent variable au cours du temps.

La courbe donnée par un oscilloscope est appelée **oscillogramme**.

Decription

L'écran de l'oscilloscope est divisé en carreaux appelés **divisions**. La direction horizontale correspond aux temps tandis que la direction verticale est celle des tensions.

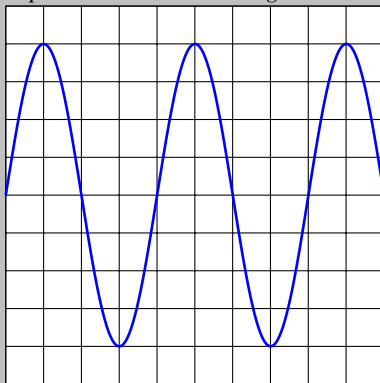
Mesure

Pour effectuer une mesure, on compte le nombre de division (dans la direction de la grandeur à mesurer) et on multiplie par le calibre ou sensibilité.

Ainsi, $mesure = lecture (nombre\ de\ divisions) \times calibre (sensibilité)$

Exercice d'application

Determiner l'amplitude et la période de la tension électrique représentée sur l'oscillogramme ci-dessous.



• 1V/div

• 2ms/div

III.3 L'analyse stroboscopique

III.3.1. Définitions

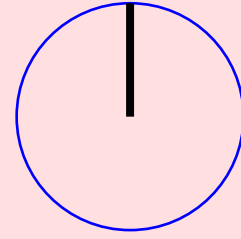
La **stroboscopie** est une technique d'étude des mouvements rapides en leur donnant une apparence de ralenti ou d'immobilité.

Un **stroboscope** est une source de lumière intermittente qui émet de bref éclairs à des intervalles égaux et réguliers.

III.3.2. Etude stroboscopique de la rotation d'une disque

Matériels

- *> disque blanc possédant un motif noir (rayon)
- *> stroboscope



Notations : caractéristiques du stroboscope f_e et T_e ; période et fréquence du mouvement périodique T et f .

III.3.3. Observation directe

Le disque étant en rotation, on observe, en éclairage normal (continu), une bande noire circulaire. Ceci est dû à la persistance des impressions rétiniennes.

III.3.4. Observations stroboscopiques

En éclairage stroboscopique on s'intéresse le plus souvent à deux états de mouvement de l'objet à savoir :

- l'immobilité apparente avec un ou plusieurs motifs,
- le mouvement apparent direct ou indirect.

Immobilité apparente avec un motif

Elle est observée lorsque $T_e = kT$ ou $f_e = \frac{f}{k}$ avec $k \in \mathbb{N}^*$. Dans ce cas le disque fait k tours entre deux éclairs consécutifs, le motif revenant chaque fois à sa position de départ et paraît donc immobile.

Immobilité apparente avec plusieurs motifs

Lorsque $T_e = \frac{T}{k}$ ou $f_e = kf$ avec $k \in \mathbb{N}^*$, le disque fait $1/k$ tour entre deux éclairs consécutifs, le motif étant ainsi éclairé k fois par tour du disque. A cause de la persistance des impressions rétiniennes l'observateur voit un disque comportant k motifs régulièrement espacés.

Mouvement apparent ralenti direct

Lorsque $T_e \simeq kT$ ou $f_e \simeq \frac{f}{k}$ avec $T_e > kT$ ou $f_e < \frac{f}{k}$, le disque effectue k tours plus une fraction de tour entre deux éclairs consécutifs mais l'œil ne perçoit que la fraction de tour. On observe ainsi un mouvement ralenti dans le sens du mouvement.

Si on note f_a la fréquence du mouvement apparent, on aura $f_a = f - kf_e$.

Mouvement apparent ralenti retrograde

Lorsque $T_e \simeq kT$ ou $f_e \simeq \frac{f_e}{k}$ avec $T_e < kT$ ou $f_e > \frac{f_e}{k}$, le disque effectue k tours moins une fraction de tour entre deux éclairs consécutifs mais l'œil ne perçoit que la fraction de tour. On observe ainsi un mouvement ralenti dans le sens contraire au sens de rotation.

La fréquence du mouvement apparent est $f_a = kf_e - f$.

Exercice d'application

On éclaire, à l'aide d'un stroboscope, la lame d'un vibreur de fréquence f .

PDF Compressor Free Version

1. Pour quelles fréquences f_e des éclairs la lame paraît-elle unique et immobile :
 - si le premier éclair surprend la lame à un passage par sa position d'équilibre ?
 - si le premier éclair surprend la lame dans une position quelconque ?
2. La plus grande fréquence des éclairs pour laquelle la lame paraît unique et immobile dans une position quelconque est 100Hz. Quelle est la fréquence du vibreur ?
3. Qu'observe-t-on lorsque la fréquence des éclairs est de 200Hz ?

Objectifs Généraux

- ❶ Définir une onde et la caractériser
- ❷ Décrire et interpréter le phénomène d'interférences mécaniques

I Les Signaux

Objectifs Spécifiques

- ❶ définir signal,
- ❷ donner les types de signaux.

I.1 Définition et exemples

Un *signal* est une information où une perturbation qui se propage de l'émetteur vers le récepteur.

Un signal est caractérisé par une grandeur physique variable dans le temps et/ou l'espace.

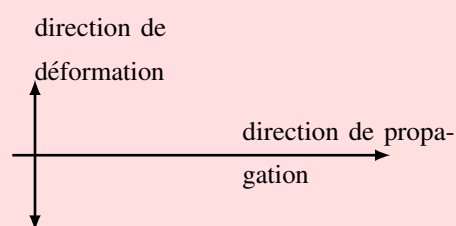
Exemple(s) :

- Les signaux acoustiques (le son, le cri,...) qui se propagent dans les milieux solide, liquide et gazeux.
- Les signaux lumineux, émis par les sources lumineuses, qui se propagent dans les milieux transparents.
- Les signaux radioélectriques, captés par les postes récepteurs, qui se propagent dans tous les milieux conducteurs.
- Les signaux mécaniques (déformation d'une corde, onde à la surface de l'eau, compression et allongement d'un ressort) qui se propagent dans les milieux matériels et élastiques.

I.2 Les types de signaux

On distingue deux types de signaux :

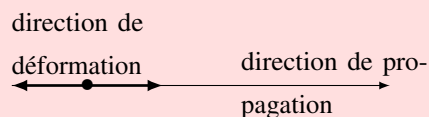
Le signal transversal qui produit une déformation de direction perpendiculaire à celle de la propagation.



Exemple(s) :

Déformation d'une corde, de la surface de l'eau.

Le signal longitudinal qui produit une déformation de direction parallèle à la direction de propagation.



Exemple(s) :

Déformation d'un ressort

I.3 La propagation d'un signal

La propagation d'un signal nécessite un milieu matériel et élastique.

I.3.1. Cas d'un signal transversal

À la surface libre de l'eau au repos, jetons un caillou. Il se forme une vague qui se propage dans toutes les directions sous forme de rides circulaires centrées au point d'impact.

Un corps flottant posé en un M de cette surface subit un mouvement de va et vient vertical sans se déplacer latéralement.

Lorsqu'on imprime une secousse à l'extrémité d'une corde tendue, un signal se propage. À son passage, les points de la corde subissent un déplacement perpendiculaire à la direction de propagation.

On constate que chaque point de la corde ou de la surface de l'eau reproduit le mouvement du point origine (source). De plus le signal semble se propager avec une vitesse constante.

I.3.2. Cas d'un signal longitudinal

Lorsqu'on abandonne un ressort après l'avoir comprimé, on constate que la zone de compression parcourt le ressort d'une extrémité à l'autre.

Le passage du signal correspond pour chaque spire à un déplacement de même direction que celle de départ.

I.3.3. Résumé

- La propagation se fait avec une vitesse (célérité c de la propagation) constante qui ne dépend que de la nature et de l'état du milieu de propagation.
- Chaque point du milieu de propagation reproduit une déformation identique à celle de la source mais avec un retard τ qui ne dépend que de la distance x du point à la source

$$\tau = \frac{x}{c}$$

- la propagation d'un signal se fait sans transport de matière mais avec transfert d'énergie (à la vitesse c).

Remarque(s)

Pour une corde sans raideur,

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

avec F la tension de la corde et μ la masse linéaire ou linéique (masse par unité de longueur) de la corde en kg/m.

II Notion d'onde mécaniques

Objectifs Spécifiques

- ① définir : onde, onde mécanique,
- ② établir l'équation sinusoïdale d'une onde mécanique,
- ③ décrire et caractériser un champ d'interférences mécaniques,
- ④ expliquer le phénomène d'ondes stationnaires.

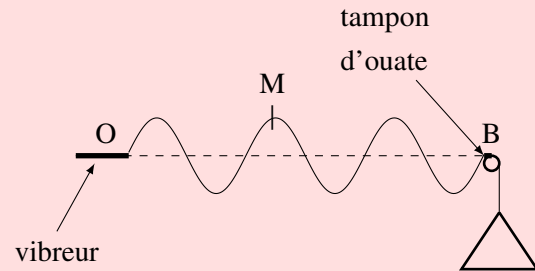
II.1 Définition

Une *onde* est un signal qui se propage.

Une *onde mécanique* est une onde qui se propage dans un milieu matériel et élastique sans transport de matière mais avec transfert d'énergie.

II.2 Formation d'une onde mécanique le long d'une corde

II.2.1. Expérience et Observations



Le dispositif ci-dessus est constitué :

- une longue corde élastique
- un vibreur
- un tampon d'ouate qui absorbe les ondes (empêche la réflexion)

Lorsque le vibreur est en mouvement, le point O (source) effectue des vas et viens autour de sa position initiale. L'étude stroboscopique montre que ce point décrit une sinusoïde (fonction du temps).

Considérons un point M de la corde. L'analyse du mouvement de ce point montre qu'il décrit une sinusoïde : c'est la sinusoïde des temps de période T égale à celle du vibreur. Le point M reproduit alors le même mouvement que la source mais avec un retard τ tel que

$$\tau = \frac{OM}{c} \quad (4.1)$$

c étant la vitesse de propagation du signal le long de la corde.

Lorsqu'on éclaire tous les points de la corde à l'aide d'un stroboscope de fréquence égale à celle du vibreur, elle a l'aspect d'une sinusoïde immobile qui indique les positions de tous les points à un instant donné : c'est la sinusoïde des espaces de période spatiale λ appelée longueur d'onde.

La *longueur d'onde* est l'espace parcourue par le signal pendant une période T .

$$\lambda = cT = \frac{c}{f} \quad (4.2)$$

En somme la propagation d'une onde le long d'une corde présente une double périodicité qui est un caractère essentiel de la propagation d'un mouvement sinusoïdal entretenu.

II.2.2. Equation du mouvement d'un point M

Pour un choix convenable de l'origine des temps, l'équation de la source s'écrit :

PDF Compressor Free Version

$$y_0 = a \cos \omega t \tag{4.3}$$

L'élongation d'un point M (OM = x) à un instant t est celle qu'avait la source O à l'instant

$$t - \tau = t - \frac{x}{c}$$

On a donc

$$y_M = y_0(t - \tau) = a \cos \left(\omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \tag{4.4}$$

Remarque(s)

1. Pour des raisons de simplicité, seules les variations individuelles des variables seront considérées. Ainsi :
 - pour un M donné, la distance OM est fixée et seul le temps varie : on obtient une sinusoïde des temps de période $T = 2\pi/\omega$
 - à un instant donné on obtient une courbe qui représente l'aspect de la corde à cet instant : c'est la sinusoïde des espaces de période λ .
2. L'équation de M peut encore s'écrire :

$$y_M = a \cos \left(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} \right)$$

avec \vec{k} le vecteur d'onde (sens et direction celle de la propagation) de module

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ en rad/m}$$

II.2.3. Etat vibratoire de deux points quelconques de la corde

Considerons deux points distincts M et N de la corde d'élongations

$$y_M = a \cos \left(\omega t - 2\pi \frac{x_M}{\lambda} \right) \tag{4.5}$$

$$y_N = a \cos \left(\omega t - 2\pi \frac{x_N}{\lambda} \right) \tag{4.6}$$

L'état vibratoire de M et N dépend de la différence de phase

$$\Delta\varphi = \varphi_N - \varphi_M = \frac{2\pi}{\lambda}(x_M - x_N) \tag{4.7}$$

- si $\Delta\varphi = 2k\pi$ (k entier), M et N vibrent en phase
- si $\Delta\varphi = \pi + 2k\pi$ (k entier), M et N vibrent en opposition de phase
- si $\Delta\varphi = \pi/2 + k\pi$ (k entier), M et N vibrent en quadriature de phase

$x_M - x_N$ est appelé différence de marche entre les points M et N.

Exercice d'application

À l'aide d'un vibreur on provoque la propagation des vibrations transversales non réfléchies le long d'une la corde de longueur $l = 50 \text{ cm}$.

On donne $f = 100 \text{ Hz}$, $a = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ et $c = 20 \text{ m/s}$.

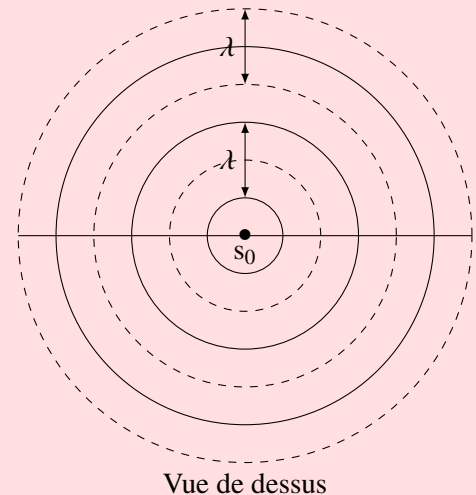
1. À $t = 0 \text{ s}$ la source O quitte sa position de repos et se déplace dans le sens des élongations positives. Déterminer son équation horaire.
2. Etablir l'équation horaire du mouvement d'un point M situé à la distance $d = 30 \text{ cm}$ de O. Comparer son mouvement à celui de O.
3. Représenter l'aspect du fil à $t = 0,02 \text{ s}$

Hint : distance parcourue par l'onde après $0,02 \text{ s} = c \times 0,02$ à comparer à la longueur du fil pour savoir où se trouve le signal après $0,02 \text{ s}$.

II.3 Propagation d'une onde mécanique à la surface de l'eau

Dispositif expérimental :

- cuve contenant de l'eau sur une épaisseur constante et donc les bords sont munis de mousse qui évite toute réflexion.
- une tige solidaire d'un vibreur qui affleure la surface de l'eau au point s_0 .



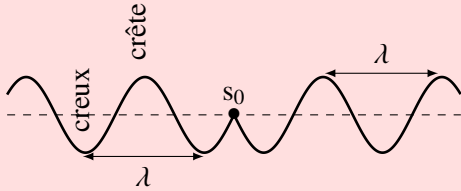
Lorsque le vibreur est en marche, on observe :

- En éclairage normal, la surface de l'eau présente des rides circulaires qui naissent en s_0 et dont le rayon croît rapidement.
- En éclairage stroboscopique, lorsque la fréquence des éclairs est égale à celle du vibreur, on observe des rides cir-

culaire concentriques de centre s_0 equidistant les unes des autres d'une longueur d'onde λ .

PDF Compressor Free Version

Une coupe transversale à la surface de l'eau à un instant donné présente l'aspect d'une sinusoïde.



Nous pouvons conclure que chaque direction de la surface de l'eau se comporte comme une corde.

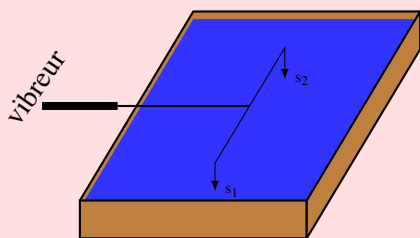
III Superposition des ondes progressives de faible amplitude

Elle peut donner naissance au phénomène d'interférence ou d'ondes stationnaires.

III.1 Phénomène d'interférence des ondes mécaniques

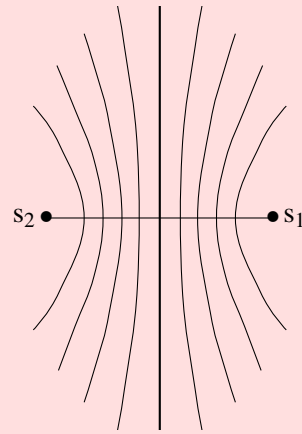
III.1.1. Mise en évidence

Les sources secondaires cohérentes (différence de phase constante) et synchrones (même période) s_1 et s_2 sont reliées à un vibreur.

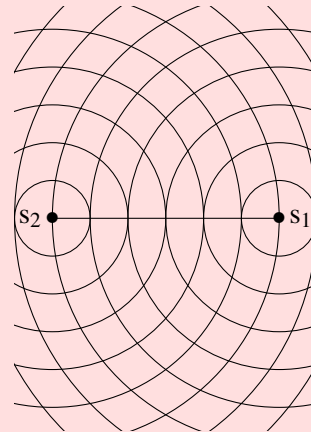


Lorsque le vibreur est mis en marche, on a :

En éclairage normal, on observe des rides fixes de forme hyperbolique, équidistant les unes des autres sur le segment $[s_1s_2]$. Ces rides sont appelées franges d'interférences. La ride centrale est rectiligne. La zone où apparaissent les franges est appelé champ d'interférence.



En éclairage stroboscopique, lorsque la fréquence des éclairs est égale à celle du vibreur, on observe une immobilité apparente des ondes circulaires issues de s_1 et s_2 . Dans le champ d'interférence, les points vibrent soit avec une amplitude maximale, intermédiaire ou nulle.

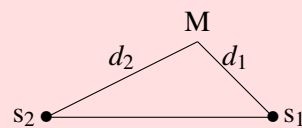


D'après le principe de superposition des petits mouvements, chaque source agit sur un point M de la surface de l'eau comme si elle existait seule.

Ainsi, lorsque deux crêtes ou deux creux se superposent en un point, on parle d'interférence constructive.

Par contre, la superposition d'un creux et d'une crête conduit à une interférence destructive.

III.1.2. Equation d'un point du champ d'interférence



Equation des sources :

$$y_{s1} = y_{s2} = a \cos \omega t \tag{4.8}$$

Equation d'un point M de la surface :

$$y_M = y_{S1}(t - \frac{d_1}{c}) + y_{S2}(t - \frac{d_2}{c}) \quad (4.9)$$

$$= 2a \cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right) \cos\left(\omega t - \pi \frac{d_2 + d_1}{\lambda}\right)$$

$$= \mathcal{A} \cos\left(\omega t - \pi \frac{d_2 + d_1}{\lambda}\right) \quad (4.10)$$

avec c la célérité des ondes à la surface de l'eau.

Le rapport $\frac{d_2 - d_1}{\lambda}$ est appelé ordre d'interférence des ondes au point M.

points d'amplitude maximale :

$$\cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right) = \pm 1$$

$$\Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \quad (4.11)$$

points d'amplitude nulle :

$$\cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right) = 0$$

$$\Rightarrow d_2 - d_1 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \quad (4.12)$$

Remarque(s)

Les points d'amplitude nulle ne vibrent pas.
Le choix de la valeur de k est limité : $|d_2 - d_1| < S_1 S_2$

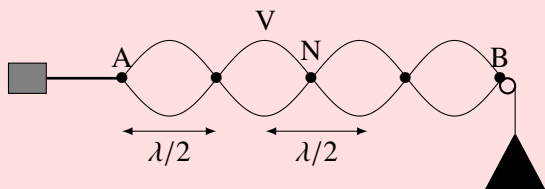
Exercice d'application

Pour une expérience d'interférence, on dispose de deux sources S_1 et S_2 .

1. Quelles sont les conditions vérifiées par les sources S_1 et S_2 ?
2. Calculer la période et la fréquence des sources.
Données : $\lambda = 2,4 \text{ cm}$; $c = 1,2 \text{ m/s}$.
3. Déterminer l'état vibratoire du point M tel que $S_1 M = 13 \text{ cm}$ et $S_2 M = 7 \text{ cm}$.
4. Déterminer le nombre de points d'amplitude maximale sur le segment $[S_1 S_2]$. $S_1 S_2 = 10 \text{ cm}$.

III.2 Ondes stationnaires : expérience de Melde

III.2.1. Dispositif expérimental



Le dispositif comprend un vibreur animant l'extrémité A d'une corde souple passant par la gorge d'une poulie et soutenant une masse marquée.

III.2.2. Observations

À l'aide d'unstroboscope, on observe des points qui vibrent avec une amplitude maximale (ventre) et des points qui vibrent avec une amplitude minimale (nœuds).

La corde présente ainsi l'aspect de plusieurs fuseaux stables, immobiles et stationnaire résultant de la superposition de deux ondes :

- l'onde incidente qui se propage de A vers B,
- l'onde réfléchi qui se propage de B vers A.

Un *fuseau* est l'ensemble formé par deux nœuds consécutif et un ventre.

III.2.3. Interprétation

Les fuseaux observés résultent de la superposition de deux ondes de phases opposées se propageant dans les sens opposés.

Considerons un point M de la corde. Son élongation s'écrit :

$$y_M = y_{Mi} + y_{Mr} \quad (4.13)$$

Pour un choix convenable de l'origine des dates, on a :

$$y_M = 2a \sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \mathcal{A} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \frac{\pi}{2}\right) \quad (4.14)$$

Abscisses des nœuds et des ventres

1. Nœuds : $\mathcal{A} = 0 \Rightarrow x_k = k\lambda/2$ avec $x = \overline{AM}$ cette relation détermine les positions des nœuds. Distance entre deux nœuds : $x_{k+1} - x_k = \lambda/2$
2. Ventres : $\mathcal{A} = \pm 2a \Rightarrow x'_k = (2k' + 1)\lambda/4$ avec $x = \overline{AM}$ cette relation détermine les positions des ventres. Distance entre deux ventres consécutifs $x'_{k+1} - x'_k = \lambda/2$

Remarque(s)

1. À la résonance, la longueur utile de la corde est

$$l = n \frac{\lambda}{2}$$

avec n le nombre de fuseaux stable.

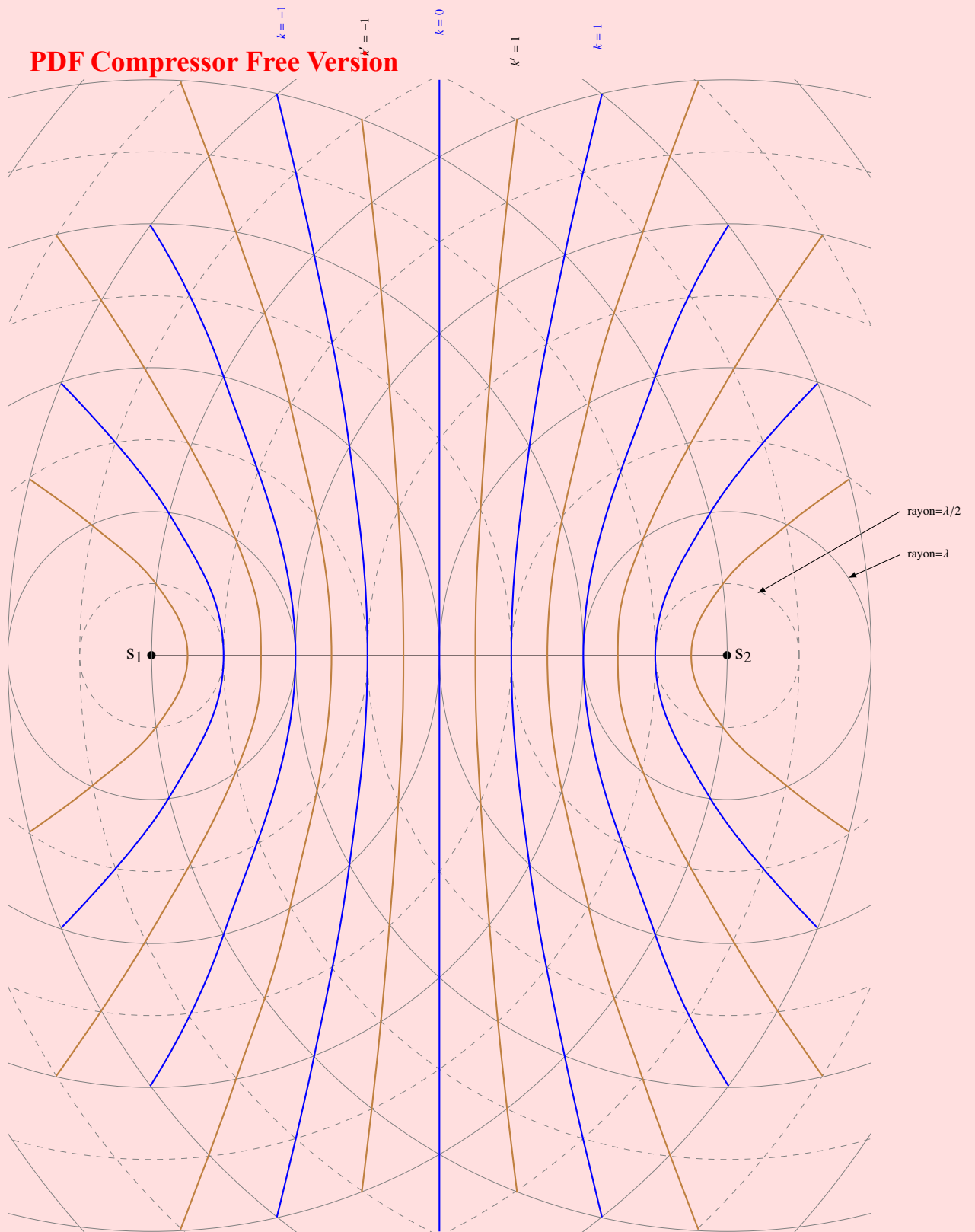
2. Pour une corde vibrante, la célérité est donnée par la relation

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

où F est le module de la tension du fil; μ la masse linéique de la corde.

3. $\lambda = cT = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

4. $l = cT = \frac{n}{2f} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$. Cette formule est appelée formule des cordes vibrantes.



Done with \LaTeX / TiKz

by Tchiegang

CHAPITRE CINQ

APPLICATION DES LOIS DE NEWTON AUX MOUVEMENTS RECTILIGNES UNIFORMÉMENT VARIÉS

Objectifs Généraux

- 1 Déterminer, à partir des lois de Newton, les caractéristiques de quelques mouvements rectilignes uniformément variés d'un système de points matériels ou d'une particule dans un champ uniforme.

I Cinématiques des mouvements rectilignes

Objectifs Spécifiques

- 1 Déterminer les paramètres cinématiques d'un mouvement rectiligne : position, vitesse, accélération

Un mouvement est dit rectiligne lorsque sa trajectoire est une ligne droite. Pour un tel mouvement, le repère d'espace associé au référentiel Galiléen d'étude est de la forme (O, \vec{u}) ou O est l'origine et \vec{u} le vecteur unitaire et directeur de la trajectoire.

I.1 Paramètres cinématiques d'un mouvement rectiligne

Dans le repère (O, \vec{u}) les paramètres cinématiques d'un mouvement rectiligne sont exprimés comme suit :

- Vecteur position $\vec{OM} = f(t)\vec{u}$
- Vecteur vitesse $\vec{v} = \frac{df(t)}{dt}\vec{u}$
- Vecteur accélération $\vec{a} = \frac{d^2f(t)}{dt^2}\vec{u} = a\vec{u}$

Exemple(s) :

Pour un mouvement rectiligne suivant l'axe des x , on a $(O, \vec{u}) = (O, \vec{i})$ et

$$\vec{OM} = x(t)\vec{i}, \quad \vec{v} = \dot{x}\vec{i} = v\vec{u} \text{ et } \vec{OM} = \ddot{x}\vec{i} = a\vec{i}$$

x, v et a étant des grandeurs algébriques.

I.2 Types de mouvements rectilignes

I.2.1. Mouvement rectiligne uniforme

Un mouvement rectiligne est dit uniforme lorsque la vitesse est constante.

$$\vec{v} = \vec{cste} \Leftrightarrow \text{mouvement uniforme}$$

Équation horaire : $f(t) = v(t - t_o) + f(t_o)$

Exemple(s) :

Dans le repère (O, \vec{i}) cette équation devient $x(t) = v_x(t - t_o) + x_o$ avec x_o l'abscisse initiale.

Remarque(s)

Dans un référentiel Galiléen, un mouvement rectiligne uniforme indique que le système est pseudo-isolé.

I.2.2. Mouvement rectiligne uniformément varié

Un mouvement rectiligne est dit uniformément varié lorsque l'accélération est constante. $\vec{a} = \vec{cste}$

Équation horaire : $f(t) = \frac{1}{2}a(t - t_o)^2 + v_o(t - t_o) + f(t_o)$ ou t_o est l'instant initiale, v_o la vitesse initiale. Exemple(s) :

Dans le repère (O, \vec{i}) on a

Position $x(t) = \frac{1}{2}a_x(t - t_o)^2 + v_{xo}(t - t_o) + x_o$

vitesse $v = f'(t) = a_x(t - t_o) + v_{xo}$

I.3 Autres caractéristiques

I.3.1. Relation entre position, vitesse et accélération

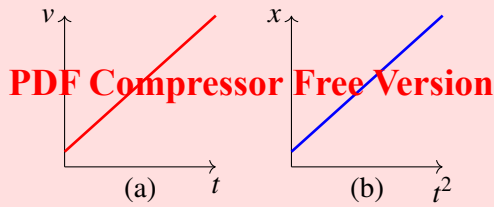
Dans le repère (O, \vec{i}) , pour un mouvement rectiligne uniformément varié, considérons les événements (t_1, v_1, a) et (t_2, v_2, a) . La relation entre position, vitesse et accélération s'écrit

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1)$$

I.3.2. Quelques diagrammes

Le graphe (a) est celui de la vitesse en fonction du temps, (diagramme de vitesse). Elle permet de déterminer l'accélération du mouvement. $a = \tan(\alpha)$

Pour le graphe (b), l'équation horaire est de la forme $x = \frac{at^2}{2} + x_o$ et l'accélération est égale à $2 \tan(\alpha)$.



II Application aux mouvements dans le champ de pesanteur

Objectifs Spécifiques

- ❶ étudier le mouvement de chute libre avec ou sans vitesse initiale,
- ❷ étudier le mouvement d'une particule chargé dans un champ électrique uniforme.

II.1 Chute libre

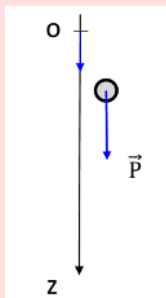
Lorsqu'un corps est en mouvement sous la seule action de son poids, on dit qu'il est en chute libre.

Remarque(s)

Le mouvement ayant lieu en présence de l'air, les forces telles que la poussée d'Archimède et la résistance de l'air sont donc négligées.

Activité. Considerons un solide (s) de masse m et de centre d'inertie G en chute libre avec ou sans vitesse initiale verticale.

II.1.1. Etude de la nature du mouvement



- Système étudié : solide (s)
 - Référentiel d'étude : référentiel de laboratoire supposé Galiléen
 - Répère associé : (O, \vec{k})
 - Répère de temps : $t_o = 0, z = 0$
 - Force extérieure appliquée à (s) : poids \vec{P}
- Le théorème du centre d'inertie conduit à $\vec{a}_{mboxG} = g \vec{k}$

Le vecteur accélération d'un corps en chute libre est égale à l'accélération de la pesanteur du lieu de chute.

II.1.2. Équations horaires

— Chute sans vitesse initiale

$$z = \frac{1}{2}gt^2 + z_o; \quad v = gt$$

— Chute avec vitesse initiale

$$z = \frac{1}{2}gt^2 + v_{zo}t + z_o; \quad v = gt + v_{zo}$$

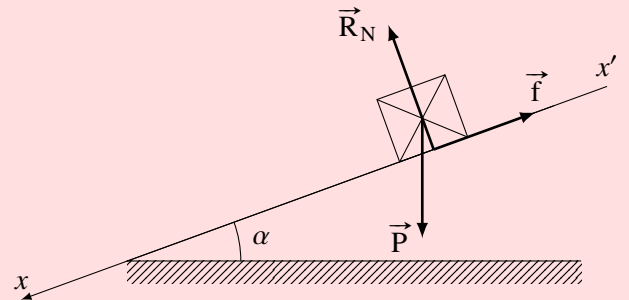
Exercice d'application

En appliquant les formules ci-dessus, déterminer l'expression de la hauteur maximale atteinte par un solide lancé verticalement vers le haut avec la vitesse v_o à partir de la côte z_o .

solution $a = -g; \quad z = \frac{v_o^2}{2g} + z_o$

II.2 Mouvement sur un plan incliné

Activité. Un solide (s) de masse glisse sur un plan incliné formant un angle α par rapport à l'horizontal. Les forces de frottements sont équivalentes à une force unique d'intensité f.



II.2.1. Etude de la nature du mouvement

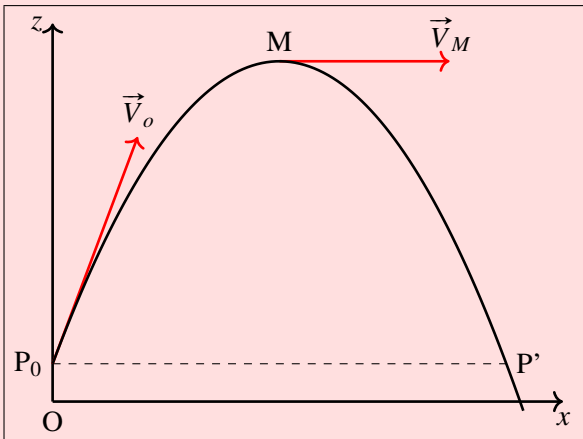
- Système étudié : solide (s)
- Référentiel d'étude : référentiel de laboratoire supposé Galiléen
- Répère associé : (O, \vec{i}, \vec{j})
- Répère de temps : à $t_o, \vec{OG}_o = x_o \vec{i} + y_o \vec{j}$
- Force extérieure appliquée à (s) : poids \vec{P} , réaction du plan \vec{R}

Le théorème du centre d'inertie conduit au système

$$\begin{cases} mg \sin(\alpha) - f = ma_{Gx} \\ -mg \cos(\alpha) + R_N = 0 \end{cases}$$

On constate que le mouvement est uniformément accéléré pour de faibles frottements. Si f est très grande ($f/m \geq g \sin(\alpha)$), le solide reste immobile

II.3 Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur : chute avec vitesse initiale quelconque



À l'instant initial $t_0 = 0$, on lance un corps de rayon négligeable et de masse m à partir du point $P_0(0, 0, z_0)$ d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec la vitesse $\vec{v}_0(v_{0x}, 0, v_{0z})$ faisant un angle α avec l'axe des x .

II.3.1. Etude de la nature du mouvement

- Système étudié : corps de masse m
- Référentiel d'étude : référentiel de laboratoire supposé Galiléen
- Repère associé : $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
- Repère de temps : à $t_0 = 0, \vec{OG}_0 = z_0 \vec{k}$
- Force extérieure : poids \vec{P}

L'application du théorème du centre d'inertie conduit aux caractéristiques suivantes :

$$\vec{a}_G = \begin{cases} a_{Gx} = 0 \\ a_{Gy} = 0 \\ a_{Gz} = -g \end{cases} \quad \vec{v}_G = \begin{cases} v_{Gx} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{Gy} = 0 \\ v_{Gz} = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

$$\vec{OG} = \begin{cases} x = (v_0 \cos(\alpha))t \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin(\alpha))t + z_0 \end{cases}$$

II.3.2. Equation de la trajectoire

Elle s'obtient par élimination du temps dans le système d'équations cartésiennes du mouvement.

$$z = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + x \tan(\alpha) + z_0$$

Cette équation est de la forme

$$z = ax^2 + bx + c \quad \text{avec} \quad a = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} \leq 0$$

La trajectoire est donc une parabole de concavité orientée vers le bas. De cette équation, on déduit deux caractéristiques du tir à savoir la flèche et la portée.

II.3.3. La flèche

La flèche est la hauteur maximale atteinte par le projectile. Au sommet de la parabole, $v_z = 0$ et on obtient le temps mis par le projectile pour atteindre le sommet de la parabole,

$$t = \frac{v_0}{g} \sin(\alpha)$$

ainsi que la flèche $z_{max} = z_M = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g} + z_0$

et l'abscisse du point M

$$x_M = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{2g}$$

II.3.4. La portée du tir ou portée horizontale

C'est la distance du point P_0 au point P de la trajectoire situé dans le plan horizontal passant par P_0 .

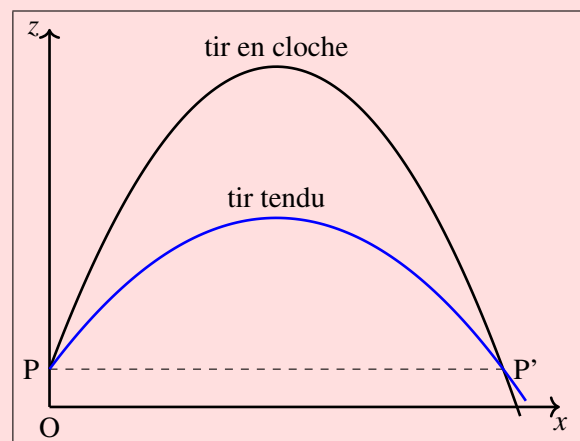
On a $P'P_0 = x_{p'} - x_{p_0}$ car $y_{p'} = y_{p_0}$ et $z_p = z_{p_0}$

Il s'en suit que $-\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + x \tan(\alpha) = 0$

d'où $P'P_0 = x_{p'} = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\alpha) = 2x_M$

Remarque(s)

- ❶ Le module de la vitesse du projectile au point P' est égale à celui du projectile au point P₀. En effet $E_{c_{p'}} - E_{c_{p_0}} = 0$ car $z_p = z_{p_0}$.
- ❷ Pour $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\sin(2\alpha) = 1$ et $x_{p_{max}} = v_0^2/g$ qui est la portée maximal du tir.
- ❸ Pour $x_p \leq x_{p_{max}}$ on a $\sin(2\alpha) = x_p g / v_0^2$ qui admet 2 solutions à savoir α_1 et $\alpha_2 = \pi/2 - \alpha_1$. Les angles α_1 et α_2 permettent d'avoir la même portée horizontale.



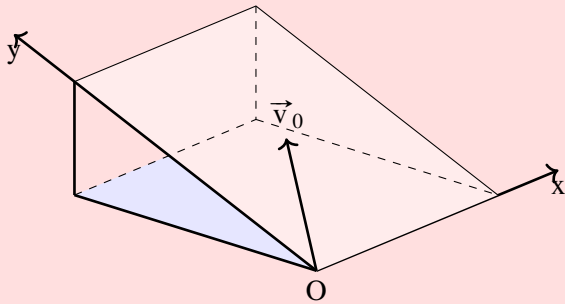
La trajectoire la plus basse correspond au tir tendu et la plus haute au tir en cloche.

PDF Compressor Free Version

II.4 Mouvement parabolique d'un projectile sans frottement sur un plan incliné

Considerons un plan inclinée par rapport à l'horizontal d'un angle β dans lequel le projectile peut se mouvoir sans frottement.

Dans un laboratoire, le dispositif d'étude est une table à coussin d'air qui permet d'atténuer les frottements.



Considérons le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ tel que

- le plan (O, \vec{i}, \vec{j}) soit incliné d'un angle β par rapport à l'horizontal
- l'axe (O, \vec{k}) est perpendiculaire à (O, \vec{i}, \vec{j}) et orienté vers le haut

II.4.1. Etude du mouvement

- Système étudié : projectile de masse m
- Référentiel d'étude : référentiel de laboratoire supposé Galiléen
- Repère d'espace : $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
- Repère de temps : à $t_0 = 0, \vec{OG}_0 = z_0 \vec{k}$
- Forces extérieures : poids \vec{P} , la réaction du plan \vec{R}

D'après le TCI on a $\vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}_G$

II.4.2. projection dans le repère d'étude

$$\vec{P} \begin{vmatrix} 0 \\ -mg \sin(\beta) \\ -mg \cos(\beta) \end{vmatrix} \quad \vec{R} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ R \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{a}_G \begin{vmatrix} 0 \\ -g \sin(\beta) \\ 0 \end{vmatrix}$$

Pour $\beta = \frac{\pi}{2}$ on retrouve la situation du paragraphe précédent.

On peut en déduire aisément les équations horaires et la trajectoire du projectile.

III Application au mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

Objectifs Spécifiques

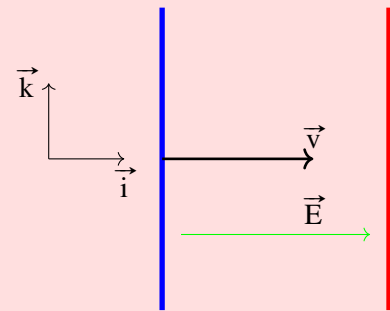
- 1 déterminer les caractéristique du mouvement d'une particule soumis à un champ électrique uniforme.

Considerons un champ électrique uniforme \vec{E} , obtenu en établissant une différence de potentiel U_{AC} entre deux plaques parallèles.

Le TCI appliqué à une particule de charge q de masse m et de vitesse initiale \vec{v}_0 permet de déterminer son vecteur acceleration.

$$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

III.1 Cas ou v est colinéaire à E



Repère d'espace : $O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$,

Repère de temps : $t = 0, \vec{OG} = \vec{0}$.

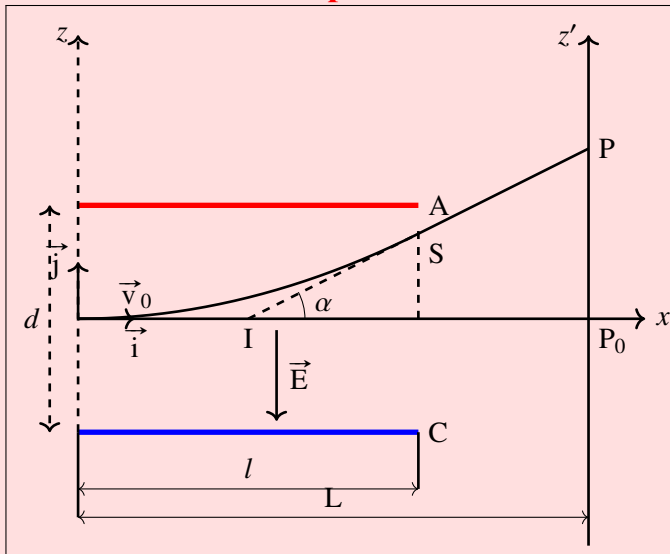
Equations horaires :

$$\vec{a}_G \begin{vmatrix} -\frac{qE}{m} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \vec{v}_G \begin{vmatrix} -\frac{qE}{m}t + v_0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \vec{OG} \begin{vmatrix} -\frac{qE}{2m}t^2 + v_0t \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Il s'en suit que le mouvement est rectiligne uniformément varié et la trajectoire parallèle à la direction du champs \vec{E} qui agit comme un accélérateur.

III.2 Cas où v initiale est orthogonale au vecteur champ

PDF Compressor Free Version



Repère d'espace : $O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \vec{j}$ orthogonal au plan de la feuille,

Repère de temps : $t = 0, \vec{OG} = \vec{0}, \vec{v} = v_0 \vec{i}$,

Bilan des forces : $\vec{F}_e = q\vec{E}, \vec{P} = m\vec{g}$ ($P \ll F_e$).

D'après le TCI, $\vec{a}_G = \frac{q}{m}\vec{E}$

Equations horaires

$$\vec{a}_G \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{qE}{m} \end{vmatrix} \quad \vec{v}_G \begin{vmatrix} v_0 \\ 0 \\ -\frac{qE}{m}t \end{vmatrix} \quad \vec{OG} \begin{vmatrix} v_0t \\ 0 \\ -\frac{qE}{2m}t^2 \end{vmatrix}$$

Il s'en suit que le mouvement est uniforme suivant (O, \vec{i}) et uniformément accéléré suivant (O, \vec{k}) .

Equation de la trajectoire

$$z = -\frac{1}{2} \frac{qE}{mv_0^2} x^2$$

La trajectoire de la particule est un arc de parabole de sommet O , de concavité orientée dans le sens du champ si $q > 0$ et dans le sens opposé si $q < 0$.

III.2.1. Déflexion électrostatique

Considerons le cas de la figure ($q < 0$). Après le point S, le mouvement de la particule est uniforme (système isolé). La particule suit alors la tangente (direction de la vitesse en S) en S à la parabole.

Coordonnées de S

$$x_s = l, \quad z_s = \frac{|q|E}{2mv_0^2} l^2.$$

III.2.2. Déviation angulaire

La déviation angulaire infligée à la particule par le champ électrique est l'angle α entre les vitesses à l'entrée et à la sortie du champ.

On l'obtient comme suit :

$$\tan \alpha = \frac{z_s}{l} \text{ ou } \tan \alpha = \left. \frac{dz}{dx} \right|_s$$

Considérons un écran perpendiculaire à l'axe Ox et placé à une distance D du milieu des armatures.

La déflexion électrostatique est définie par la relation

$$\overline{P_0P} = \frac{|q|E}{mV_0^2} D l$$

III.2.3. Condition pour que la particule sorte du champ

la particule sort du champ si et seulement si pour $x = l$, $y < d/2$.

Ainsi pour une tension donnée, la particule sort du champ si

$$V_0^2 > \frac{|q|U_{AC}}{md^2} l^2$$

III.2.4. Applications de la déflexion

- elle est utilisée dans les appareils tels que l'oscilloscope qui permet de mesurer les tensions électriques ;
- elle permet aussi de déterminer la charge massique (q/m) d'une particule.

Objectifs Généraux

- ➊ Déterminer, à partir des lois de Newton, les caractéristiques des mouvements circulaires uniformes d'un système de points matériels ou d'une particule chargée dans un champ uniforme.

I Généralités sur les mouvements circulaires uniformes

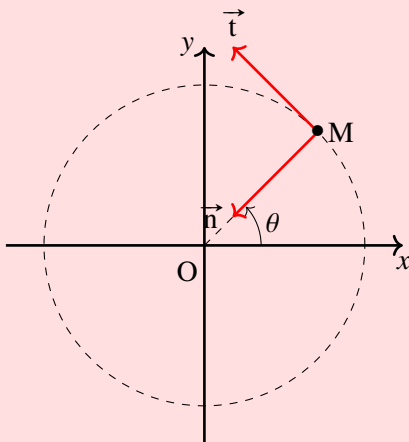
Objectifs Spécifiques

- ➋ Déterminer les paramètres cinématiques d'un mouvement circulaire uniforme : position, vitesse, accélération

Considérons un solide M en mouvement dans un référentiel que nous supposons Galiléen. Si la trajectoire de M est un cercle ou un arc de cercle, alors son mouvement est qualifié de circulaire. Si de plus le module de la vitesse de M est constant, le mouvement est qualifié de circulaire uniforme.

I.1 Paramètres cinématiques d'un mouvement circulaire uniforme

I.1.1. Position



À l'instant initial le vecteur position \vec{OM} du mobile M est confondu au vecteur \vec{OA} . À un instant quelconque t , le point M est localisé par :

- son abscisse curviligne $s = \widehat{AM}$,
- son abscisse angulaire ou élongation ou angle polaire $\theta = (\vec{OA}, \vec{OM})$,

qui dépendent à priori du temps.

Dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) (coordonnées cartésiennes) le mobile M est répertorié par ses coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ tel que :

$$\vec{OM} \begin{cases} x(t) = r \cos \theta(t) \\ y(t) = r \sin \theta(t) \end{cases} \quad (6.1)$$

I.1.2. Vitesse

Le vecteur vitesse d'un mouvement circulaire uniforme est constant en intensité mais pas en sens, son module étant donné par

$$v = \frac{ds}{dt}$$

En tenant compte de la vitesse angulaire qui s'écrit,

$$\dot{\theta} = \frac{d}{dt}\theta(t),$$

on montre que

$$v = r\dot{\theta}$$

Remarque(s)

Le vecteur vitesse d'un tel mouvement est toujours tangente à la trajectoire et s'écrit $\vec{V}(V_n, V_t)$ dans la base de Frenet. On peut donc écrire $V_n = 0$ et $V_t = ds/dt$.

I.1.3. Accélération

Dans la base de Frenet (\vec{n}, \vec{t}) liée au point matériel M, l'accélération s'écrit :

$$\vec{a} = a_t \vec{t} + a_n \vec{n},$$

avec

$$a_t = \frac{d^2s}{dt^2} = 0,$$

$$a_n = \frac{V^2}{R} = R\omega^2$$

I.1.4. Equations horaires

Les équations horaires d'un mouvement circulaire uniforme sont les suivantes :

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0 \quad (6.2)$$

$$s(t) = Vt + s_0 \quad (6.3)$$

avec θ en radian et s en mètre

I.1.5. Périodicité

Un mouvement circulaire uniforme est périodique.

La période est la durée minimale au bout de laquelle le mobile effectue un tour complet.

Elle est donnée par la relation ;

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Une autre grandeur caractéristique d'un mouvement uniforme est sa fréquence : c'est le nombre de tours effectués par unité de temps.

Elle est notée N ou f et s'exprime en hertz (Hz).

$$N = \frac{1}{T}$$

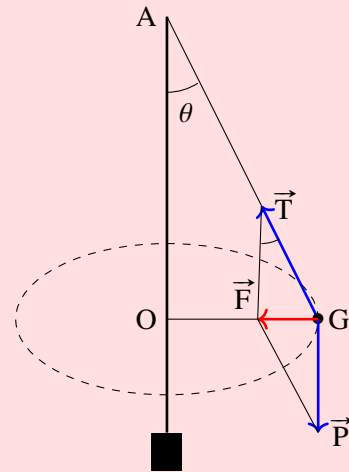
II Applications

Objectifs Spécifiques

- ❶ Faire l'étude dynamique du mouvement d'un pendule conique,
- ❷ Faire l'étude dynamique du mouvement d'un véhicule dans un virage,
- ❸ Faire l'étude dynamique du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.

II.1 Mouvement d'un pendule conique

Un pendule conique est un système constitué d'une boule (S) quasi-ponctuelle, de masse m , de centre d'inertie G , suspendue en un point d'une tige verticale, solidaire de l'arbre d'un moteur, par l'intermédiaire d'un fil inextensible de longueur l et de masse négligeable.



Lorsque le moteur est en marche, on observe que ;

- pour une valeur $\omega > \omega_0$ l'ensemble boule-fil s'écarte de la tige
- l'angle θ croît et se stabilise lorsque le mouvement devient uniforme. À partir de cet instant le fil engendre alors un cône de révolution de demi-angle au sommet θ tandis que le centre d'inertie G de la boule décrit un cercle de centre O dans le plan horizontal.

Il est donc évident que le mouvement de la boule est uniforme de centre O et de rayon $r = l \sin \theta$.

II.1.1. Étude dynamique

On se propose de :

- établir la relation entre l'angle θ et la vitesse de rotation $\dot{\theta}$,
- déterminer la valeur limite de la vitesse angulaire à partir de laquelle le système s'écarte de la tige,
- exprimer la tension T du fil ainsi que la force centripète que subit la masse en fonction des paramètres du problème.

Pour arriver à nos fins, considérons comme référentiel d'étude un référentiel terrestre supposé galiléen. Dans ce référentiel, la masse m est soumise à deux forces :

- son poids \vec{P}
- la tension \vec{T} du fil

d'après le TCI, on a

$$\vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}_G,$$

qui, dans le repère $(G; \vec{i}, \vec{j})$ cette relation devient ;

$$T \sin \theta = m a_G$$

$$T \cos \theta = mg$$

le mouvement étant circulaire uniforme de centre O, $a_G = a_n$.
On obtient ainsi

PDF Compressor Free Version

$$T = ml\dot{\theta}^2 \tag{6.4}$$

$$\cos \theta = \frac{g}{l\dot{\theta}^2} \tag{6.5}$$

Valeur limite de la vitesse angulaire du moteur

Le pendule s'écarte de la verticale si et seulement si

$$\cos \theta < 1$$

ce qui conduit à la relation

$$\dot{\theta} > \sqrt{\frac{g}{l}} = \dot{\theta}_0, \tag{6.6}$$

$\dot{\theta}_0$ est la pulsation propre d'un pendule simple de longueur l

La force centripète que subit la masse est

$$F = m\dot{\theta}^2 l \sin \theta \tag{6.7}$$

II.2 Mouvement d'un véhicule dans un virage

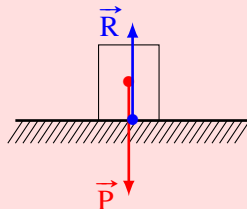
Considérons un véhicule qui aborde un virage circulaire de rayon r à vitesse constante. Le centre d'inertie G du véhicule à une trajectoire circulaire de centre O, contenu dans le plan horizontal. On se propose de déterminer la condition pour laquelle le véhicule effectuera le virage sans dérapage.

Dans un référentiel terre supposé galiléen, le véhicule est soumis à son poids et à la réaction de la piste.

D'après le TCI,

$$\vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}_G \tag{6.8}$$

II.2.1. Piste horizontale parfaitement lisse



La piste étant lisse (sans frottement), la réaction est perpendiculaire à la piste. La relation (6.8) conduit à :

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}; \quad \vec{a}_G = \vec{0},$$

car il n'y a pas de mouvement suivant la verticale.

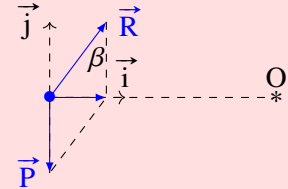
Le mouvement du véhicule reste rectiligne uniforme. Il ne peut donc pas prendre le virage sans dérapper.

Remarque(s)

une accélération du véhicule permet alors l'abordage du virage.

II.2.2. Piste horizontale rugueuse

Ici les frottement n'étant plus négligeables, la réaction de la piste sur les roues est inclinée d'un angle β par rapport à la verticale.



Le vecteur accélération est donné par

$$\vec{a}_G = a_n \vec{i} = \frac{v^2}{r} \vec{i},$$

et la relation (6.8) dévient,

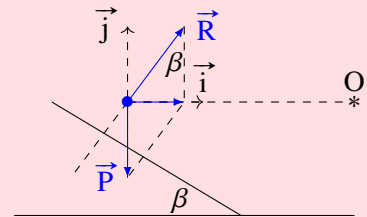
$$\vec{P} + \vec{R} = m \frac{v^2}{r} \vec{i},$$

soit

$$\tan \beta = \frac{v^2}{rg} \tag{6.9}$$

Le virage est alors possible avec une vitesse constante.

II.2.3. Piste lisse et inclinée par rapport à l'horizontal



à partir de (6.8), on montre que

$$\tan \beta = \frac{v^2}{rg}$$

En résumé, un véhicule de vitesse constante négocie un virage sans dérapage si et seulement si son poids et la réaction ne sont pas directement opposés. Cette condition peut être satisfaite de deux manières :

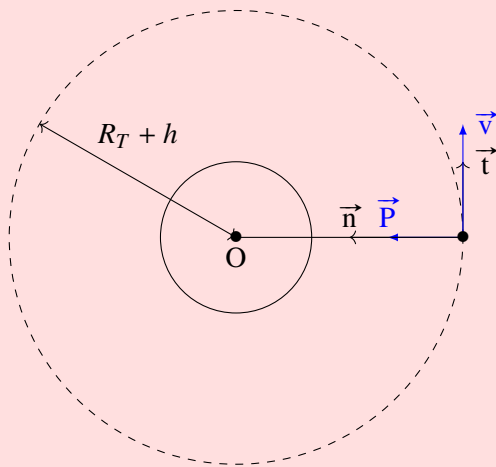
- il y a des frottements et le coefficient de frottement est $\tan \beta$,
- la piste est inclinée d'un angle β par rapport à l'horizontale au niveau du virage.

II.3 Mouvement d'un satellite dans le champ de gravitation terrestre

PDF Compressor Free Version

Considérons un satellite de masse m de centre d'inertie G placé en un point A avec une vitesse initiale \vec{v}_0 . Pour que le satellite décrive une orbite circulaire, avec les moteurs arrêtés (vol balistique), de rayon $r = R_T + h$, il faut que le vecteur vitesse initiale soit tangent en A au cercle orbite. On se propose de déterminer :

- l'accélération du satellite,
- sa vitesse,
- sa période de révolution



II.3.1. Expression de l'accélération

Système étudié : satellite (s),

Référentiel d'étude : référentiel géocentrique supposé galiléen,

Force extérieure : force de gravitation due à Terre (ou encore le poids du satellite)

Par application du TCI, on a (dans la base de Frenet)

$$a_n = g; \quad a_t = 0$$

Il s'en suit que $v = v_0 = \text{constante}$

Le mouvement du satellite est donc circulaire et uniforme de vitesse v_0 ou vitesse de satellisation.

II.3.2. Expression de la vitesse

On montre que cette vitesse s'écrit :

$$v = R_T \sqrt{\frac{g_0}{R_T + h}} \quad (6.10)$$

Remarque(s)

cette vitesse étant indépendante de la masse, tous les satellites évoluant sur une même orbite ont la même vitesse.

II.3.3. Expression de la période

La période de révolution du satellite est la durée T d'un tour complet de la trajectoire.

On montre qu'elle s'écrit :

$$T = \frac{2\pi}{R_T} \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0}} \quad (6.11)$$

II.3.4. Lois de Kepler

Les lois de Kepler sont des lois décrivant le mouvement d'un point matériel soumis à un champ de force centrale, comme c'est le cas en première approximation des planètes soumise à l'attraction du soleil (d'après les lois Newton).

Loi des orbites. Dans le référentiel héliocentrique, les planètes décrivent des ellipses dont le soleil est l'un des foyers.

Loi des aires. Le rayon vecteur reliant le centre du soleil au centre de la planète (ou au point matériel) balaye des aires égales pendant des durées égales.

3^eLoi. Les carrés des périodes de révolution sont proportionnels aux cubes des grands axes des elliptiques, avec un coefficient identique pour toutes les planètes.

Remarque(s)

La trajectoire circulaire est un cas particulier. Ainsi pour un satellite terrestre, on montre que :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{(2\pi)^2}{GM_T}$$

II.3.5. Satellite géostationnaire

Ce sont des satellites, qui dans le repère géocentrique, tournent dans le même sens et à la même vitesse angulaire que la Terre. Ils évoluent sur une orbite circulaire dans le plan équatorial terrestre et apparaissent immobiles.

Ils ont la même période de révolution que la Terre, soit un jour sidéral (86140 s).

II.4 Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

Dans le référentiel de laboratoire supposé galiléen, considérons une particule (charge q , masse m) qui pénètre à

la date $t = 0$ dans un champ magnétique uniforme avec la vitesse \vec{v}_0

PDF Compressor Free Version

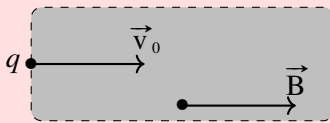
Les forces extérieures subies par cette particule sont :

- la force de Lorentz $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$
- son poids \vec{P} (avec $P \ll F$)

D'après le TCI appliqué à la particule, on a :

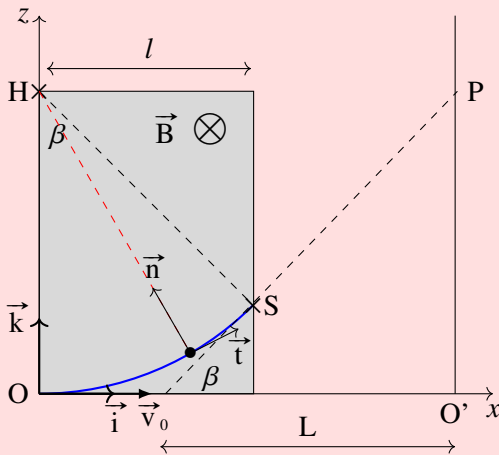
$$\vec{a} = \frac{q\vec{v} \times \vec{B}}{m} \tag{6.12}$$

II.4.1. La vitesse vitesse initiale et le vecteur champ sont colinéaire



dans ce cas, la force de Lorentz est nulle de même que l'accélération donnée par l'équation (6.12). La particule traverse le champ sans être dévié. Le poids de la particule étant négligeable, son mouvement est donc rectiligne uniforme.

II.4.2. Le vecteur vitesse initiale et le vecteur champ sont orthogonaux



Ici les vecteurs \vec{B} et \vec{v}_0 sont tels que :

$$\vec{B} = B\vec{j}; \quad \vec{v}_0 = v_0\vec{i}$$

Nature du mouvement dans le champ L'équation (6.12) devient

$$\vec{a}_0 = \frac{q}{m}v_0B\vec{k}$$

à $t = 0$ et à un instant quelconque, elle s'écrit

$$\vec{a} = \frac{q}{m}v\vec{n}$$

dans la base de Frenet.

\vec{F} et \vec{v} étant orthogonales à \vec{B} , alors la trajectoire de la particule est plane (\vec{B} étant un vecteur normal de ce plan).

Dans la base de Frenet,

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{t} + \frac{v^2}{r}\vec{n}$$

il s'en suit que

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

ce qui signifie que le mouvement est circulaire et uniforme de vitesse linéaire v_0 et de rayon

$$r = \frac{mv_0}{|q|B}$$

Déviation angulaire c'est l'angle que fait la vitesse \vec{v}_s à la sortie du champ avec la direction de la vitesse initiale.

cet angle étant petit, on peut écrire

$$\widehat{OS} = r\beta \simeq l \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{l}{R}$$

soit

$$\beta = \frac{|q|lB}{mv_0} \quad \text{en rad} \tag{6.13}$$

Déflexion magnétique C'est la distance $D_m = O'P$ entre le point d'impact sur l'écran en absence de champ et le point d'impact en présence du champ.

D'après la géométrie du problème, on a

$$\tan\beta = \frac{O'P}{L} \simeq \beta$$

soit

$$D_m = O'P = \frac{L|q|Bl}{mv_0} \tag{6.14}$$

La déflexion (ou déflexion) magnétique est inversement proportionnelle à v_0 . Elle est donc plus adaptée à la déviation des particules très rapides que la déflexion électrique qui est inversement proportionnelle à v_0^2 .

II.4.3. Applications de la déflexion

Le spectrographe de masse Il permet de séparer des ions de même charge électrique et de masses différentes.

Principe : les ions produits dans une chambre d'ionisation sont accélérés sous une tension U puis pénètrent dans un champ magnétique uniforme. Le rayon de leur trajectoire est fonction de leur masse, ce qui permet de les séparer.

Cyclotron et synchrotron Ce sont des accélérateurs de particules constitués de boîtes concentriques semi-cylindrique.

Objectifs Généraux

- ❶ Etudier les caractéristiques du mouvement d'un oscillateur mécanique,
- ❷ Montrer la conservation de l'énergie mécanique en l'absence d'amortissement,
- ❸ Différencier les oscillations mécaniques libres des oscillations forcées.

Généralités

Un *oscillateur mécanique* est un système mécanique animé d'un mouvement périodique autour de sa position d'équilibre.

On distingue les oscillateurs mécaniques en translation des oscillateurs mécaniques en rotation.

I Les oscillateurs mécaniques en translation : le pendule élastique

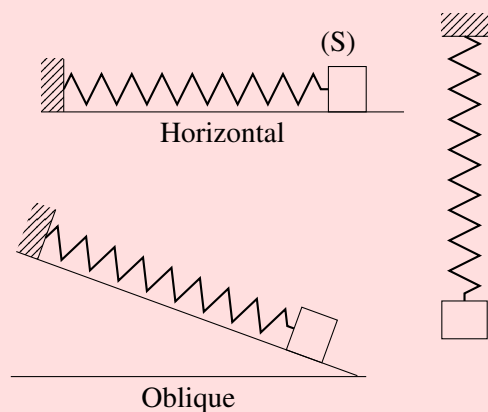
Objectifs Spécifiques

- ❶ Définir pendule élastique
- ❷ Déterminer l'équation différentielle du mouvement d'un pendule élastique,
- ❸ Déterminer l'énergie mécanique d'un pendule élastique,
- ❹ Montrer qu'un pendule élastique non amorti est conservatif.

Un *pendule élastique* est un système formé d'un solide (S) de masse m et d'un ressort de raideur k .

Le solide, déplacé de sa position d'équilibre puis abandonné à lui-même, oscille de part et d'autre de cette position d'équilibre.

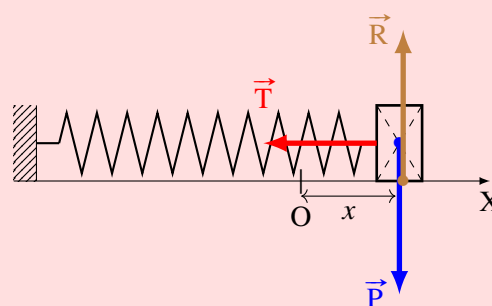
Dans notre étude, nous considérons trois cas de figures dans le cadre d'un mouvement idéal (sans frottement).



I.1 Etude dynamique du pendule élastique

I.1.1. Pendule élastique horizontal

a) Equation différentielle du mouvement



L'étude du mouvement de (S) se fait dans un référentiel terrestre supposé galiléen.

- Bilan des forces**
- 1. le poids de (S) : $\vec{P} = m \vec{g}$
 - 2. la réaction du plan : \vec{R}
 - 3. la tension du ressort : $\vec{T} = -k \overrightarrow{OG}$

TCI : $\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}$

Par projection suivant la direction du mouvement on a :

$$\ddot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0, \tag{7.1}$$

qui est l'équation différentielle du mouvement du solide (S).

b) Equation horaire du mouvement En mathématique,

on montre que la solution de l'équation (7.1) est de la forme

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi) \tag{7.2}$$

Exercice d'application

Determiner ω pour que l'équation (7.2) soit solution de l'équation (7.1)

L'équation (7.2) est celle d'un oscillateur harmonique. Le pendule élastique horizontal est donc un oscillateur harmonique de pulsation propre ω_0 définie par ;

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \tag{7.3}$$

avec k en N/m, m en kg et ω_0 en rad/s.

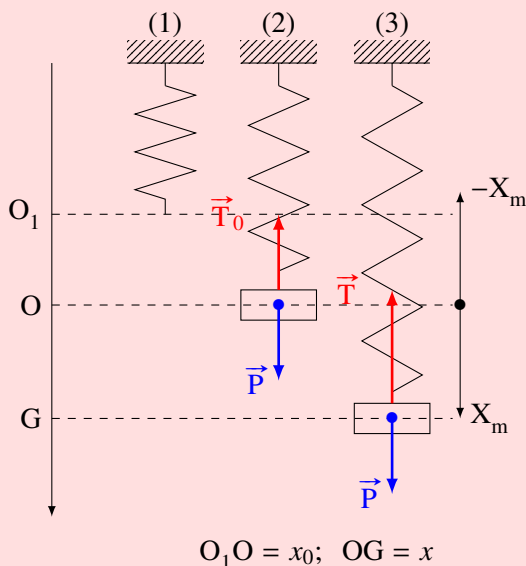
L'amplitude X_m et la phase initiale φ sont déterminées par les conditions initiales.

Exemple(s) :

Determiner X_m et φ pour $x(0) = x_0, \dot{x}(0) = \dot{x}_0$

I.1.2. Pendule élastique verticale

a) Equation différentielle



Considérons comme référentiel d'étude, un référentiel terrestre supposé galiléen.

Dans la position (1), le ressort, de masse négligeable, a pour longueur l_0 .

Sous l'effet de la charge m (position 2), le ressort prend une nouvelle position d'équilibre, qui du point de vue dynamique, s'interprète par la relation

$$\vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0},$$

soit

$$T_0 = kx_0 = mg \tag{7.4}$$

Dans la position 3, le ressort est écarté de sa nouvelle position et lâché sans vitesse initiale et acquière ainsi de l'énergie sous forme potentielle. Grace à cette énergie, le solide se met en mouvement.

Dans une position quelconque, repérée par l'abscisse x , l'application du TCI conduit à :

$$\vec{T} + \vec{P} = m \vec{a},$$

qui par projection (suivant Ox) donne :

$$-k(x + x_0) + mg = m\ddot{x}$$

d'où l'équation du mouvement

$$\ddot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0 \tag{7.5}$$

Il est donc évident que le pendule vertical non amorti est un oscillateur harmonique. Il en est de même pour un pendule oblique non amorti.

I.2 Etude énergétique d'un pendule élastique

I.2.1. Cas du pendule élastique horizontal

Considérons comme niveau de référence des énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal contenant le centre de gravité G du solide (S).

À un instant quelconque t , l'énergie mécanique du système ressort-solide s'écrit :

$$E_M = E_c + E_{pe} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 \tag{7.6}$$

Par rapport au temps, la dérivée de l'énergie mécanique s'écrit :

$$\frac{dE_M}{dt} = m\dot{x} \left(\ddot{x} + \frac{k}{m}x \right) = 0 \tag{7.7}$$

Cette dernière équation traduit la conservation de l'énergie mécanique d'un pendule élastique horizontal. Soit X_m l'amplitude du mouvement, on montre que

$$E_M = \frac{1}{2}kX_m^2$$

Exercice d'application

À l'aide de des équations (7.6) et (7.2), montrer que

$$E_M = \frac{1}{2}kX_m^2$$

I.2.2. Cas du pendule élastique vertical

Considérons comme origine des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par O.

Pour $x = X_m$, l'énergie mécanique est donnée par :

$$\begin{aligned} E_{Mi} &= E_{pei} + E_{ppi} \quad \text{car } E_c = 0 \\ &= \frac{1}{2}k(x_0 + X_m)^2 - mgX_m \\ &= \frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}kX_m^2 \end{aligned} \quad (7.8)$$

Calculons ensuite l'énergie mécanique dans une position quelconque. On a

$$\begin{aligned} E_M &= E_c + E_{pe} + E_{pp} \\ &= \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x_0 + x)^2 - mgx \\ &= \frac{1}{2}kX_m^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \quad \text{or } \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \frac{1}{2}kX_m^2 \\ &= \frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}kX_m^2 = E_{Mi} \end{aligned} \quad (7.9)$$

Il s'en suit que le pendule élastique vertical non amorti est un système conservatif.

Exercice d'application

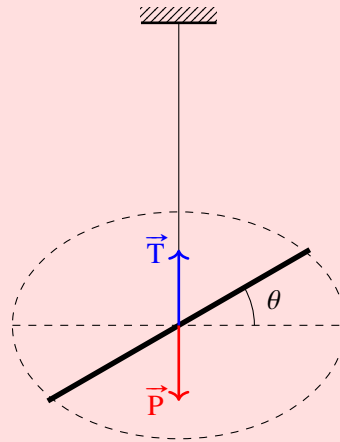
un exo

II Pendule en rotation : Pendule de Torsion

Objectifs Spécifiques

- ❶ Définir : pendule de torsion
- ❷ Déterminer l'équation différentielle du mouvement d'un pendule de torsion,
- ❸ Déterminer l'énergie mécanique d'un pendule de torsion,
- ❹ Montrer qu'un pendule de torsion non amorti est conservatif.

Le pendule de torsion étudié ici est un système constitué d'une tige horizontale suspendue par son centre d'inertie G à un fil de torsion de constante de torsion C.



Ici le seul mouvement envisagé est la rotation de la tige dans le plan horizontal défini par la tige à l'équilibre.

II.1 Etude dynamique

Dans le référentiel galiléen d'étude, la tige est soumise :

1. à son poids \vec{P}
2. à la tension du fil : \vec{T} ,
3. au couple de torsion de moment $\mathcal{M} = -C\theta$

D'après la RFD de rotation,

$$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J_\Delta \ddot{\theta},$$

soit

$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta} \theta = 0 \quad (7.10)$$

Cette équation est celle d'un oscillateur harmonique de pulsation

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$$

Cette équation admet pour solution toute fonction de la forme

$$\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

II.2 Etude énergétique

Lorsqu'un pendule élastique est en position d'équilibre d'un angle θ_m (instant initial) et lâché sans vitesse initiale, il acquiert de l'énergie potentielle de torsion. Pour un choix convenable du niveau de référence des énergies potentielles de pesanteur, son énergie mécanique à cet instant s'écrit :

$$E_{Mi} = \frac{1}{2} C \theta_m^2 \quad (7.11)$$

À un instant quelconque t , l'énergie mécanique du pendule s'écrit :

$$E_M = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 \quad (7.12)$$

or,

$$\begin{aligned} \theta^2 &= \theta_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) \\ \dot{\theta}^2 &= \omega_0^2 \theta_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) \end{aligned}$$

L'équation (7.12) devient :

$$\begin{aligned} E_M &= \frac{1}{2} C \theta_m^2 (\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)) \\ &= \frac{1}{2} C \theta_m^2 = E_{Mi} \end{aligned} \quad (7.13)$$

Il est donc clair que le pendule élastique est un système conservatif.

III Pendule en rotation : Pendule pesant

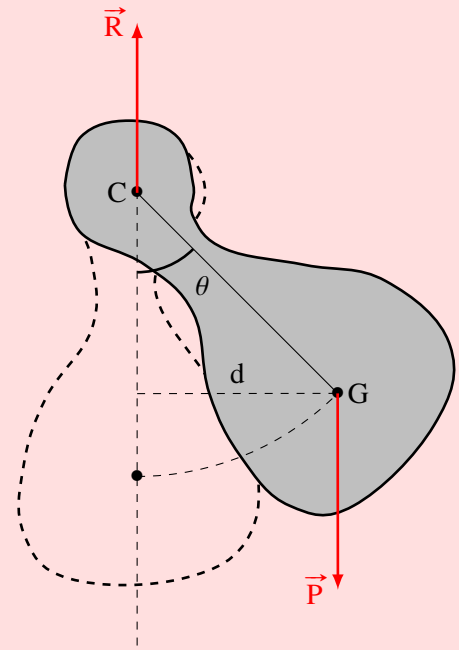
III.1 Description

Un pendule pesant est un système constitué d'un solide (S) mobile autour d'un axe fixe et horizontal (Δ) ne passant pas par son centre d'inertie G.

La position d'équilibre d'un pendule pesant est celle pour laquelle le centre d'inertie G se trouve sur la verticale secant à (Δ) et en dessous de ce dernier.

III.2 Etude dynamique

Dans le référentiel galiléen d'étude, lorsqu'on écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle θ_m , il effectue, après être lâché, des oscillations de rotation autour de l'axe (Δ).



Pour une position quelconque d'angle $\theta(t)$, les forces extérieures appliquées au pendule sont :

- le poids (force de rappel) \vec{P} , vertical, appliqué en G,
- la réaction \vec{R} de l'axe appliquée en C.

Appliqué au système ci-dessus, la RFD de rotation conduit à :

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) = J_{\Delta} \ddot{\theta}, \quad (7.14)$$

et par suite, on obtient

$$\ddot{\theta} + \frac{mgCG}{J_{\Delta}} \sin \theta = 0 \quad (7.15)$$

Cette équation différentielle est non linéaire en θ et par conséquent n'admet pas comme solution une fonction sinusoïdale du temps. Il est donc évident que dans le cas général, un pendule pesant n'est pas un oscillateur harmonique.

Mais pour des oscillations de faible amplitude, on montre que l'équation (7.15) devient linéaire.

En effet, si $\theta_m < 10^\circ$, alors $\sin \theta \approx \theta$ et l'équation (7.15) devient

$$\ddot{\theta} + \frac{mgCG}{J_{\Delta}} \theta = 0, \quad (7.16)$$

qui est celle d'un oscillateur harmonique de pulsation propre

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgCG}{J_{\Delta}}} \quad (7.17)$$

III.3 Etude énergétique

Pour déterminer l'énergie mécanique du pendule, prenons comme niveau de référence des énergies potentielles, le plan horizontal passant par G dans la position d'équilibre.

Lorsque le pendule est écarté de sa position d'équilibre d'un angle θ_m ,

PDF Compressor Free Version

$$\begin{aligned} E_{Mi} &= E_c + E_p = E_p \\ &= mgh_m = mgCG(1 - \cos \theta_m) \end{aligned} \quad (7.18)$$

Dans une position quelconque, l'énergie mécanique du pendule s'écrit :

$$\begin{aligned} E_M &= E_c + E_p \\ &= E_c(\theta_m) + mg(h_m - h) + mgCG(1 - \cos \theta) \quad \text{or } E_c(\theta_m) = 0 \\ &= mgh_m = E_{Mi} \end{aligned} \quad (7.19)$$

L'énergie d'un pendule pesant reste constante au cours du temps.

Exercice d'application

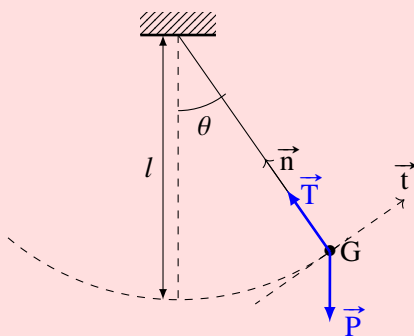
Montrer que pour des oscillations de faible amplitude,

$$E_M = \frac{1}{2} mgCG\theta_m^2$$

IV Pendule en rotation : Pendule simple

Un pendule simple est constitué d'un solide ponctuelle de masse m , suspendu à un fil de longueur l pouvant osciller autour d'un axe fixe.

IV.1 Etude dynamique



Pour déterminer l'équation différentielle du mouvement du pendule, considérons comme référentiel, un référentiel terrestre supposé galiléen. L'application de TCI au solide (S) conduit à :

$$\vec{T} + \vec{P} = m \vec{a}$$

Dans le repère de Frenet ($G; \vec{n}, \vec{t}$) la relation ci-dessus devient :

$$\vec{n} : T - mg \cos \theta = m \frac{v^2}{l} \quad (7.20)$$

$$\vec{t} : -mg \sin \theta = m\ddot{\theta} \quad (7.21)$$

de l'équation (7.20) on obtient

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

qui est une équation non linéaire en θ . Le pendule simple n'est donc pas un oscillateur harmonique. Comme le pendule pesant donc il n'est qu'un cas particulier, le pendule simple est un oscillateur harmonique pour des oscillations de faible amplitude.

Exercice d'application

Exprimer en fonction de l , θ_m , g , m et θ la vitesse et la tension du fil à un instant quelconque.

IV.2 Etude énergétique

Prenons comme niveau de référence des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par G lorsque le pendule est en équilibre. On a

$$\begin{aligned} E_M &= E_c + E_p \\ &= \frac{1}{2} ml^2 \dot{\theta}^2 + mgl(1 - \cos \theta), \end{aligned} \quad (7.22)$$

de sorte que

$$\frac{dE_M}{dt} = 0$$

L'énergie mécanique du pendule simple ne change pas au cours du temps : c'est un système conservatif.

Remarque(s)

Deux pendules sont synchrones lorsqu'ils ont la même fréquence.

Lorsque la période des oscillations est indépendante de l'amplitude, les oscillations sont dites isochrones.

V Amortissement et entretien des oscillations

V.1 Amortissement

En physique, l'amortissement est la diminution de l'amplitude d'un phénomène oscillatoire.

L'amortissement est provoqué par les frottements (solide-solide, visqueux) en mécanique, par les résistances en électricité ou par absorption.

L'équation différentielle traduisant un mouvement oscillatoire amorti peut se mettre sous la forme

PDF Compressor Free Version

$$\ddot{x}(t) + A\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0, \quad (7.23)$$

où ω_0 désigne la pulsation propre et A le terme d'amortissement ($\vec{f} = -A\vec{v}$).

Selon le signe du discriminant $A^2 - 4\omega_0^2$ de l'équation caractéristique, on distingue trois régimes :

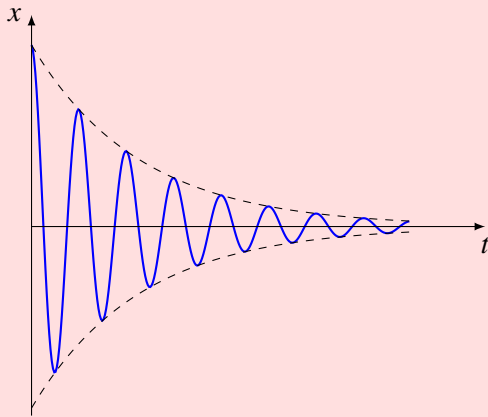
V.1.1. Régime pseudo-périodique

$$A^2 - 4\omega_0^2 < 0$$

et

$$x(t) = x_0 \exp\left(-\frac{At}{2}\right) \cos \Omega t \text{ avec } \Omega = \sqrt{\omega_0^2 - A^2/4}$$

L'amplitude décroît de manière exponentielle.



V.1.2. Régime critique

$$A^2 - 4\omega_0^2 = 0$$

Si $x(0) = x_0$ et $\dot{x}_0 = 0$, alors

$$x(t) = \left(1 + A\frac{t}{2}\right) \exp\left(-\frac{At}{2}\right)$$

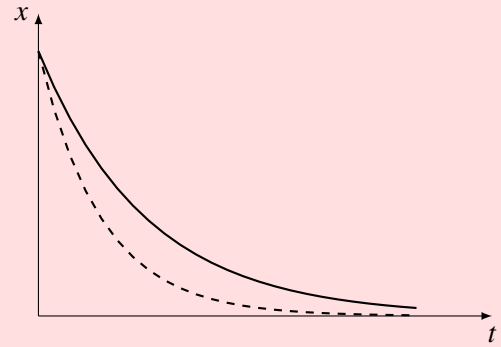
V.1.3. Régime apériodique

$$A^2 - 4\omega_0^2 > 0$$

Ici l'amortissement est importante et la solution de la forme :

$$x(t) = (Ce^{\alpha t} + De^{-\alpha t}) \exp\left(-\frac{At}{2}\right),$$

avec $\alpha = \sqrt{A^2/4 - \omega_0^2}$



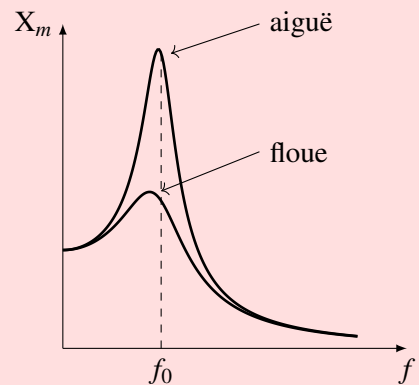
V.2 Entretien des oscillations : resonance

Un système oscillant recevant des excitations périodiques d'un exciteur est un oscillateur forcé ou résonateur.

Ainsi un oscillateur de fréquence propre f_0 , soumis à des excitations de fréquence f , effectue des oscillations forcées de fréquence f .

S'il est peu amorti, son amplitude devient très grande pour f au voisinage de f_0 : c'est le phénomène de résonance aiguë.

S'il est amorti, l'amplitude, pour f au voisinage de f_0 est moins importante : c'est le phénomène de résonance floue.



Objectifs Généraux

- ① Etudier le comportement d'un circuit électrique siège des oscillations libre ou forcées,
- ② Etablir des analogies mécanoélectriques.

I Les oscillations électriques libres

Objectifs Spécifiques

- ① Connaître la loi d'Ohm pour les dipôles résistif, capacitif et inductif.
- ② Expliquer et analyser la charge et la décharge d'un condensateur.

On appelle *oscillateur électrique* tous dispositif générant des oscillations électriques.

Un oscillateur effectue des variations alternatives (*oscillations*) autour d'une valeur moyenne. Ces oscillations peuvent être libres ou amorties.

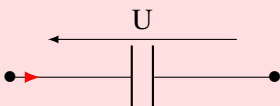
Les *oscillations libres* sont des oscillations qui s'effectuent sans excitation extérieures, à la fréquence propre du système.

I.1 Rappels

I.1.1. Loi d'Ohm pour quelques dipôles

Le condensateur

(1) Symbole

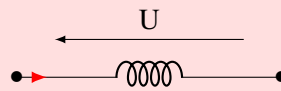


(2) Caractéristiques :

- capacité C en farads (F)
- charge $q = CU$; $C = \frac{\epsilon S}{d}$
- énergie $\frac{1}{2}CU^2$

La bobine

(1) Symbole

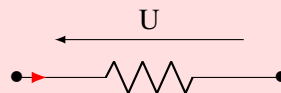


(2) Caractéristiques :

- inductance en henry (H)
- tension $U = ri - e = ri + L \frac{di}{dt}$
- énergie magnétique $\frac{1}{2}Li^2$

La résistance

(1) Symbole



(2) Caractéristiques :

- résistance en ohm (Ω)
- tension $U = Ri$
- énergie calorifique Ri^2t

I.1.2. Courant et tension

Équations

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_2)$$

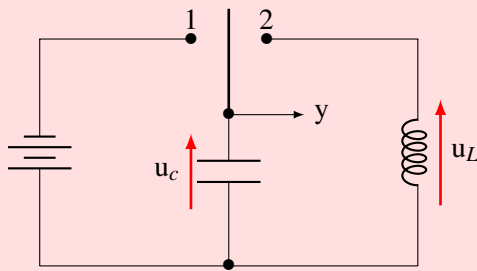
Tension et intensité maximales

$$U_m \text{ et } I_m$$

Tension et intensité efficace

$$U_{eff} = U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad I_{eff} = I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

I.2 Charge et décharge d'un condensateur :
circuit LC
PDF Compressor Free Version



Le circuit ci-dessus est constitué d'un condensateur de capacité C, d'une bobine idéale d'inductance L, d'un générateur et d'un interrupteur K.

I.2.1. Manipulation et interprétation

Lorsque K est en position (1), le condensateur se charge.

En suite, lorsqu'on place K en position (2), le condensateur se décharge dans l'inductance. L'étude à l'oscilloscope montre que la tension aux bornes du condensateur varie comme une fonction sinusoïdale du temps (non amortie).

Il s'en suit que la décharge d'un condensateur dans une inductance idéale est un phénomène sinusoïdal non amortie.

I.2.2. Equation différentielle d'évolution de la charge q du condensateur

Lorsque K est en position (2), on a

$$u_c + u_L = 0 \tag{8.1}$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0 \tag{8.2}$$

Cette dernière équation est celle d'un oscillateur électrique non amorti de pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, de période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

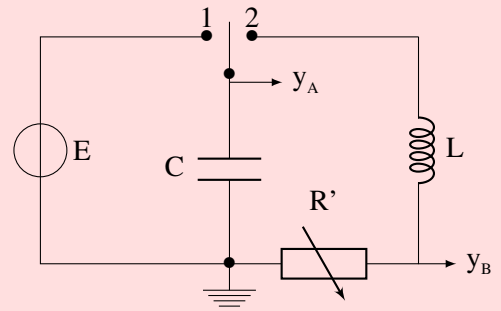
I.2.3. Energie électromagnétique

$$E_{em} = E_c + E_m = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2 \tag{8.3}$$

Exercice d'application

Montrer que E_{em} est constante.

I.3 Mise en évidence des oscillations amorties :
circuit RLC libre



I.3.1. Constitution du circuit

- générateur
- interrupteur
- bobine (L,r)
- resistor de résistance variable R'
- condensateur (C)

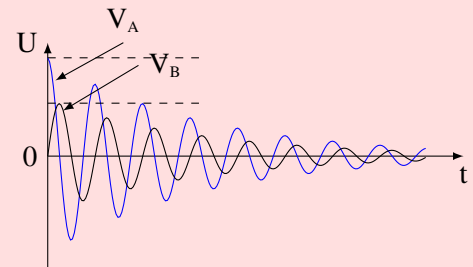
La voie y_A mesure U_C

La voie y_B mesure $U_{R'}$

I.3.2. Observations

Lorsque l'interrupteur est en position 1, le condensateur se charge et sa charge est $U_C = E$.

Lorsque l'interruption est en position 2, l'observation des tensions à l'oscilloscope est la suivante :



Il en découle que la décharge d'un condensateur dans une inductance réelle s'effectue par des oscillations sinusoïles amorties : le circuit RLC est donc le siège des oscillations libres et amorties.

I.3.3. Equation différentielle d'évolution

Lorsque l'interrupteur est en position 2, on a

$$U_C + U_L + U_{R'} = 0 \tag{8.4}$$

avec

$$U_C = \frac{q}{C}; U_{R'} = R'i; U_L = ri + L\frac{di}{dt}; i = \frac{dq}{dt}$$

On en déduit l'équation

$$\ddot{q} + \frac{R'+r}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0 \tag{8.5}$$

ou tout simplement

PDF Compressor Free Version

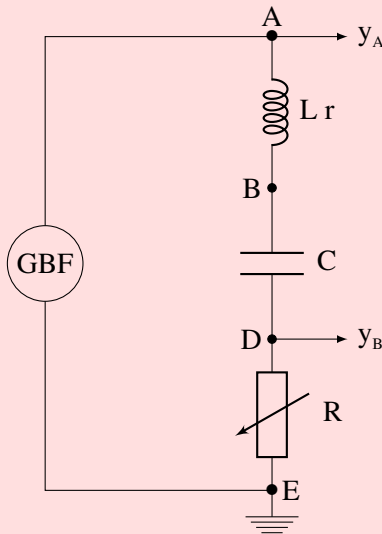
$$q + Aq + \omega_0 q = 0 \quad (8.6)$$

C'est l'équation d'un oscillateur électrique amorti. A est le facteur ou coefficient d'amortissement de l'oscillateur.

De même que pour les oscillateurs mécaniques, on a trois régimes.

II Les oscillations électriques forcées

II.1 Mise en évidence



Le générateur basse fréquence (GBF) délivre une tension sinusoïdale de fréquence réglable. Le circuit RLC branché aux bornes du GBF est soumis aux oscillations forcées dont la fréquence d'oscillation est imposée par le GBF.

II.2 Impédance d'une portion de circuit

En régime sinusoïdale, le rapport $\frac{U}{I}$ est appelé *impédance* du dipôle considéré. Elle est noté Z et s'exprime en ohm (Ω).

Son inverse, noté Y est l'*admittance* et s'exprime en siemens.

II.3 Etude théorique d'un dipôle RLC

II.3.1 Tension instantanée

Soit $i(t)$ le courant délivré par le GBF. Pour un choix convenable de l'origine des temps, $i(t)$ s'écrit :

$$i(t) = I_m \cos(\omega t) \quad (8.7)$$

avec ω la fréquence de GBF.

La tension U_{AE} aux bornes du circuit RLC s'écrit :

$$U_{AE} = U_{AB} + U_{BD} + U_{DE} \quad (8.8)$$

avec

$$\begin{aligned} U_{AB} &= Ri + L \frac{di}{dt} \\ &= R'I_m \cos(\omega t) - LI_m \omega \sin(\omega t) \\ &= R'I_m \cos(\omega t) + LI_m \omega \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}), \end{aligned} \quad (8.9)$$

$$\begin{aligned} U_{BD} &= \frac{q}{C} \\ &= \frac{1}{C} \int i(t) dt \\ &= \frac{I_m}{C\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}), \end{aligned} \quad (8.10)$$

$$U_{DE} = R'I_m \cos(\omega t) \quad (8.11)$$

$$(8.12)$$

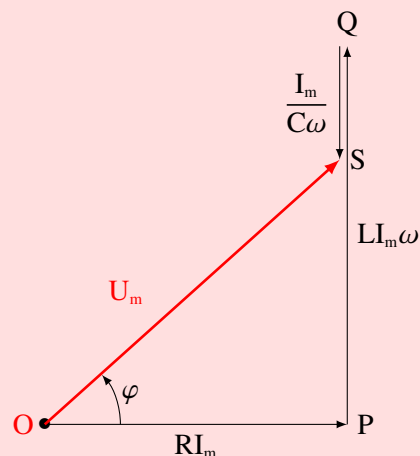
II.3.2. Caractéristiques du dipôle RLC

La tension U_{AE} étant une somme de tension sinusoïdales, elle peut se mettre sous la forme

$$U_{AE} = U_m \cos(\omega t + \varphi) \quad (8.13)$$

ou U_m et φ peuvent être déterminées par la construction de Fresnel.

Pour $L\omega > \frac{1}{C\omega}$,



Il est évident que

$$\begin{aligned} U_m &= \sqrt{OP^2 + PS^2} \\ &= I_m \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \end{aligned} \quad (8.14)$$

de même

PDF Compressor Free Version

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \tag{8.15}$$

$$\cos \varphi = \frac{RI_m}{U_m} \tag{8.16}$$

Il en découle l'impédance

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} > R \tag{8.17}$$

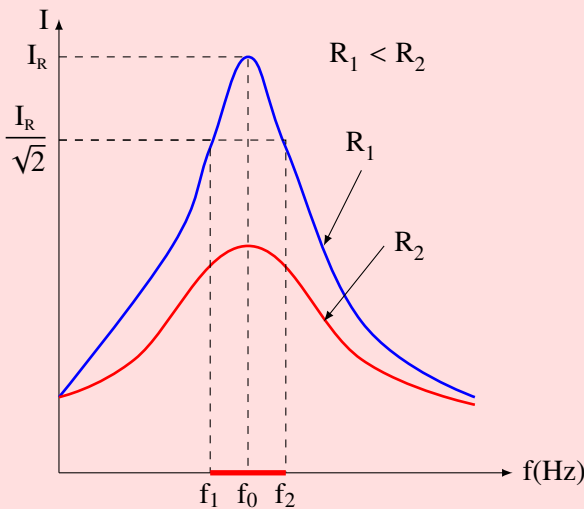
Remarque(s)

- si $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ alors $\varphi > 0$, $u(t)$ est en avance de phase sur $i(t)$: LE circuit est dit inductif
- si $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ alors $\varphi < 0$, $u(t)$ est en retard de phase sur $i(t)$: LE circuit est dit capacitif
- si $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ alors $\varphi = 0$, les effets inductif et capacitif se compensent : le circuit se comporte comme un conducteur ohmique de ($Z = R$).

II.3.3. Résonance dans un circuit RLC

Il y'a resonance pour $f = f_0$. Elle se caracterise par des oscillations de grande amplitude.

Expérimentalement, pour une valeur de R donnée, on maintient la tension efficace U aux bornes du dipôle constante et on fait varier la fréquence f du GBF. On mesure ensuite l'intensité efficace I pour chaque valeur de f. La courbe de resonance $I = g(f)$ à l'allure suivante :



Remarque(s)

À la resonance, $f = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, $Z = R$ et $\varphi = 0$: le courant et la tension sont en phase.

II.3.4. Bande passante à 3 decibels

La bande passante à 3 decibels d'un dipôle RLC est l'intervalle des fréquences pour lequel la puissance transmise au dipôle est supérieure ou égale à la moitié de la puissance de ce dipôle à la resonance. On a, aux limites de la bande passante,

$$\frac{P}{P_R} = \frac{1}{2} \tag{8.18}$$

ce qui permet d'écrire :

$$10 \log \frac{P}{P_R} = -3 \text{ dB}$$

d'autre part $P = \alpha I^2$ et $P_R = \alpha I_R^2$ ce qui permet d'obtenir

$$\frac{I}{I_R} = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{8.19}$$

Cette relation définit le courant aux limites de la bande passante. Sa resolution conduit à la determination des fréquences limites.

Ainsi, d'après la courbe de resonance,

$$I(f_1) = I(f_2) = \frac{I_R}{\sqrt{2}} \tag{8.20}$$

et

$$\frac{U}{Z(f_1)} = \frac{U}{Z(f_2)} = \frac{U}{R\sqrt{2}} \tag{8.21}$$

Hint U est constant

D'après l'équation (8.21),

$$Z^2(f) = 2R^2 \tag{8.22}$$

Cette dernière équation conduit au système

$$\begin{cases} L\omega - \frac{1}{C\omega} = R \\ L\omega - \frac{1}{C\omega} = -R \end{cases} \tag{8.23}$$

qui admet pour solutions positives

$$\omega_1 = \frac{-RC + \sqrt{\Delta}}{2LC}; \omega_2 = \frac{RC + \sqrt{\Delta}}{2LC}, \tag{8.24}$$

avec $\Delta = (RC)^2 + 4LC$.

Largeur de la bande passante

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} = 2\pi\Delta f \tag{8.25}$$

II.3.5. Facteur de qualité

Le *facteur de qualité* est le quotient Q de la fréquence de résonance f_0 par la largeur de la bande passante.

PDF Compressor Free Version

$$\begin{aligned} Q &= \frac{f_0}{\Delta f} \\ &= \frac{1}{RC\omega_0} \\ &= \frac{L\omega_0}{R} \end{aligned} \quad (8.26)$$

Le facteur de qualité rend compte, quantitativement, du caractère plus ou moins aiguë de la résonance. Il est encore appelé acuité de la résonance.

Remarque(s)

À la résonance on a,

$$\frac{U_C}{U} = \frac{1}{RC\omega_0} = Q$$

$$\frac{U_L}{U} = \frac{1}{RC\omega_0} = Q$$

$$\Rightarrow U_C = U_L = QU$$

Les tensions efficaces aux bornes de la bobine et du condensateur peuvent être supérieures à la tension appliquée aux bornes du circuit RLC : c'est la surtension à la résonance (Q étant le facteur de surtension).

III Puissance électrique en régime sinusoïdale forcé

III.1 Puissance instantanée

Elle est donnée par

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(t) &= u(t).i(t) \\ &= I_m U_m \cos \omega t \cos(\omega t + \varphi) \\ &= UI (\cos \varphi + \cos(2\omega t + \varphi)) \end{aligned} \quad (8.27)$$

III.2 Puissance moyenne

La *puissance moyenne* est la moyenne de la puissance instantanée sur une période.

Elle est donnée par :

$$\begin{aligned} P_m &= \frac{1}{T} \int_0^T \mathcal{P}(t) dt \\ &= UI \cos \varphi = S \cos \varphi, \end{aligned} \quad (8.28)$$

avec $S = UI$ la puissance apparente (unité V.A).

$\cos \varphi$ est le facteur de puissance du dipôle.

Soit P_c la puissance consommée dans le circuit et r la résistance.

$$\begin{aligned} P_c &= rI^2 \\ &= \frac{rP_m^2}{U^2 \cos^2 \varphi} \end{aligned} \quad (8.29)$$

Pour un facteur de puissance faible, les pertes par effet Joule sont grandes. Dans les installations industrielles le facteur de puissance est amélioré à l'aide des condensateurs qu'on ajoute dans le circuit. Pourquoi ?

IV Analogies mécano-électriques

Les équivalents mécano-électriques basés sur le théorème du centre d'inertie et la loi des tensions regroupés dans le tableau suivant

PDF Compressor Free Version

| Types de grandeurs | oscillateur mécanique | oscillateur électrique |
|----------------------------------|---|---|
| grandeurs évolutives | position x vitesse $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ | charge q intensité $i = \frac{dq}{dt}$ |
| grandeur d'inertie | masse m | inductance L |
| grandeur de rappel | constante de raideur K | inverse de la capacité $\frac{1}{C}$ |
| grandeur dissipative | coefficient de frottement | resistance R |
| pulsation propre | $\omega_o = \sqrt{\frac{K}{m}}$ | $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ |
| Energie | cinétique $\frac{1}{2}mv^2$ potentielle $\frac{1}{2}Kx^2$ mécanique $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2$ | magnétique $\frac{1}{2}LI^2$ électrique $\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ em* $\frac{1}{2}LI^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ |
| puissance dissipée | par frottement $\frac{dE}{dt} = -bv^2$ | par effet Joule $\frac{dE}{dt} = -Ri^2$ |
| Equations différentielles | | |
| oscillations sinusoidales libres | $\ddot{x} + \omega_o^2 x = 0$ | $\ddot{q} + \omega_o^2 q = 0$ |
| oscillations libres amorties | $\ddot{x} + b\dot{x} + \omega_o^2 x = 0$ | $\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \omega_o^2 q = 0$ |
| oscillations forcées | $\ddot{x} + b\dot{x} + \omega_o^2 x = F(t, \Omega)$ | $\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \omega_o^2 q = u(t, \Omega)$ |

*=électromagnétique

Objectifs Généraux

❶ mettre en évidence le double aspect de la lumière via l'étude des phénomènes d'interférences et photoélectrique.

I Aspect ondulatoire de la lumière

Objectifs Spécifiques

- ❶ étudié le phénomène de diffraction
- ❷ étudié le phénomène d'interférence :
 - décrit un champ d'interférence
 - définir interfrange

I.1 La diffraction

On appelle **diffraction** d'une onde le changement de direction qu'elle subit à la traversée d'une ouverture de petite dimension (de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde).

Elle s'observe aussi bien avec les ondes mécanique, sonore et électromagnétique et permet, à partir d'une source principale, d'obtenir une ou plusieurs sources secondaire.

Remarque(s)

A cause de phénomène de diffraction, il est physiquement impossible d'isoler un rayon lumineux

I.2 Les interférences lumineuses

En admettant l'hypothèse de l'aspect ondulatoire de la lumière, il sera question ici de s'en persuader à l'aide une expérience propre aux ondes.

Comme toute onde, nous caractériserons une onde lumineuse monochromatique par sa longueur d'onde λ , sa célérité (soit 3×10^8 m/s dans le vide ou dans l'air).

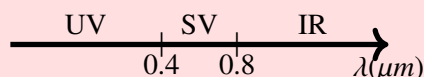
Une lumière **monochromatique** est constituée d'une seule longueur d'onde (une couleur).

Une lumière **polychromatique** est constituée d'au moins deux longueurs d'ondes.

Les relations entre longueur d'onde, la célérité, la période et la fréquence restent valables.

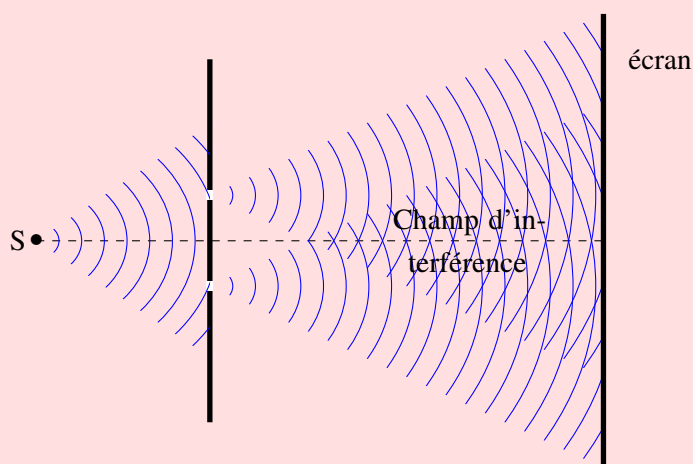
Exemple(s) :

La lumière blanche ou lumière visible. Elle est constituée de toutes les longueurs d'ondes du visible (de 400 nm à 800 nm)



I.2.1. Expérience des fentes de Young : cas d'une lumière monochromatique

a) Dispositif



S est une source monochromatique, E une plaque opaque comportant deux fentes fines S_1 et S_2 , parallèles et symétriques par rapport à l'axe (SO).

Les fentes S_1 et S_2 sont des sources secondaires **synchones** et **cohérentes**.

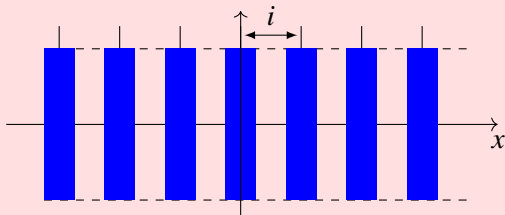
b) Observations

On observe sur l'écran une alternance de bandes sombres et brillantes, parallèles : ce sont des **franges d'interférence**.

Ces **franges** sont équidistant les unes des autres d'une longueur i appelée **interfrange**.

Le système de franges obtenu est symétrique par rapport à la frange centrale brillante.

Aspect de l'écran



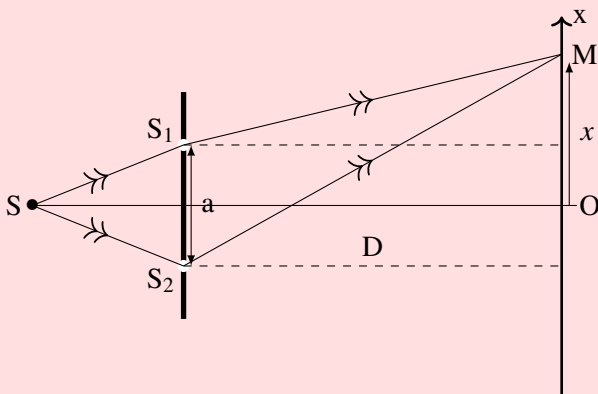
c) Interprétation

Considérons un point M de l'écran.

Pour une frange donnée, l'état lumineux (vibratoire) est la même pour tous les points situés sur une même verticale. Ajoutée à la symétrie des franges, cette particularité nous permet de repérer M juste par son abscisse $x = \overline{OM}$.

Il est à noter que le système de franges est observé au voisinage de l'axe (SO) ($D \gg x$) et à une distance $D \gg a$.

c-1) Expression de la différence de marche



La différence de chemin géométrique au point M (différence de marche) s'écrit

$$\begin{aligned} \delta &= (SS_2 + S_2M) - (SS_1 + S_1M) \\ &= S_2M - S_1M = d_2 - d_1 \end{aligned} \tag{9.1}$$

D'après la géométrie du problème,

$$\begin{aligned} d_2^2 - d_1^2 &= \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \\ &= 2ax \end{aligned}$$

comme $D \gg x$ et $D \gg a$ alors $d_2 + d_1 \approx 2D$ et

$$\delta = \frac{ax}{D} \tag{9.2}$$

c-2) Expression de l'interfrange On appelle ordre d'interférence la quantité p définie par $p = \delta/\lambda$

- si $p = k$ avec $k \in \mathbb{Z}$, alors on a une frange brillante. Les abscisses des centres de ces franges sont donnés par

$$x_k = \frac{\lambda D}{a} k$$

- si $p = k' + 1/2$ avec $k' \in \mathbb{Z}$, alors on a une frange sombre. Les abscisses des centres de ces franges sont donnés par

$$x_{k'} = \frac{\lambda D}{2a} (2k' + 1)$$

L'**interfrange** est la distance qui sépare les milieux de deux franges consécutives de même nature.

$$\begin{aligned} i &= x_{(k+1)} - x_k = x_{(k'+1)} - x_{k'} \\ &= \frac{\lambda D}{a} \end{aligned} \tag{9.3}$$

Expression de l'intensité lumineuse Soit $s_1 = s_2 = s_0 \cos \omega t$ les vibrations des sources S_1 et S_2 .

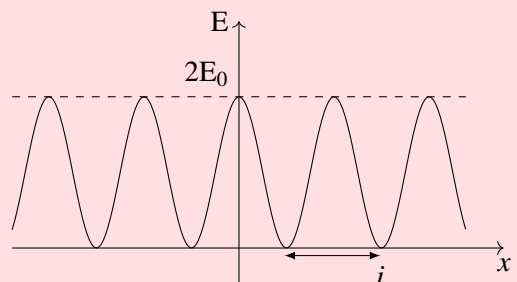
La vibration au point M s'écrit :

$$\begin{aligned} s_M &= s_1(t - d_1/c) + s_2(t - d_2/c) \\ &= 2s_0 \cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right) \cos(\omega t + \phi) \end{aligned} \tag{9.4}$$

L'intensité lumineuse (éclairage) au point M est proportionnelle au carré de l'amplitude de la vibration en M et s'écrit :

$$\begin{aligned} E &= cste \times \left(2s_0 \cos \frac{\pi ax}{\lambda D}\right)^2 \\ &= E_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi x}{i}\right) \end{aligned}$$

| | | | | | |
|-----------|--------|---------|-------|--------|--------|
| x | 0 | $i/4$ | $i/2$ | $3i/4$ | i |
| φ | 0 | $\pi/2$ | π | 0 | 2π |
| E | $2E_0$ | E_0 | 0 | E_0 | $2E_0$ |



On constate que les maxima (centre des franges brillantes) sont équidistants les un des autres de l'interfrange i de même que les minima (centre des franges sombres).

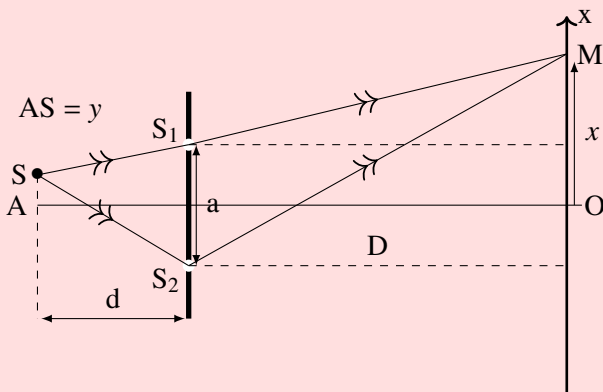
Remarque(s)

Eclairement est la puissance reçue par unité de surface (flux lumineux). Unité lux (watt par mètre carré)

d) Déplacement des franges

Il est obtenu en déplaçant la source principale perpendiculairement à l'axe (SO) ou en interposant une lame parallèle transparente d'épaisseur e sur le trajet lumineux de l'une des sources secondaires.

d-1) s est déplacé vers le haut



S étant déplacé perpendiculairement vers le haut d'une petite distance y , les sources secondaires ne sont plus en phase mais restent synchrones et cohérentes.

Position de la frange centrale

Elle correspond à $\delta = 0$

$$\begin{aligned}\delta &= (SS_2 + S_2M) - (SS_1 + S_1M) \\ &= (SS_2 - SS_1) + (S_2M - S_1M) \\ &= \frac{ay}{d} + \frac{ax}{D}\end{aligned}\quad (9.5)$$

Pour $\delta = 0$, on a

$$x_0 = -\frac{D}{a}y \quad (9.6)$$

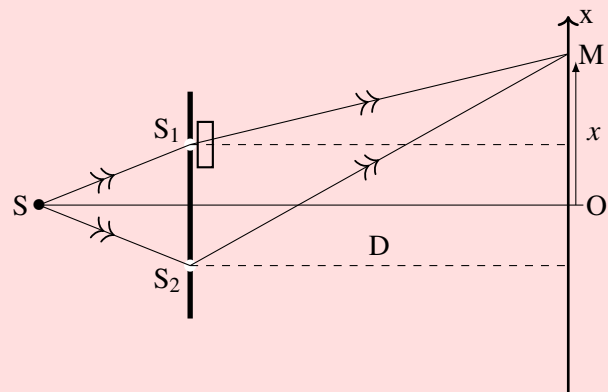
Il est donc évident que la frange centrale s'est déplacée vers S_2 .

En résumé, lorsqu'on déplace perpendiculairement la source dans un sens, le système de franges est déplacé dans le sens opposé.

Exercice d'application

Montrer que le point M_1 correspondant à $\delta = 0$, I le milieu du segment $[S_1S_2]$ et la source S sont alignés.

d-2) lame à face parallèle placée devant s_1



En plaçant une lame à face parallèle d'épaisseur e et d'indice de réfraction n , la frange centrale $p = 0$ est déplacée.

En effet, à la traversée de la lame, la vitesse de la lumière est $v = c/n$. Elle met donc un temps $t = e/v = en/c$ pour traverser la lame.

Pendant le même temps la lumière aurait parcouru une distance $ct = ne$ dans le vide.

La différence de chemin optique s'écrit $ne - e$

Ainsi, en présence de la lame le trajet S_1M est augmenté de $(n - 1)e$ et la différence de marche s'écrit.

$$\begin{aligned}\delta &= (SS_2 + S_2M) - (SS_1 + S_1M + ne - e) \\ &= S_2M - S_1M - (n - 1)e \\ &= \frac{ax}{D} - (n - 1)e\end{aligned}\quad (9.7)$$

L'abscisse de la frange centrale ($\delta = 0$) est

$$x_0 = \frac{(n - 1)e}{a}D \quad (9.8)$$

En somme, l'effet de la lame est de déplacer le système de frange d'une distance x_0 du côté de la lame.

I.2.2. Cas de la lumière blanche

Lorsqu'on utilise une lumière polychromatique (blanche par exemple) dans le dispositif des fentes de Young, le champ d'interférence ne présente plus des franges nettes. La présence de quelques franges oblige à préciser les points suivants :

- la frange centrale est brillante
- à partir de la frange centrale, il y a superposition d'une multitude de franges de différentes couleurs
- à mesure qu'on s'éloigne de la frange centrale, il est impossible de distinguer les franges brillantes des sombres.

— si l'on isole un faisceau du champ d'interférence, il apparaît sillonné de bande noires appelées cannelures, correspondant aux longueurs d'ondes éteintes (franges sombres).

Dans le cas particulier d'une lumière dichromatique de longueur d'onde λ_1 et λ_2 , la frange centrale est brillante. De par et d'autre de celle-ci, il décalage progressif des franges de deux couleurs jusqu'à la nouvelle frange brillante (première coïncidence) et ainsi de suite.

On a ainsi

$$i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a}; \quad i_2 = \frac{\lambda_2 D}{a}$$

Soient N, et M les nombres respectifs d'interfranges de chaque lumière avant la coïncidence. On a

$$Ni_1 = Mi_2$$

Exercice d'application

Pour $\lambda_1 = 480 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 560 \text{ nm}$, déterminer à quelle distance de la frange centrale on observe la deuxième coïncidence.

I.2.3. Autres dispositifs interférentiels

- les miroirs de Fresnel,
- le biprisme de Fresnel,
- les demi-lentilles de Biller,
- le miroir de Lloyd.

II Aspect corpusculaire de la lumière

Objectifs Spécifiques

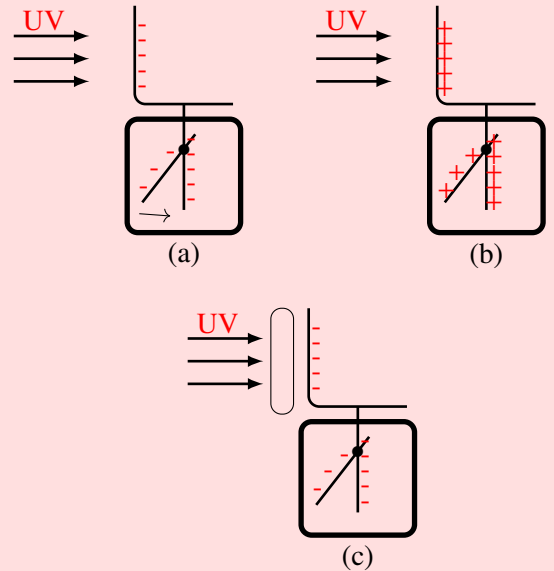
- ❶ définir : l'effet photoélectrique, potentiel d'arrêt
- ❷ autres

Elle est mise en évidence ici à l'aide de l'effet photoélectrique découvert par Hertz en 1887.

II.1 Mise en évidence de l'effet photoélectrique

II.1.1. Expérience

Dans l'expérience suivante, une lame de zinc bien nettoyée et fixée sur le plateau d'un électroscope est éclairée avec un arc électrique (lumière riche en UV).



II.1.2. Observations

- Lorsque l'électroscope est chargé négativement, il se décharge (a).
- Lorsque l'électroscope est chargée positivement, il conserve sa charge (b).
- Lorsque l'électroscope est chargé négativement, mais qu'on interpose une lame de verre (qui filtre les UV) sur le trajet des rayons lumineux, il conserve sa charge (c).

II.1.3. Interprétations

Sous l'action des radiations issues de l'arc électrique, la lame de zinc émet des électrons (a).

La conservation de la charge observée en (b) est dû au fait que les électrons émis sont recaptés par la lame chargée positivement.

La non émission des électrons en (c) est dû à l'absorption des UV par la lame de verre.

II.2 Définition

L'effet photoélectrique est l'extraction des électrons d'un métal par un rayonnement électromagnétique de fréquence (ou de longueur d'onde) convenable.

II.3 Etude expérimentale de l'effet photoélectrique

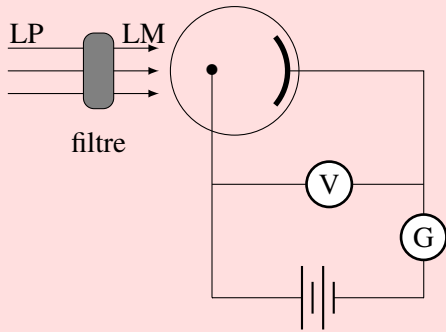
II.3.1. Expérience

Matériel

- cellule photoélectrique : c'est une ampoule de verre transparent dans laquelle on a fait un vide poussé. Elle

constituée d'une cathode C constitué du métal pur à étudier (zinc, potassium, césium etc.) et une anode A métallique (exemple le platine)

- un voltètre
- un galvanomètre
- un générateur de tension variable
- une source lumineuse et un filtre qui ne laisse passer qu'une seule radiation de fréquence ν



II.3.2. Observations

Lorsque la cellule photoémissive est éclairé (par une lumière convenable) le galvanomètre indique le passage d'un courant qui mesure le nombre d'électrons émis par la cathode.

a) Seuil photoélectrique

lorsque la cellule photoémissive est éclairé par des radiations successives de fréquences différentes, la tension entre les borne étant maintenue positive, nous constatons que :

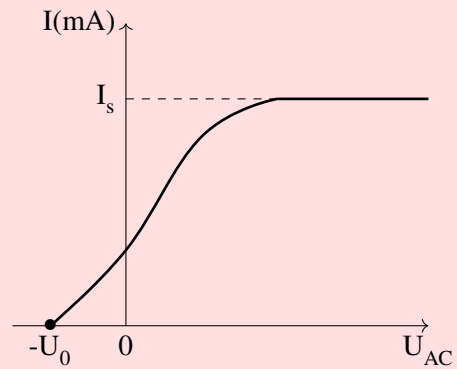
- il y a émission des électrons par la cathode pour des radiations de fréquences ν supérieures à une fréquence limite (seuil) ν_0 .
- pour des fréquences inférieures à ν_0 , on n'observe pas l'effet photoélectrique quelle que soit la puissance lumineuse reçue par la cathode

Le **euil photoélectrique** est la fréquence minimale ν_0 de la lumière incidente pouvant provoquer une émission photoélectrique.

Il y a donc effet photoélectrique pour $\nu_0 \leq \nu$ ou $\lambda < \lambda_0$
 λ_0 est la longueur d'onde seuil.

b) Caractéristique de la cellule

Elle est obtenue pour ν et P (puissance lumineuse) fixées. Son allure est la suivante :



- pour $U_{AC} < -U_0$, les électrons émis par la cathode ne peuvent par atteindre l'anode qui les repousse : $I = 0$.
- pour $-U_0 < U_{AC} < 0$, certains électrons peuvent atteindre l'anode malgré la force électrique qui les freine. U_0 est appelé potentiel d'arrêt pour la fréquence considérée.
- pour $0 < U_{AC}$, les électrons sont attirés par l'anode. Le nombre d'électrons captés par l'anode croit d'abord avec U_{AC} avant de se stabiliser. Au delà d'une certaine tension positive, tous les électrons émis sont captés par l'anode et l'intensité atteint sa valeur maximale appelée intensité (ou courant) de saturant notée I_s .

c) Potentiel d'arrêt

Le **potentiel d'arrêt** (U_0) est la valeur absolue de la tension anode-cathode d'une cellule photoélectrique en dessous de laquelle le courant photoélectrique est nul.

Il permet de connaître l'énergie cinétique maximale des électrons émis par effet photoélectrique.

En effet pour $U_{AC} = -U_0$, les électrons émis par la cathode atteignent l'anode mais avec une vitesse nulle. Ces électrons qui malgré la déccélération due à $U_{AC} < 0$, sont ceux qui partent de la cathode avec une énergie cinétique maximale.

On a alors $E_{cA} = 0$ et $E_{cC} = E_{c_{max}}$
d'après le TEC,

$$\begin{aligned} -E_{c_{max}} &= W(\vec{F}) \\ &= -e\vec{E} \cdot \vec{AC} \\ &= -eU_0 \end{aligned}$$

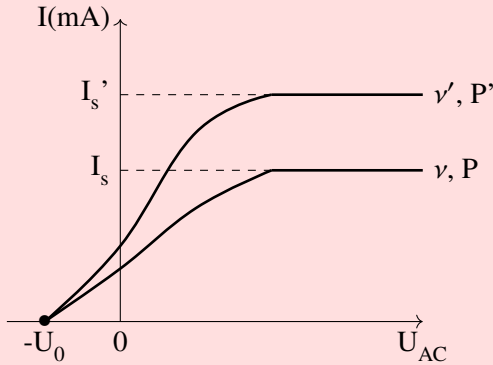
soit

$$E_{c_{max}} = eU_0$$

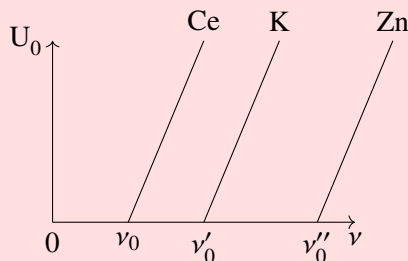
d) Effet de la puissance lumineuse et la fréquence sur I_s

PDF Compressor Free Version

La puissance lumineuse n'influence pas l'énergie cinétique maximale des électrons. Elle influence le nombre d'électrons émis comme l'indique la figure ci-dessous :



L'énergie cinétique initiale des électrons émis dépend de la fréquence du rayonnement incident. Cette influence se manifeste par une variation du potentiel seuil de la cellule avec la fréquence du rayonnement incident. Il ressort des expériences (Millikan) que U_0 diminue linéairement en fonction de la fréquence ν quand celle-ci diminue.



On a $U_0 = a\nu + b$

La pente a de $U_0 = f(\nu)$ étant indépendante de la nature de la cathode, on $b = -a\nu_0$ et

$$E_{c_{max}} = ea(\nu - \nu_0)$$

II.3.3. Interprétation des résultats expérimentaux

L'extraction d'électrons d'un métal nécessite de l'énergie qui est fournie par la lumière. Selon Einstein, l'effet photoélectrique repose sur les hypothèses suivantes :

- les échanges d'énergie entre la matière et la lumière s'effectuent par quantités discrètes ou paquet d'énergie (quanta d'énergie). Ces échanges sont discontinus.
- la lumière est constituée de grains ou photons (particules sans masse ni charge électrique) transportant

chacun un quantum d'énergie $h\nu$ et se propageant à la célérité de la lumière

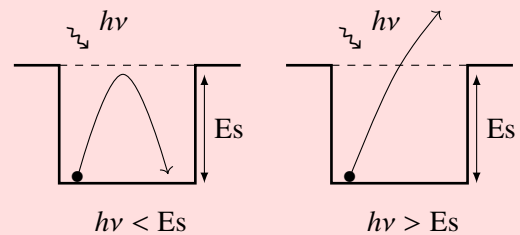
$h = 6,62 \times 10^{-34}$ est la constante de Planck.

Lorsqu'un photon transportant de l'énergie $E = h\nu$ frappe un métal, si son énergie est suffisamment grande, il extrait un électron.

Soit E_s l'énergie (travail) d'extraction pour un métal considéré. l'effet photoélectrique n'est possible que si

$$h\nu \geq E_s = h\nu_0$$

Le **travail d'extraction** est l'énergie juste nécessaire pour extraire l'électron du métal et l'amener à la surface avec une vitesse nulle.



Pour $E > E_s$, la différence d'énergie est utilisée comme énergie cinétique par l'électron.

On a

$$E_{c_{max}} = h(\nu - \nu_0),$$

qui est la relation d'Einstein pour l'effet photoélectrique.

II.4 Rendement quantique de la cellule

Dans le processus d'interaction rayonnement matière conduisant à l'effet photoélectrique, il y a beaucoup moins d'électrons émis que de photons incidents.

Soit N le nombre de photons incidents par unité de temps. Soit n le nombre d'électrons émis par la cathode pendant la même unité de temps.

Le **rendement quantique** de la cellule est donné par

$$\rho = \frac{n}{N}$$

Soit $P = N h \nu$ la puissance lumineuse reçue et I_s l'intensité du courant de saturation.

On a $I_s = ne$ et

$$\rho = \frac{I_s h \nu}{Pe}; \rho \text{ est de l'ordre de } 10^{-2}$$

II.5 Les applications de l'effet photoélectrique

Objectifs Généraux

- ❶ Interpréter l'émission spontanée des particules par des noyaux radioactifs
- ❷ connaître quelques applications et inconvénients de la radioactivité.

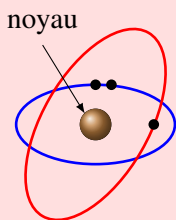
I Rappel : le noyau atomique

Objectifs Spécifiques

- ❶ décrire le noyau atomique
- ❷ connaître l'unité de masse atomique
- ❸ définir et calculer le défaut de masse d'un noyau ainsi que l'énergie de cohésion du noyau

I.1 Le noyau atomique

Le noyau atomique est constitué de deux types de particules (nucléons) à savoir les **protons** et les **neutrons**.



Il est représenté par le symbole de l'élément chimique correspondant comme l'indique l'exemple ci-dessous :



dans cette écriture, A est le nombre de masse, et Z le nombre de charges ou le numéro atomique. Le nombre de neutrons N est donné par la relation $N = A - Z$.

Un **nucléide** est un type d'atome ou de noyau atomique caractérisé par le nombre de protons et de neutrons qu'il contient ainsi que par l'état d'énergie nucléaire dans lequel il se trouve.

L'ensemble des noyaux caractérisés par les valeurs déterminées du nombre de charge Z et le nombre de masse A est appelé **nucléide**.

Les isotopes d'un élément sont des nucléides de même nombre de protons Z, mais de nombre de nucléons A différents.

I.2 Unité de masse atomique

Elle est égale au douzième de la masse d'un atome de carbone 12 :

$$1\text{ua} = \frac{10^{-3}}{N} \text{kg} = 1,66 \times 10^{-27} \text{kg}$$

Ainsi nous avons :

$$\begin{aligned} m_p &= 1,007276 \text{ ua} \\ m_n &= 1,008665 \text{ ua} \\ m_e &= 0,000549 \text{ ua} \end{aligned}$$

I.3 Défaut de masse, énergie de cohésion du noyau

I.3.1. Relation masse énergie

D'après Einstein, dans un repère donné, toute particule au repos, de masse m a dans ce repère une énergie

$$E = mc^2,$$

avec $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Cette relation masse énergie permet d'exprimer les masses en électronvolt (eV) par c^2 (eV/c^2) ou en MeV/c^2 .

Exercice d'application

Exprimer en MeV/c^2 les masses suivantes : l'unité de masse atomique, la masse de chaque nucléon ainsi que celle de l'électron.

Solution : $1 \text{ ua} = 931 \text{ MeV}/c^2$; $m = 938 \text{ MeV}/c^2$; $m_n = 939 \text{ MeV}/c^2$.

I.3.2. Défaut de masse

La masse du noyau d'un atome est toujours inférieure à la somme des masses de ses nucléons. Cette différence de masse est appelée **défaut de masse** et noté Δm .

Pour le noyau A_ZX , on a :

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m({}^A_ZX)$$

A ce défaut de masse correspond une énergie $\delta E = \Delta mc^2$ appelée énergie de liaison.

Cette énergie est celle qu'il faudrait fournir au même noyau pour le separer en ses différents nucléons.

L'*énergie de cohésion par nucléon* est le quotient de l'énergie de liaison par le nombre de masse.

$$\frac{\Delta E}{A}$$

Exercice d'application

Calculer le défaut de masse du noyau d'hélium (${}^4_2\text{He}$), son énergie de liaison et son énergie de liaison par nucléon. Données : $m({}^4_2\text{He}) = 4,00150 \text{ ua}$.

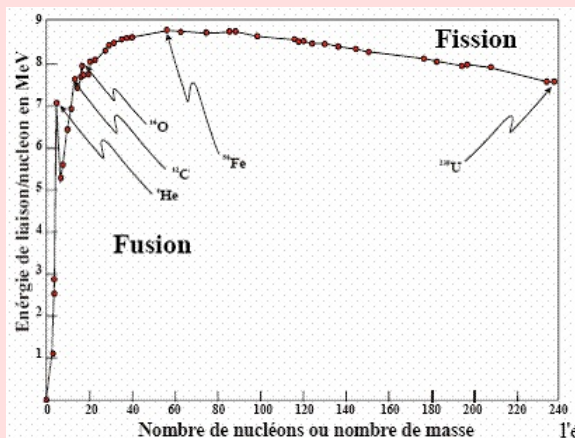


Diagramme de stabilité des radio-nucléides

II Réactions nucléaires et lois de conservation

Objectifs Spécifiques

- ❶ définir : réaction nucléaire, radioactivité
- ❷ connaître les lois de conservation
- ❸ connaître les types de radioactivité et être capable d'écrire les équations correspondantes
- ❹ calculer l'énergie d'une désintégration
- ❺ connaître quelques familles radioactives
- ❻ connaître les notions de réaction nucléaire provoquée

II.1 Définition et lois de conservation

Les *réactions nucléaires* sont des transformations naturelles ou provoquées qui concernent le noyau atomique.

Elles sont gouvernées par les lois de conservations parmi lesquelles :

- conservation du nombre de masse. La somme des nombres de masses des noyaux disparus est égale à celle des noyaux formés.
- conservation du nombre de charge. La somme des nombres de charges des noyaux disparus est égale à celle des noyaux formés.
- conservation de l'énergie.
- conservation de la quantité de mouvement.

Remarque(s)

Au cours d'une réaction nucléaire, la masse n'est pas conservée, d'où l'apparition d'énergie cinétique des noyaux fils et de rayonnement.

II.2 Les types de radioactivités

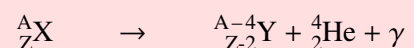
La *radioactivité* est la transformation spontanée d'un noyau en un autre noyau accompagnée de l'émission d'un rayonnement radioactif.

Il existe quatre types de radioactivités.

II.2.1. La radioactivité alpha (α)

La radioactivité α est l'émission d'un noyau d'hélium par certains noyaux lourds instables.

Equation bilan



Energie de désintégration Cette réaction libère l'énergie sous deux formes :

- l'énergie cinétique des noyaux fils et α
- l'énergie rayonnante du photon γ

Nous pouvons écrire :

$$E = E_C + h\nu,$$

avec E_C l'énergie cinétique des noyaux fils et α et $h\nu$ l'énergie du photon émis.

Pour toute réaction spontanée, la masse (m_{ap}) de noyaux après est inférieure à la masse des noyaux (m_{av}) avant.

On a ainsi

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_{av} - m_{ap} \\ &= m_X - m_\alpha - m_Y\end{aligned}$$

et

$$E = \Delta mc^2$$

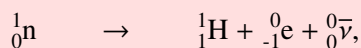
Exemples :



II.2.2. La radioactivité beta - (β^-)

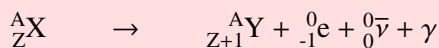
La radioactivité β^- est l'émission d'un électron par un noyau instable.

L'électron émis provient de la transformation d'un neutron en proton selon l'équation :



$\bar{\nu}$ est l'antineutrino électronique de masse et de charge nulles.

Equation bilan



Energie de désintégration

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_{av} - m_{ap} \\ &= m_X - m_Y - m_e\end{aligned}$$

et

$$E = \Delta mc^2$$

Exemples :



II.2.3. La radioactivité beta + (β^+)

La radioactivité β^+ est l'émission d'un positron (ou positron) par certain noyaux instables. Le positron (ou anti électron) provient de la transformation d'un proton en neutron suivant l'équation :



${}_0^0\nu$ étant le neutrino électronique de masse et charge nulles.

Energie de désintégration

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_{av} - m_{ap} \\ &= m_X - m_Y - m_e\end{aligned}$$

et

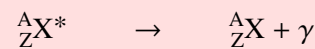
$$E = \Delta mc^2$$

Exemples :



II.2.4. Radioactivité gamma (γ)

C'est l'émission d'un rayonnement γ par un noyau excité



En général, l'émission γ accompagne une désintégration α ou β chaque fois que le noyau fils se trouve dans un état excité.

II.3 Les réactions nucléaires provoquées

Ce sont en générales les réactions de transmutation, de fission et de fusion.

II.3.1. Les transmutations

Elles permettent d'obtenir les noyaux nouveaux par collision de deux autres noyaux.

Exemples :



${}_{15}^{30}\text{P}$ est un émetteur β^+ .

II.3.2. La fission nucléaire

C'est une réaction nucléaire provoquée au cours de laquelle un noyau lourd éclate sous l'impact d'un neutron et donne naissance à deux noyaux plus légers.

Exemples :



Ces réactions libèrent de grande quantité d'énergie.

PDF Compressor Free Version

Les neutrons libérés sont capables d'engendrer d'autres fissions conduisant ainsi à des réactions en chaînes, qui, sans précaution conduirait à une explosion : c'est le principe de la bombe atomique.

Le contrôle de telles réactions dans les réacteurs nucléaires se fait en ralentissant les neutrons émis par l'eau, le graphite ...

II.3.3. La fusion nucléaire

C'est une réaction nucléaire provoquée au cours de laquelle deux noyaux légers s'associent pour former un noyau plus lourd.

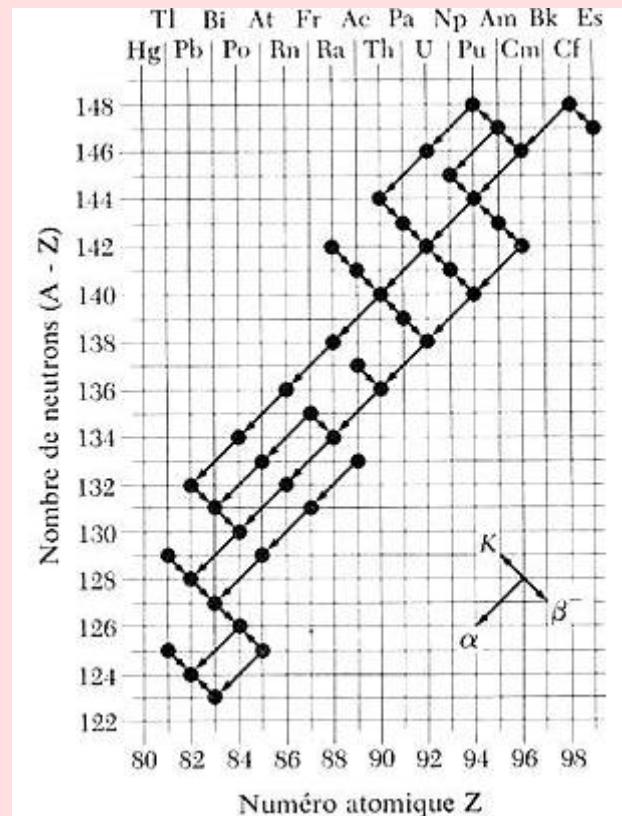


Les réactions de fusion libèrent de grande quantité d'énergie. Elles sont à l'origine du rayonnement du soleil et des étoiles.

II.4 Les familles radioactives

Une famille radioactive est constituée du noyau père et de tous ses descendants.

Il existe quatre familles radioactives parmi lesquelles trois sont naturelles. On a ainsi la famille de l'uranium-radon, celle du thorium, celle de l'actinium qui aboutissent à un isotope stable du plomb et celle du neptunium (artificielle) qui aboutie au bismuth.



III La décroissance radioactive

Objectifs Spécifiques

- ❶ définir : activité radioactive ; demi-vie
- ❷ déterminer et représenter l'équation de décroissance radioactive d'un nucléide.

La désintégration radioactive a un caractère aléatoire car on ne peut pas prévoir à quel instant un noyau donné va se désintégrer.

III.0.1. Activité d'une source radioactive

L'*activité* d'un échantillon de matière radioactive est le nombre de désintégration par seconde.

Elle est notée A et s'exprime en becquerels (Bq), mais aussi en curie (Ci) : $1 \text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10} \text{ Bq}$.

Soit N le nombre de noyaux radioactifs présent à un instant t . D'une part l'activité de la source s'écrit :

$$A = -\frac{dN}{dt} \quad (10.1)$$

D'autre part, l'activité est proportionnelle au nombre de noyaux présent à l'instant t . Le coefficient de proportionnelle noté λ est appelé constante radioactive du nucléide considéré.

$$A = \lambda N, \quad (10.2)$$

avec l'inverse d'un temps.

L'expression, en fonction du temps, du nombre de noyaux présent à un instant quelconque s'obtient en égalant les équations (10.1) et (10.2) et en intégrant par rapport au temps.

Tout calcul fait on obtient :

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (10.3)$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \quad (10.4)$$

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \quad (10.5)$$

Remarque(s)

$$A_0 = \lambda N_0; m_0 = M \frac{N_0}{N}$$

III.0.2. Période radioactive

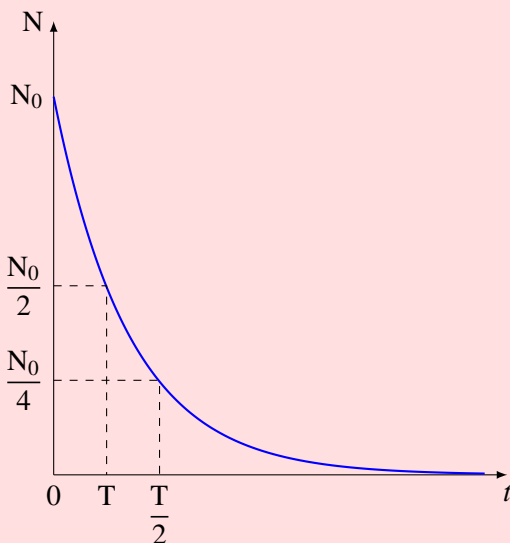
On appelle *période radioactive* ou *demi-vie* radioactivité (T) d'un radio-nucléide le temps nécessaire pour que l'activité de ce radio-nucléide diminue de moitié.

Ainsi, à $t = T$, $N = \frac{N_0}{2}$. En faisant usage de l'équation (10.3), on obtient :

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (10.6)$$

Exercice d'application

Montrer que N peut se mettre sous la forme $N = \frac{N_0}{2^n}$



Courbe de décroissance donnant le nombre N de noyaux présent en fonction du temps

IV Les applications et inconvénients de la radioactivité

IV.1 Les applications

IV.1.1. Les traceurs radioactifs

Lorsqu'on remplace partiellement un isotope stable d'un élément par un isotope radioactif, on ne change pas les propriétés chimiques et on peut ainsi suivre la trace grâce au rayonnement émis.

Ce principe est utilisé en chimie, en médecine, en biologie...

IV.1.2. La radioactivité

Les rayonnements émis, essentiellement ceux du cobalt 60, sont utilisés dans le traitement des cancers pour détruire les tissus malades.

IV.1.3. La datation au carbone 14

La proportion des atomes de carbone 14, par rapport aux atomes de carbone 12, dans la biosphère est constante. A sa mort l'organisme vivant (animal, végétal) cesse de consommer les composés carbonés. Suite à des désintégrations, la concentration en carbone 14 diminue. Il suffit donc, en principe, de mesurer l'activité d'un échantillon pour connaître la date de la mort de l'organisme d'où vient l'échantillon.

Il suffit pour cela d'utiliser la relation :

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_0}{A} \quad (10.7)$$

Remarque(s)

Le carbone 14 est radioactif β^- et sa période est de 5400 ans

Exercice d'application

Dans un gramme de carbone contenu dans les corps animés, on a $6,8 \times 10^{10}$ atomes de carbone 14.

- ❶ Déterminer le nombre de carbone 14 contenu dans un échantillon d'un gramme d'activité 1/6 Bq ?
- ❷ Quel est l'âge de cet échantillon.

IV.2 Les dangers des déchets radioactifs

Les particules α et β provenant des désintégrations radioactives et le rayonnement γ pénètrent les tissus vivants et provoquent de graves anomalies. Rappelons toute fois que le risque dépend de la nature de la particule et de la dose.