BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2022

EPREUVE DE MATHEMATIQUES : SERIE D

GRILLE ET NORMES DE CORRECTION

N°	ELEMENTS DE REPONSES	CAPACITE « ANALYSER » 1CA↔0,50 pt Le candidat	CAPACITE « MATHEMATISER » 1CM↔1 pt Le candidat :	CAPACITE « OPERER » 1CO↔1 pt Le candidat	TOTAL X
	PROBLEME 1 : 22,50 pts				
1 .a)	**Justifions que $a = 3$.** a est un entier naturel. a est une solution de l'équation (E) $\Leftrightarrow$ $a^3-(4+4i)a^2-(7-14i)a+30-6i=0.$ $\Leftrightarrow a^3-4a^2-7a+30+i(-4a^2+14a-6)=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a^3-4a^2-7a+30=0 \\ -4a^2+14a-6=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a^3-4a^2-7a+30=0 \\ 2a^2-7a+3=0 \end{cases}$ Soit Δ le discriminant de $2a^2-7a+3=0$ On a : $\Delta = 49-4\times 2\times 3$ $\Delta = 25$ Or $25>0$, donc l'équation $2a^2-7a+3=0$ admet deux solutions réelles distinctes a_1 et a_2 telles que $a_1=\frac{1}{2}$ et $a_2=3$ $\frac{1}{2}$ n'est pas un entier naturel et de plus $a_2{}^3-4a_2{}^2-7a_2+30=0$, alors $a=a_2=3$.	identifie : •(E) •a comme solution de (E) II 1pt	utilise : • une méthode pour justifier que $a=3$ est une solution de (E) I 1pt	trouve : • $a_1=\frac{1}{2}$ et $a_2=3$ • $a=3$ II 2pts	04pts
1.b)	**Achevons la résolution de l'équation (E).** Posons : $P(z)=z^3-(4+4i)z^2-(7-14i)z+30-6i$	identifie • (E) et $a=3$	Utilise : • une méthode pour déterminer $Q(z)$.	trouve : • $Q(z)$. • $z_1=-2+2i$ et	

	3 étant une solution de l'équation (E) donc 3 est une racine de P. P étant de degré 3, il existe un polynôme Q de degré 2 tels que pour tout nombre complexe z, on a : $P(z) = (z-3)\,Q(z)$. Posons $Q(z) = (\alpha z^2 + \beta z + \gamma)$ avec $\alpha\,;\beta$ et γ des nombres complexes et $\alpha \neq 0$ $P(z) = \alpha z^3 + (\beta - 3\alpha)z^2 + (\gamma - 3\beta)z - 3\gamma$. Par identification on a : $\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta - 3\alpha = -4-4i \\ \gamma - 3\beta = -7+14i \\ -3\gamma = 30-6i \end{cases}$ Ainsi on trouve : $\alpha = 1;\ \beta = -1-4i$ et $\gamma = -10+2i$. Donc $P(z) = (z-3)[z^2 + (-1-4i)z - 10 + 2i]$ $(E) \Leftrightarrow P(z) = 0$ $\Leftrightarrow (z-3)[z^2 + (-1-4i)z - 10 + 2i] = 0$ $\Leftrightarrow z - 3 = 0$ ou $z^2 + (-1-4i)z - 10 + 2i = 0$ Soit Δ_1 le discriminant de l'équation : $z^2 + (-1-4i)z - 10 + 2i = 0$ $\Delta_1 = (-1-4i)^2 - 4 \times (-10+2i)$ $= 25$ Les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $z^2 + (-1-4i)z - 10 + 2i = 0$ sont donc z_1 et z_2 telles que : $z_1 = -2+2i$ et $z_2 = 3+2i$. $(E) \Leftrightarrow z = 3$ ou $z = -2+2i$ ou $z = 3+2i$ D'où l'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E) est $\{3\,;\,-2+2i\,;\,3+2i\}$.	I **0,50pt**	• une méthode pour résoudre (E). II **2pts**	$z_1 = 3+2i$. • l'ensemble des solutions de l'équation (E) est $\{3\,;\,-2+2i\,;\,3+2i\}$. III **3pts**	**05,50pts**
1.c)	**Déduisons la longueur et la largeur du premier domaine.** b et c sont de solutions de (E) autre que 3 et $L = \lvert b-c \rvert\ u.l$ alors : $L = \lvert -2+2i-3-2i \rvert\ u.l$	identifie : • $L = \lvert b-c \rvert\ u.l$ et $l = \dfrac{aL}{5}$	utilise : • la formule de calcul du module d'un nombre complexe.	trouve : • $L = 5\,ul$ et $l = 3\,ul$ • $L = 50\,m$ et $l = 30m$	